BURHAN

Les transformations dans le plan : exercices, application

Tronc Commun · Sciences · Mathématiques

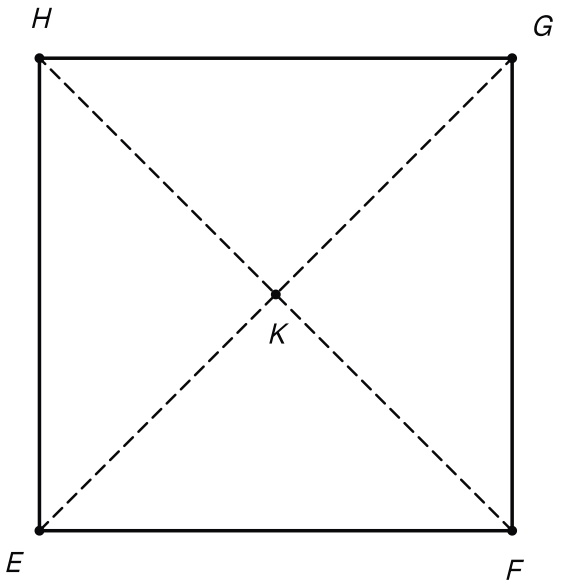
Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/tc/sciences/mathematiques/transformations-dans-le-plan/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Les transformations dans le plan	Application	8

Exercice 1

Symétries et translation dans un carré

Trace sur ton cahier un carré $EFGH$, ses sommets nommés dans cet ordre. Ses diagonales $[EG]$ et $[FH]$ se coupent en K.



Le carré EFGH et ses diagonales, qui se croisent en K.

1.

Construis l'image de E, puis celle de F, par la symétrie centrale S_K.

INDICE

Outil : la définition affine de la symétrie centrale. Rappel du collège : les diagonales d'un carré se coupent en leur milieu.

2.

Construis l'image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{FG}$.

INDICE

Outil : la définition de la translation. Cherche le point M' tel que $\overrightarrow{EM'} = \overrightarrow{FG}$, en regardant les côtés opposés du carré.

3.

Construis l'image de E par la symétrie axiale $S_{(FH)}$.

INDICE

Outil : la définition de la symétrie axiale. Quelle droite est la médiatrice du segment $[EG]$?

4.

Quelle est l'image de F par $S_{(FH)}$? Et celle de K ?

INDICE

Outil : la définition de la symétrie axiale, dans le cas d'un point de l'axe.

Exercice 2

Une homothétie de rapport quatre tiers

Le segment $[PQ]$ mesure 6 cm et R est le point de $[PQ]$ tel que $PR = 3$ cm. On note h l'homothétie de centre P et de rapport $\frac{4}{3}$.

1.

Construis le point $Q' = h(Q)$ et calcule PQ'.

INDICE

Outil : la définition de l'homothétie. Le rapport est positif : sur quelle demi-droite d'origine P se trouve Q' ?

2.

Construis le point $R' = h(R)$ et calcule PR'.

INDICE

Outil : la même définition, appliquée au point R.

3.

Calcule QQ'. Le point Q est-il situé entre P et Q' ?

INDICE

Outil : les points P, Q et Q' sont sur une même demi-droite d'origine P ; compare PQ et PQ'.

Exercice 3

Une homothétie de rapport négatif

Trace un triangle KLM tel que $KL = 6$ cm et $KM = 9$ cm. On note h l'homothétie de centre K et de rapport $-\frac{1}{3}$.

1.

Construis le point $L' = h(L)$ et calcule KL'.

INDICE

Outil : la définition de l'homothétie. Attention au signe du rapport : de quel côté de K se trouve L' ?

2.

Construis de même le point $M' = h(M)$ et calcule KM'.

INDICE

Outil : même définition ; la distance au centre est multipliée par $|k| = \frac{1}{3}$: elle diminue.

3.

Quelle est l'image de K par h ? Calcule la longueur LL'.

INDICE

Outil : le centre d'une homothétie et sa propre image. Pour LL', place les points L, K, L' sur une même droite.

Exercice 4

Reconnaître une transformation à son égalité

A et B sont deux points distincts. Pour chaque transformation ci-dessous, M' et N' désignent les images de points quelconques M et N :

- f_1 vérifie $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$ pour tout point M ;
- f_2 vérifie $\overrightarrow{BM'} = -\overrightarrow{BM}$ pour tout point M ;
- f_3 vérifie $\overrightarrow{M'N'} = 4\,\overrightarrow{MN}$ pour tous points M et N ;
- f_4 vérifie $2\,\overrightarrow{AM'} = -3\,\overrightarrow{AM}$ pour tout point M ;
- f_5 vérifie $\overrightarrow{AM} = 5\,\overrightarrow{AM'}$ pour tout point M.

1.

Nomme les transformations f_1 et f_2, avec leurs éléments.

INDICE

Outil : compare chaque égalité aux définitions de la translation et de la symétrie centrale.

2.

Que peut-on dire de f_3 ? Donne son rapport.

INDICE

Outil : l'égalité porte sur tous les couples de points : pense à la propriété caractéristique de l'homothétie.

3.

Nomme f_4 et f_5, avec leurs éléments.

INDICE

Outil : la définition de l'homothétie. Isole d'abord le vecteur qui mène à l'image, $\overrightarrow{AM'}$, en divisant par le bon nombre.

Exercice 5

Lire le rapport d'une homothétie

Dans chaque question, h est une homothétie de centre Ω, A est un point distinct de Ω et $A' = h(A)$. Les points Ω, A et A' sont donc alignés. Trouve le rapport k de h.

1.

A et A' sont du même côté de Ω, avec $\Omega A = 2$ cm et $\Omega A' = 5$ cm.

INDICE

Outil : la définition de l'homothétie donne $\Omega A' = |k|\,\Omega A$. Le côté fixe le signe.

2.

Ω est situé entre A et A', avec $\Omega A = 6$ cm et $\Omega A' = 4$ cm.

INDICE

Outil : même calcul de $|k|$; ici le centre sépare le point et son image.

3.

A' est le milieu du segment $[\Omega A]$.

INDICE

Outil : traduis « milieu de $[\Omega A]$ » par une égalité de vecteurs partant de Ω.

4.

Ω est le milieu du segment $[AA']$. Quelle transformation connue est h ?

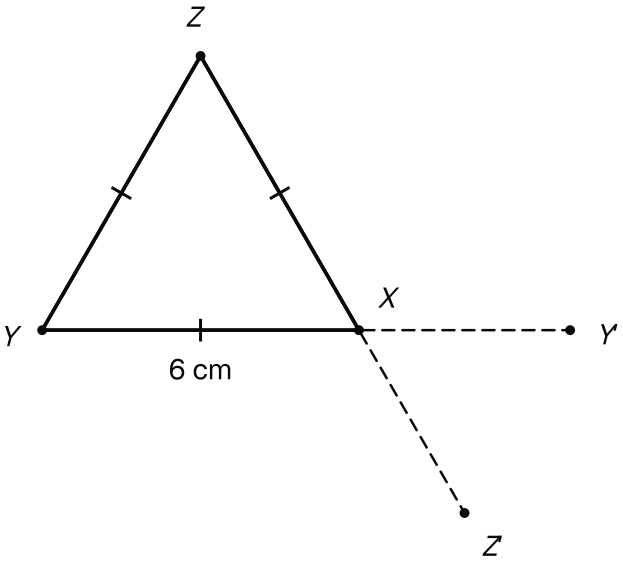
INDICE

Outil : traduis le milieu par une égalité de vecteurs, puis compare avec la définition de la symétrie centrale.

Exercice 6

Longueurs d'un triangle équilatéral et de ses images

XYZ est un triangle équilatéral de côté 6 cm. On note h l'homothétie de centre X et de rapport $-\frac{2}{3}$, et $Y' = h(Y)$, $Z' = h(Z)$.



Le triangle équilatéral XYZ et les images Y' et Z', placées de l'autre côté du sommet X.

1.

Quelle est l'image de X par h ? Calcule XY', XZ' et $Y'Z'$.

INDICE

Outil : par une homothétie de rapport k, les distances sont multipliées par $|k|$. Le centre est sa propre image.

2.

Quelle est la nature du triangle $XY'Z'$? Compare son périmètre à celui de XYZ.

INDICE

Outil : compare les trois côtés trouvés, puis additionne-les.

3.

On applique cette fois au triangle XYZ la translation de vecteur $\overrightarrow{YZ}$. Quels sont les côtés et le périmètre du triangle obtenu ?

INDICE

Outil : que fait une translation aux distances ?

Exercice 7

Trois images d'un même cercle

Le cercle $(\mathcal{C})$ a pour centre A et pour rayon 3 cm. Le point B est tel que $BA = 6$ cm.

1.

Décris l'image de $(\mathcal{C})$ par l'homothétie de centre B et de rapport $-\frac{4}{3}$: position de son centre A_1, puis son rayon.

INDICE

Outil : l'image d'un cercle. Commence par l'image du centre A, puis multiplie le rayon par la valeur absolue du rapport.

2.

Décris l'image de $(\mathcal{C})$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$. Calcule la distance de B au nouveau centre A_2 .

INDICE

Outil : l'image d'un cercle par une translation. Écris l'égalité qui définit A_2 à partir de A.

3.

(Δ) est une droite qui passe par A. Quelle est l'image de $(\mathcal{C})$ par la symétrie axiale $S_{(\Delta)}$?

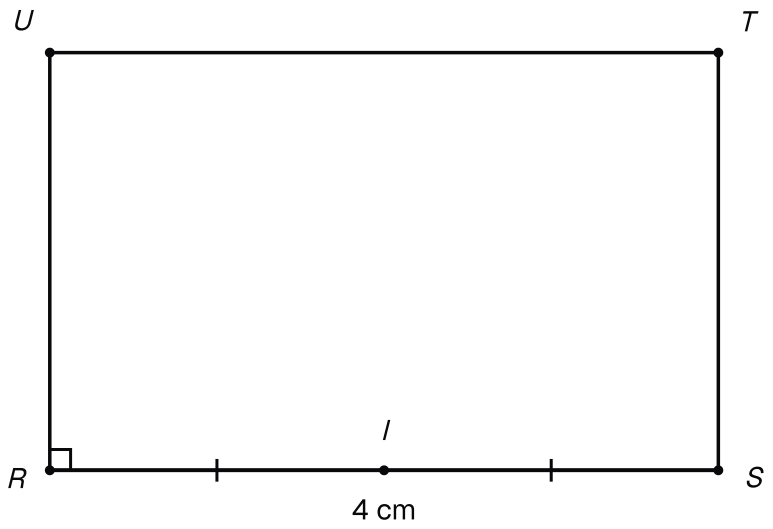
INDICE

Outil : l'image d'un cercle par une symétrie axiale. Où se trouve l'image du centre A ?

Exercice 8

Le milieu d'un côté d'un rectangle

$RSTU$ est un rectangle, ses sommets nommés dans cet ordre, avec $RS = 4$ cm. Le point I est le milieu du côté $[RS]$.



Le rectangle RSTU, de côté RS = 4 cm, et le milieu I de [RS].

1.

On note t la translation de vecteur $\overrightarrow{RU}$. Quelles sont les images de R et de S par t ?

INDICE

Outil : la définition de la translation ; compare $\overrightarrow{RU}$ et $\overrightarrow{ST}$ dans le rectangle.

2.

Déduis-en l'image de I par t.

INDICE

Outil : la conservation du milieu. I est le milieu d'un segment dont tu connais les images des extrémités.

3.

On note h l'homothétie de centre R et de rapport 3, et $S' = h(S)$, $I' = h(I)$. Justifie que I' est le milieu de $[RS']$, puis calcule RS' et RI'.

INDICE

Outil : l'image de R par h, puis la conservation du milieu par h. Pour les longueurs, les distances sont multipliées par 3.