BURHAN

La projection dans le plan : exercices, entraînement

Tronc Commun · Sciences · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/tc/sciences/mathematiques/projection-dans-le-plan/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
La projection dans le plan	Entraînement	6

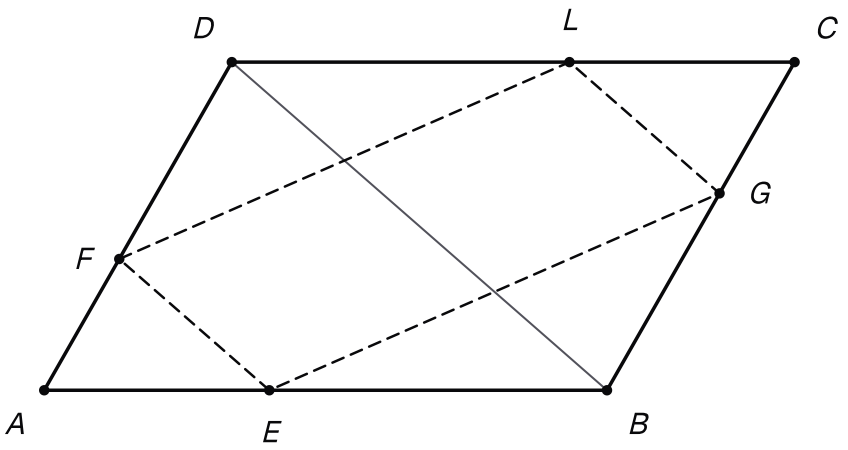
Exercice 1

Un parallélogramme dans un parallélogramme

$ABCD$ est un parallélogramme. On place les points E, F, G et L tels que :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB},$$
$$\overrightarrow{AF} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AD},$$
$$\overrightarrow{CG} = \frac{2}{5}\overrightarrow{CB},$$
$$\overrightarrow{CL} = \frac{2}{5}\overrightarrow{CD}.$$

Fais la figure sur ton cahier.



Dans le parallélogramme ABCD, les points E, F, G et L placés aux deux cinquièmes des côtés depuis A et depuis C, et le quadrilatère EFLG qu'ils forment.

1.

Dans le triangle ABD, exprimer $\overrightarrow{EF}$ en fonction de $\overrightarrow{BD}$. Que peut-on dire des droites (EF) et (BD) ?

INDICE

Outil : la forme vectorielle réciproque du théorème de Thalès. **Début :** quel est le sommet, et le même réel apparaît-il deux fois ?

2.

Dans le triangle CBD, exprimer de même $\overrightarrow{GL}$ en fonction de $\overrightarrow{BD}$.

INDICE

Outil : le même théorème, avec cette fois le sommet C. Respecte l'ordre des lettres : de G vers L comme de B vers D.

3.

En déduire la nature du quadrilatère $EFLG$.

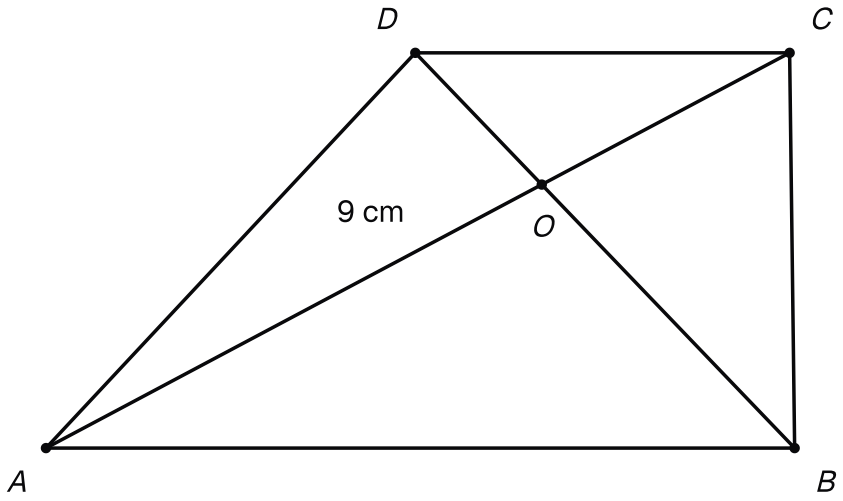
INDICE

Rappel : un quadrilatère $EFLG$ est un parallélogramme lorsque $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GL}$.

Exercice 2

Les diagonales d'un trapèze

$ABCD$ est un trapèze de bases $[AB]$ et $[DC]$, avec $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. Ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en O. On donne $AC = 9$ cm. Fais la figure sur ton cahier.



Le trapèze ABCD, dont la petite base [DC] mesure la moitié de [AB], avec ses diagonales sécantes en O et la diagonale [AC] de 9 cm.

1.

Justifier que la figure formée par O, A, B, C, D est une configuration de Thalès de sommet O, puis exprimer $\overrightarrow{CD}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$.

INDICE

Début : sur quelles droites issues de O se trouvent C et D ? **Ensuite :** $\overrightarrow{CD}$ est l'opposé de $\overrightarrow{DC}$.

2.

En déduire le réel k de cette configuration, puis exprimer $\overrightarrow{OC}$ en fonction de $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OD}$ en fonction de $\overrightarrow{OB}$.

INDICE

Outil : la forme vectorielle du théorème de Thalès (sens direct) donne $\overrightarrow{CD} = k\,\overrightarrow{AB}$ avec le même k que pour les deux autres égalités.

3.

Exprimer $\overrightarrow{AO}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$, puis calculer AO et OC.

INDICE

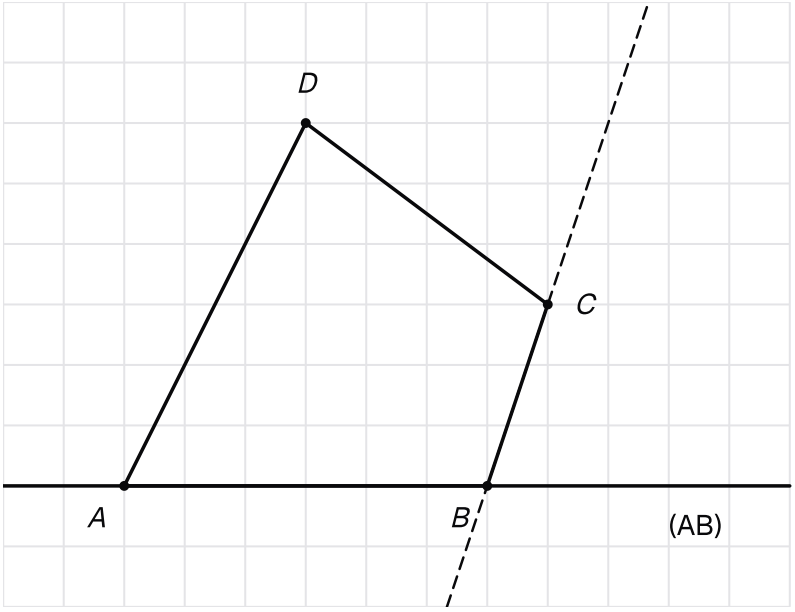
Outil : la relation de Chasles, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC}$, et l'égalité $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AO}$.

Exercice 3

Projeter un quadrilatère quelconque

Sur un quadrillage, on place un point A. Le point B est à six carreaux à droite de A. Le point C est à sept carreaux à droite de A et trois au-dessus. Le point D est à trois carreaux à droite de A et six au-dessus.

On projette sur (AB) parallèlement à (BC), et l'on note X' le projeté de chaque point X.



Le quadrilatère ABCD sur le quadrillage, la droite (AB) sur laquelle on projette et la droite (BC) qui fixe la direction.

1.

Déterminer B' et C', puis construire D' sur le quadrillage.

INDICE

Début : la direction (BC) monte de trois carreaux quand elle avance d'un carreau. **Ensuite :** depuis D, descends le long de cette direction jusqu'à (AB).

2.

Le point M vérifie $\overrightarrow{DM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{DC}$. Situer son projeté M' sur (AB).

INDICE

Outil : la conservation du coefficient de colinéarité, appliquée aux points D, M, D, C.

3.

On note N le milieu de $[AC]$. Situer N', puis en déduire que $(MN) \parallel (BC)$.

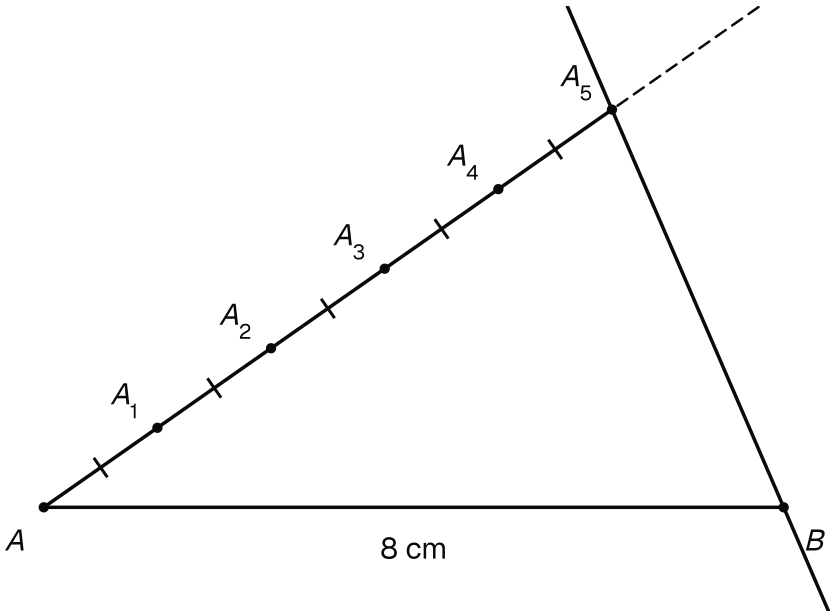
INDICE

Outil : la propriété « vecteurs égaux et milieu par projection ». **Ensuite :** deux points distincts de même projeté.

Exercice 4

Partager un segment de 8 cm en cinq parts égales

Le segment $[AB]$ mesure 8 cm. On trace une demi-droite d'origine A, non portée par (AB), et l'on y place, à partir de A, cinq points A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 espacés de $1{,}5$ cm. On projette sur (AB) parallèlement à (A_5B) : A_j se projette en B_j.



Le segment [AB] de 8 cm, la demi-droite issue de A graduée par cinq points régulièrement espacés et la droite (A5B) qui donne la direction.

1.

Quels sont les projetés de A et de A_5 ? Exprimer $\overrightarrow{AA_j}$ en fonction de $\overrightarrow{AA_5}$ pour $j = 1, 2, 3, 4$.

INDICE

Outil : les propriétés immédiates du projeté ; puis la régularité des graduations sur la demi-droite.

2.

En déduire $\overrightarrow{AB_j}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$, puis calculer AB_2.

INDICE

Outil : la conservation du coefficient de colinéarité.

3.

Exprimer $\overrightarrow{B_1B_4}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$, puis calculer B_1B_4.

INDICE

Outil : la relation de Chasles, $\overrightarrow{B_1B_4} = \overrightarrow{B_1A} + \overrightarrow{AB_4}$.

Exercice 5

Abscisses de projetés et équations

La droite (D) est munie d'un axe $(O, \vec{i})$. On projette sur (D) parallèlement à une droite (Δ) sécante à (D). Trois points M, N et P d'une même droite (L) ont des projetés d'abscisses $m' = -2$, $n' = 1$ et $p' = 7$.

1.

Il existe un réel x tel que $\overrightarrow{MP} = x\,\overrightarrow{MN}$. Écrire l'équation que vérifie x, puis la résoudre.

INDICE

Outil : l'égalité $\overrightarrow{MP} = x\,\overrightarrow{MN}$ se transporte en $p' - m' = x\,(n' - m')$. **Attention :** vérifie que $n' - m'$ n'est pas nul avant de diviser.

2.

Le point Q de (L) se projette en O. Trouver le réel t tel que $\overrightarrow{MQ} = t\,\overrightarrow{MN}$.

INDICE

Début : l'abscisse du projeté de Q est 0, celle de l'origine.

3.

Le point S vérifie $\overrightarrow{MS} = -\dfrac{1}{2}\,\overrightarrow{MN}$. Calculer l'abscisse s' de son projeté, puis dire si S est entre M et N ou non.

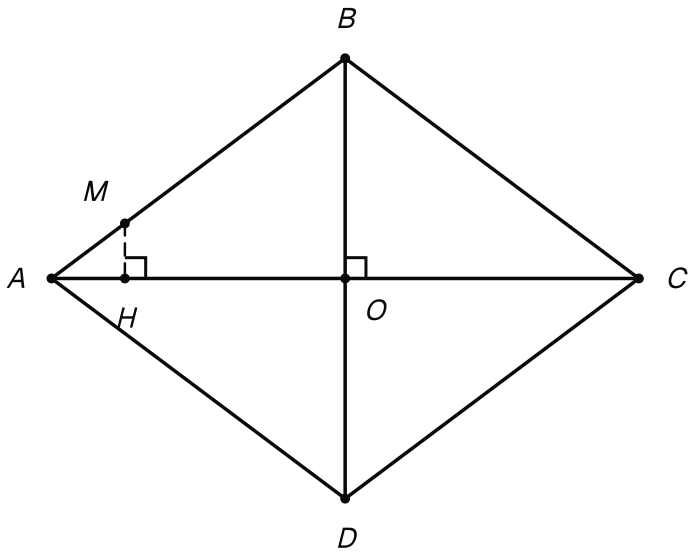
INDICE

Outil : même traduction, avec le réel $-\dfrac{1}{2}$. **Ensuite :** regarde le signe de ce réel.

Exercice 6

Projection orthogonale dans un losange

$ABCD$ est un losange de centre O, avec $AC = 8$ cm et $BD = 6$ cm. Ses diagonales sont perpendiculaires. On projette orthogonalement sur la droite (AC). Le point M vérifie $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$, et H est son projeté orthogonal. Fais la figure sur ton cahier.



Le losange ABCD de centre O, de diagonales 8 cm et 6 cm perpendiculaires, avec le point M de [AB] et son projeté orthogonal H sur (AC).

1.

Déterminer les projetés orthogonaux de A, de B et de D sur (AC).

INDICE

Outil : la définition du projeté orthogonal ; où se coupent les diagonales ?

2.

Exprimer $\overrightarrow{AH}$ en fonction de $\overrightarrow{AO}$, puis calculer AH.

INDICE

Outil : la conservation du coefficient de colinéarité ; une projection orthogonale est une projection.

3.

Justifier que $(MH) \parallel (BO)$, puis calculer MH.

INDICE

Rappel du collège : deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles. **Ensuite :** la forme vectorielle du théorème de Thalès dans le triangle ABO.

4.

Le point N vérifie $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$. Quel est son projeté orthogonal ? En déduire la position de la droite (MN) par rapport à (AC).

INDICE

Début : recommence le raisonnement de la question 2 avec D. **Ensuite :** deux points distincts de même projeté.