BURHAN

Statistique : exercices, niveau examen

Tronc Commun · Sciences · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/tc/sciences/mathematiques/statistique/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Statistique	Niveau examen	5

Exercice 1 — 5 pts

Le cross du lycée

Lors du cross du lycée, on relève le temps de course de 80 élèves, en minutes :

Temps (min)	$[12;14[$	$[14;16[$	$[16;18[$	$[18;20[$	$[20;24[$
Nombre d'élèves	8	20	28	16	8

1. — 0,75 pts

a) Donner l'amplitude et le centre de chaque classe. b) Calculer la fréquence de chaque classe et contrôler leur somme.

INDICE

Outil : le centre de $[a;b[$ est $\dfrac{a+b}{2}$; la fréquence est l'effectif divisé par 80.

2. — 0,75 pts

a) Calculer les effectifs cumulés croissants. b) En déduire la proportion des élèves qui ont couru en moins de 18 minutes.

INDICE

Début : additionne de proche en proche ; le dernier cumul vaut 80. **Ensuite :** le cumul de la classe $[16;18[$ compte les élèves sous 18 min.

3. — 0,75 pts

a) En prenant 2 minutes pour amplitude de référence, donner la hauteur de chaque rectangle de l'histogramme. b) En déduire la classe modale.

INDICE

Outil : l'aire de chaque rectangle est proportionnelle à l'effectif ; la dernière classe contient deux amplitudes de référence.

4. — 1 pts

a) Dans quelle classe se trouve la médiane ? b) Calculer une valeur approchée de la médiane par interpolation, arrondie au centième.

INDICE

Début : $\dfrac{N}{2}=40$; repère dans la question 2 la classe $[a;b[$ dont les cumuls aux bornes vérifient $N_a<40\le N_b$. **Ensuite :** interpole sur ce segment du polygone des effectifs cumulés.

5. — 1 pts

a) Calculer la somme des produits de chaque centre par l'effectif de sa classe. b) En déduire une valeur approchée du temps moyen.

INDICE

Outil : la définition de la moyenne, en remplaçant chaque classe par son centre.

6. 0,75 pts

Le professeur d'éducation physique veut récompenser la moitié la plus rapide des coureurs. Quel temps maximal peut-il retenir ? Comparer ce temps au temps moyen.

INDICE

Outil : la médiane partage la série en deux groupes de même effectif.

Exercice 2 — 5 pts

Des bus en retard

Une association d'usagers compte, pendant 40 jours, le nombre de bus arrivés en retard à un arrêt :

Bus en retard x_i	0	1	2	3	4
Nombre de jours n_i	6	10	12	8	4

1. — 1 pts

a) Préciser le caractère étudié et sa nature. b) Calculer les fréquences et vérifier que leur somme vaut 1.

INDICE

Outil : la définition du caractère, puis $f_i = \dfrac{n_i}{N}$ avec $N = 40$.

2. — 1 pts

a) Écrire le nombre moyen de bus en retard par jour à l'aide des fréquences. b) Effectuer le calcul.

INDICE

Outil : la propriété de la moyenne par les fréquences : $\overline{x} = f_1x_1 + f_2x_2 + \cdots + f_px_p$.

3. — 1 pts

a) Compléter le tableau par la ligne des effectifs cumulés croissants. b) Quelle est la médiane ? Donner aussi le mode.

INDICE

Début : $N = 40$ est pair ; les rangs du milieu sont 20 et 21. **Ensuite :** cherche la première valeur dont le cumul atteint chaque rang.

4. — 1,25 pts

a) Calculer $n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \cdots + n_5x_5^2$. b) En déduire V grâce à la formule de la variance, et donner σ arrondi au centième.

INDICE

Outil : la formule de la variance, avec la moyenne de la question 2. **Attention :** on retranche le carré de la moyenne.

5. — 0,75 pts

Après un changement d'horaires, un nouveau relevé de 40 jours donne une moyenne de $1{,}2$ bus en retard par jour et un écart type de $0{,}9$. Le service s'est-il amélioré ? Justifier avec les deux paramètres.

INDICE

Méthode : compare d'abord les moyennes, puis les écarts types, puis conclus dans les mots de la situation.

Exercice 3 — 5 pts

Les pains d'une boulangerie

Une boulangerie vend des pains annoncés à 250 g. Le boulanger pèse 30 pains d'une même fournée, mais une case de son relevé est effacée :

Masse x_i (g)	245	248	250	252	255
Effectif n_i	3	6	9	8	n_5

1. — 0,75 pts

a) Calculer l'effectif n_5. b) Calculer la fréquence des pains de moins de 250 g.

INDICE

Outil : la définition de l'effectif total, $N = 30$.

2. — 0,75 pts

a) Dresser la liste des cumuls croissants des effectifs. b) Déterminer alors la masse médiane.

INDICE

Début : $N = 30$ est pair ; les rangs du milieu sont 15 et 16.

3. — 1 pts

On pose $y_i = x_i - 250$. a) Calculer les valeurs y_i, puis leur moyenne $\overline{y}$. b) En déduire la masse moyenne $\overline{x}$.

INDICE

Outil : la définition de la moyenne pour $\overline{y}$, puis la propriété du changement affine avec $a = 1$ et $b = -250$.

4. — 1 pts

a) Calculer $n_1 y_1^2 + n_2 y_2^2 + \cdots + n_5 y_5^2$. b) En déduire la variance V_y de la série des y_i par la formule.

INDICE

Outil : la formule de la variance, appliquée à la série des y_i, avec $\overline{y} = 0{,}3$.

5. — 0,75 pts

a) Comparer $x_i - \overline{x}$ et $y_i - \overline{y}$. b) En déduire la variance des masses, puis leur écart type arrondi au centième.

INDICE

Début : écris $x_i - \overline{x} = (y_i + 250) - (\overline{y} + 250)$, puis simplifie. **Ensuite :** les deux séries ont alors les mêmes carrés des écarts et les mêmes effectifs ; applique la définition de la variance à chacune.

6. 0,75 pts

Une seconde boulangerie annonce, pour ses pains de 250 g, une masse moyenne de $250{,}1$ g et un écart type de $4{,}5$ g. Laquelle des deux produit les pains les plus réguliers ?

INDICE

Méthode : compare la position, puis la dispersion, puis conclus dans les mots de la situation.

Exercice 4 — 5 pts

Les vitesses devant l'école

Un radar pédagogique, placé devant une école, enregistre la vitesse de 50 véhicules, en km/h :

Vitesse (km/h)	$[20;30[$	$[30;40[$	$[40;50[$	$[50;60[$	$[60;80[$
Nombre de véhicules	4	11	18	12	5

1. — 0,75 pts

a) Donner les fréquences des cinq classes, puis vérifier que leur total vaut 1. b) Cumuler ces fréquences dans l'ordre croissant des vitesses.

INDICE

Outil : $f_i = \dfrac{n_i}{N}$ avec $N = 50$, puis additionne les fréquences de proche en proche ; la dernière vaut 1.

2. — 0,75 pts

a) Donner les coordonnées des points du polygone des fréquences cumulées croissantes. b) En déduire la proportion des véhicules dont la vitesse est dans $[30;60[$.

INDICE

Début : le polygone part de la borne gauche 20 avec la fréquence 0, puis associe à chaque borne droite la fréquence cumulée de sa classe. **Ensuite :** les véhicules sous 60 km/h, moins ceux sous 30 km/h.

3. — 0,75 pts

a) Pour chaque borne gauche a (20, 30, 40, 50, 60), calculer le nombre de véhicules qui roulent à au moins a km/h. b) En déduire la proportion des véhicules qui roulent à 50 km/h ou plus.

INDICE

Méthode : ce sont les effectifs cumulés décroissants ; additionne en partant de la dernière classe. **Contrôle :** le premier vaut 50.

4. — 1 pts

Sur $[40;50]$, le polygone est le segment qui joint $(40, 0{,}3)$ et $(50, 0{,}66)$. a) Lire, par interpolation sur ce segment, une valeur approchée de la proportion des véhicules qui roulent à moins de 45 km/h. b) En déduire que la médiane dépasse 45 km/h, puis calculer une valeur approchée de la médiane, arrondie au centième.

INDICE

Début : 45 est au milieu de $[40;50]$: la fréquence cumulée augmente de la moitié de $0{,}66 - 0{,}3$. **Ensuite :** la médiane est la vitesse dont la fréquence cumulée vaut $0{,}5$; interpole de même entre $0{,}3$ et $0{,}66$.

5. 1 pts

a) Donner le centre de chaque classe. b) En déduire une valeur approchée de la vitesse moyenne, calculée à l'aide des fréquences.

INDICE

Outil : la propriété de la moyenne par les fréquences, en remplaçant chaque classe par son centre : $\overline{x} \approx f_1 x_1 + f_2 x_2 + \cdots + f_5 x_5$.

6. 0,75 pts

La commune installe un ralentisseur si plus d'un tiers des véhicules roulent à 50 km/h ou plus. a) Comparer $0{,}34$ et $\dfrac{1}{3}$, puis dire ce que décide la commune. b) Un habitant affirme : « La vitesse moyenne est inférieure à 50 km/h, le ralentisseur est donc inutile. » Que lui répondre ?

INDICE

Début : écris les deux nombres avec le dénominateur 300. **Ensuite :** une moyenne inférieure à 50 dit-elle combien de véhicules roulent à 50 km/h ou plus ?

Exercice 5 — 5 pts

Le pouls après un effort

En SVT, les élèves d'une classe mesurent leur pouls après un même effort, en battements par minute. Une case du relevé est effacée :

Pouls x_i	100	110	120	130	140
Effectif n_i	2	5	4	n_4	3

Le professeur sait que le pouls moyen de la classe vaut $\overline{x} = 121{,}5$ battements par minute.

1. — 0,75 pts

On pose $y_i = \dfrac{x_i - 120}{10}$. a) Calculer les valeurs y_i et exprimer x_i en fonction de y_i. b) En déduire la moyenne $\overline{y}$ de la série des y_i.

INDICE

Outil : isole x_i dans la relation qui définit y_i, puis applique la propriété du changement affine à la série des y_i.

2. — 1 pts

a) Exprimer $n_1y_1 + n_2y_2 + \cdots + n_5y_5$ et l'effectif total N en fonction de n_4. b) En déduire n_4 et N, puis contrôler la valeur de $\overline{x}$.

INDICE

Début : écris $\overline{y}$ comme un quotient qui dépend de n_4. **Ensuite :** égale ce quotient à $0{,}15$ et résous l'équation du premier degré obtenue.

3. — 1 pts

a) Écrire, valeur par valeur, le nombre d'élèves dont le pouls est inférieur ou égal à cette valeur. b) En déduire la médiane de la série ; préciser son mode.

INDICE

Début : $N = 20$ est pair ; les rangs du milieu sont 10 et 11. **Ensuite :** le mode est la valeur de plus grand effectif.

4. — 1,25 pts

a) Calculer l'étendue de la série, puis les distances $|x_i - \overline{x}|$. b) En déduire l'écart moyen e.

INDICE

Outil : la définition de l'écart moyen, avec $\overline{x} = 121{,}5$: chaque distance compte autant de fois que son effectif.

5. 1 pts

Un élève affirme : « La moitié de la classe a un pouls supérieur au pouls moyen. » a) Calculer la proportion des élèves dont le pouls est supérieur à $121{,}5$. b) L'affirmation est-elle exacte ? Quel paramètre partage la série ordonnée en deux groupes de même effectif ?

INDICE

Méthode : compte les élèves dont le pouls vaut 130 ou 140, puis compare au rôle de la médiane.