BURHAN

La projection dans le plan : exercices, application

Tronc Commun · Sciences · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/tc/sciences/mathematiques/projection-dans-le-plan/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
La projection dans le plan	Application	7

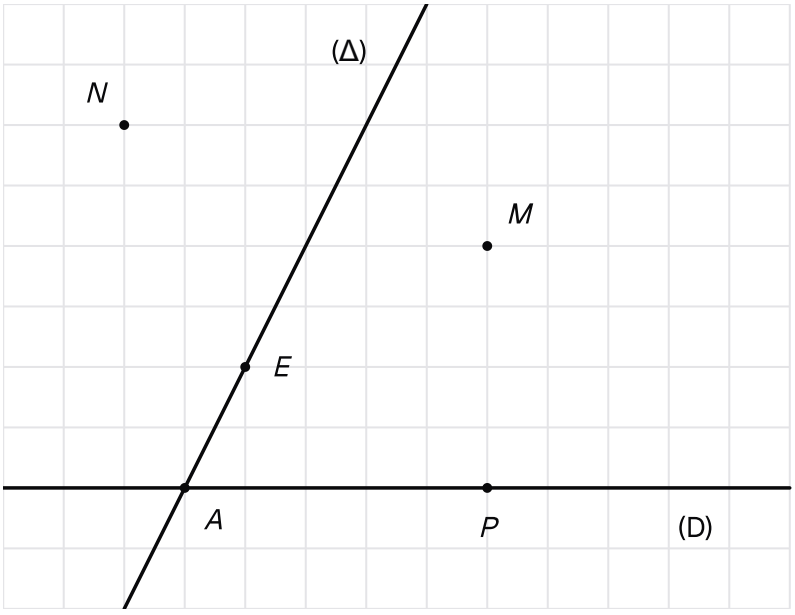
Exercice 1

Quatre projetés sur un quadrillage

Sur un quadrillage, on place un point A. La droite (D) est la ligne horizontale du quadrillage qui passe par A.

La droite (Δ) passe par A et par le point E situé un carreau à droite de A et deux carreaux au-dessus.

On projette sur (D) parallèlement à (Δ). Reproduis la figure sur ton cahier.



La figure à reproduire : la droite (D) horizontale par A, la direction (Δ) qui passe par A et E, et les points M, N et P dont on cherche les projetés.

1.

Le point M est à cinq carreaux à droite de A et quatre carreaux au-dessus. Construire son projeté M' et le situer par rapport à A.

INDICE

Outil : la parallèle à (Δ) menée par M. Sur le quadrillage, elle descend de deux carreaux chaque fois qu'elle recule d'un carreau.

2.

Le point N est à un carreau à gauche de A et six carreaux au-dessus. Construire son projeté N'.

INDICE

Début : combien de pas « deux carreaux vers le bas, un carreau vers la gauche » faut-il pour descendre de six carreaux ?

3.

Déterminer le projeté du point E, puis celui du point P de (D) situé cinq carreaux à droite de A.

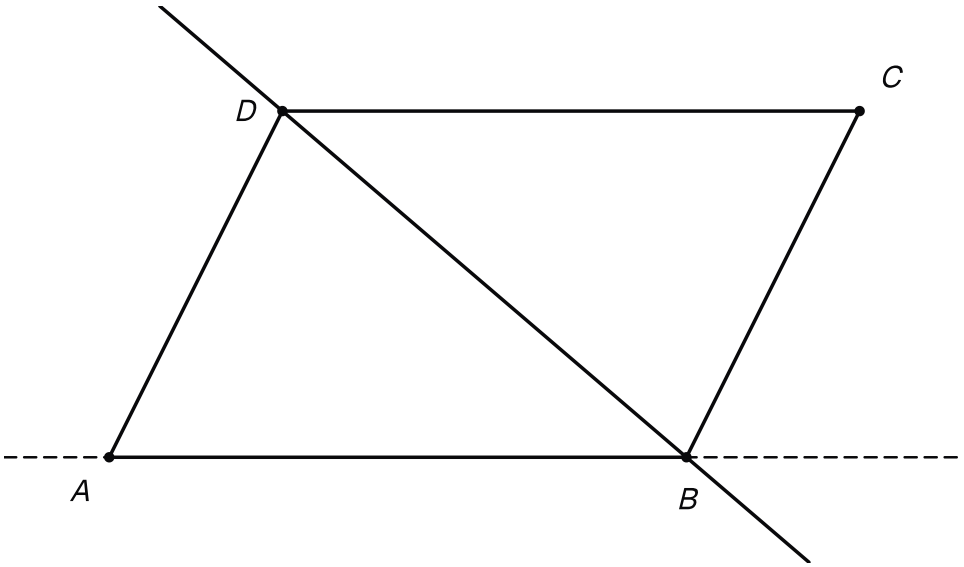
INDICE

Outil : les propriétés immédiates du projeté. Quelle est la parallèle à (Δ) qui passe par E ?

Exercice 2

Des points de même projeté dans un parallélogramme

$ABCD$ est un parallélogramme. On projette sur sa diagonale (BD) parallèlement au côté (AB). Fais la figure sur ton cahier.



Le parallélogramme ABCD avec sa diagonale (BD), droite sur laquelle on projette, et le côté (AB), qui donne la direction.

1.

Déterminer le projeté de B, puis celui de A.

INDICE

Outil : un point de la droite de projection est son propre projeté. Pour A, quelle est la parallèle à (AB) qui passe par A ?

2.

Déterminer le projeté de C. On place ensuite le point F tel que $\overrightarrow{CF} = -3\,\overrightarrow{AB}$: quel est son projeté ?

INDICE

Outil : dans un parallélogramme, $(DC) \parallel (AB)$. **Ensuite :** que dit l'égalité $\overrightarrow{CF} = -3\,\overrightarrow{AB}$ de la droite (CF) ?

3.

On note I le milieu de $[AD]$. Les points I et A ont-ils le même projeté ?

INDICE

Outil : deux points distincts ont le même projeté seulement si la droite qui les joint est parallèle à (AB).

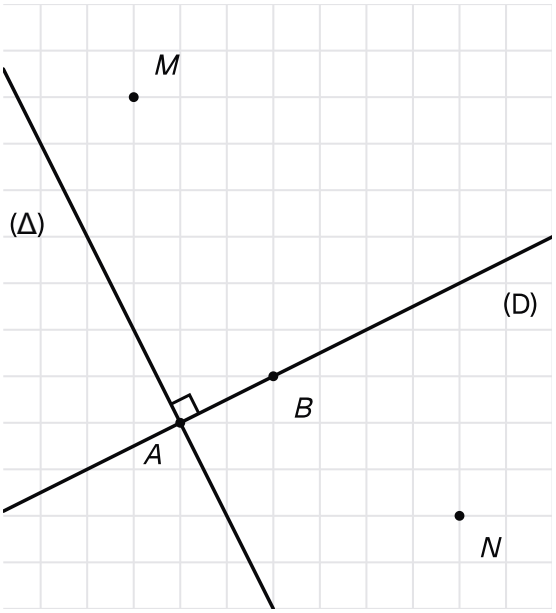
Exercice 3

Projetés orthogonaux sur une droite oblique

Sur un quadrillage, on place un point A. Le point B est à deux carreaux à droite de A et un carreau au-dessus ; (D) est la droite (AB).

La droite (Δ) passe par A et par le point situé un carreau à gauche de A et deux carreaux au-dessus. On admet que $(\Delta) \perp (D)$: fais la figure sur ton cahier et contrôle l'angle droit à l'équerre.

On projette sur (D) parallèlement à (Δ).



Sur le quadrillage, la droite oblique (D) passe par A et B, la droite (Δ) lui est perpendiculaire en A, et les points M et N attendent leurs projetés.

1.

Quel nom donne-t-on à cette projection ? Comment construit-on le projeté d'un point M ?

INDICE

Outil : la définition de la projection orthogonale.

2.

Le point M est à un carreau à gauche de A et sept carreaux au-dessus. Construire son projeté orthogonal H sur (D).

INDICE

Début : la perpendiculaire à (D) menée par M descend de deux carreaux chaque fois qu'elle avance d'un carreau vers la droite. **Ensuite :** compte les pas jusqu'à (D).

3.

Le point N est à six carreaux à droite de A et deux carreaux en dessous. Construire son projeté orthogonal K sur (D) et exprimer $\overrightarrow{AK}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$.

INDICE

Début : cette fois, la perpendiculaire menée par N monte de deux carreaux pour chaque carreau vers la gauche.

Exercice 4

Thalès en vecteurs, de l'autre côté du sommet

RST est un triangle tel que $ST = 9$ cm. Le point U vérifie $\overrightarrow{RU} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{RS}$. La parallèle à (ST) menée par U coupe la droite (RT) en V. Fais la figure sur ton cahier.

1.

Où se trouve U par rapport à R et S ? Quel est le sommet de la configuration de Thalès, et quel est le réel k ?

INDICE

Outil : le signe du réel dans $\overrightarrow{RU} = k\,\overrightarrow{RS}$.

2.

Écrire les deux autres égalités vectorielles de cette configuration.

INDICE

Outil : la forme vectorielle du théorème de Thalès (sens direct) : le même réel k figure dans les trois égalités.

3.

Calculer la longueur UV, puis situer V par rapport à R et T.

INDICE

Outil : la longueur UV est la longueur du vecteur $\overrightarrow{UV}$; le signe de k ne change pas la longueur.

Exercice 5

Parallèles ou non : comparer deux réels

KLM est un triangle tel que $LM = 8$ cm. On place les points P, Q et W tels que :

$$\overrightarrow{KP} = \frac{5}{4}\overrightarrow{KL},$$
$$\overrightarrow{KQ} = \frac{5}{4}\overrightarrow{KM},$$
$$\overrightarrow{KW} = \frac{3}{2}\overrightarrow{KM}.$$

Fais la figure sur ton cahier.

1.

Justifier que les droites (PQ) et (LM) sont parallèles, puis calculer PQ.

INDICE

Outil : la forme vectorielle du théorème de Thalès (sens réciproque), avec le sommet K.

2.

Les droites (PW) et (LM) sont-elles parallèles ?

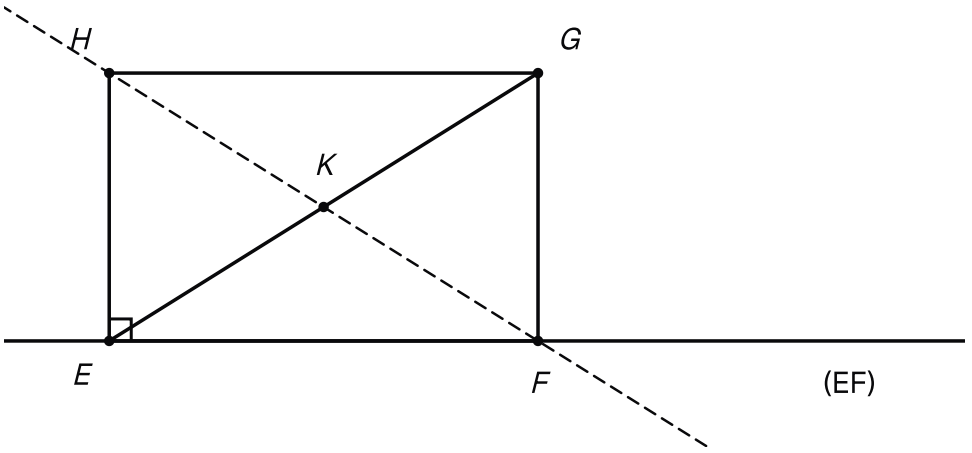
INDICE

Début : si elles l'étaient, quel réel la forme directe du théorème de Thalès donnerait-elle pour $\overrightarrow{KW}$?

Exercice 6

Un milieu projeté dans un rectangle

$EFGH$ est un rectangle de centre K. On projette sur la droite (EF) parallèlement à la diagonale (FH), et l'on note X' le projeté de chaque point X. Fais la figure sur ton cahier.



Le rectangle EFGH, ses diagonales qui se coupent en son centre K, la droite (EF) de projection et la diagonale (FH) qui donne la direction.

1.

Déterminer E', F' et H'.

INDICE

Outil : les propriétés immédiates du projeté.

2.

Justifier que $K' = F$.

INDICE

Outil : le centre d'un rectangle est le milieu de ses diagonales ; sur quelle droite se trouve K ?

3.

En utilisant la diagonale $[EG]$, exprimer $\overrightarrow{EG'}$ en fonction de $\overrightarrow{EF}$, puis placer G'.

INDICE

Outil : si I est le milieu de $[MN]$, alors I' est le milieu de $[M'N']$.

Exercice 7

Abscisses de projetés sur un axe

La droite (D) est munie d'un axe $(O, \vec{i})$. On projette sur (D) parallèlement à une droite (Δ) sécante à (D). Les projetés A' et B' de deux points A et B ont pour abscisses $a' = -1$ et $b' = 3$.

1.

Exprimer $\overrightarrow{A'B'}$ en fonction de $\vec{i}$.

INDICE

Outil : pour deux points de l'axe, le vecteur vaut la différence des abscisses multipliée par $\vec{i}$.

2.

Le point M vérifie $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$. Calculer l'abscisse m' de son projeté.

INDICE

Outil : l'égalité $\overrightarrow{AM} = k\,\overrightarrow{AB}$ se transporte en $m' - a' = k\,(b' - a')$.

3.

On note I le milieu de $[AB]$. Calculer l'abscisse de son projeté I'.

INDICE

Outil : la définition vectorielle du milieu donne $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.