BURHAN

L'ordre dans $\mathbb{R}$: exercices, entraînement

Tronc Commun · Sciences · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/tc/sciences/mathematiques/ordre-dans-r/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
L'ordre dans $\mathbb{R}$	Entraînement	7

Exercice 1

Comparer des expressions avec des racines et des inverses

1.

Comparer $\sqrt{5}-2$ et $\dfrac{1}{4}$.

INDICE

Début : ajoute 2 aux deux nombres ; tu compares alors $\sqrt{5}$ et $\dfrac{9}{4}$. **Ensuite :** ces deux nombres sont positifs.

2.

Comparer $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}$ et $\dfrac{1}{\sqrt{5}-1}$.

INDICE

Début : compare d'abord les dénominateurs, et cherche leur signe. **Point délicat :** le passage à l'inverse change le sens.

3.

Soit x un réel strictement positif. Comparer $\dfrac{x}{x+1}$ et $\dfrac{x+1}{x+2}$.

INDICE

Outil : le signe de la différence. **Début :** réduis au dénominateur commun $(x+1)(x+2)$. **Point délicat :** développe $(x+1)^2$ avec une identité remarquable.

Exercice 2

Équations et inéquation avec une valeur absolue

1.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|2x - 6| = 4$.

INDICE

Début : factorise $2x - 6 = 2(x - 3)$. **Outil :** la valeur absolue d'un produit est le produit des valeurs absolues.

2.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x + 1| = |x - 7|$. Interpréter le résultat sur la droite graduée.

INDICE

Outil : $|X| = |Y|$ équivaut à $X = Y$ ou $X = -Y$. **Point délicat :** dans chaque cas, simplifie avec soin et regarde ce qui reste.

3.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|3 - x| \leq 1{,}5$.

INDICE

Début : $|3 - x| = |x - 3|$, car un réel et son opposé ont la même valeur absolue.

Exercice 3

Le réglage d'une serre

Dans une serre, on cultive des tomates et des poivrons. On note T la température, en degrés. Les tomates demandent $|T - 22| \leq 4$; les poivrons demandent $|T - 27| < 3$.

1.

Écrire sous forme d'intervalles l'ensemble S_1 des températures qui conviennent aux tomates et l'ensemble S_2 de celles qui conviennent aux poivrons.

INDICE

Outil : la propriété valeur absolue et intervalle centré. **Point délicat :** pour les poivrons, l'inégalité est stricte.

2.

Quelles températures conviennent aux deux cultures ? Lesquelles conviennent à au moins l'une d'elles ?

INDICE

Début : dessine S_1 et S_2 sur une même droite graduée. **Ensuite :** « aux deux » correspond à l'intersection.

3.

Une alarme se déclenche lorsque $|T - 22| > 4$. Résoudre cette inéquation dans $\mathbb{R}$.

INDICE

Outil : compare avec l'inéquation $|T - 22| \leq 4$ de la question 1. **Point délicat :** pense à la distance qui dépasse 4, des deux côtés de 22.

Exercice 4

Majorer une expression sur un intervalle

Dans tout l'exercice, x est un réel de l'intervalle $[-2;1]$. On pose $A = x^2 + 3x - 1$.

1.

Justifier que $|x| \leq 2$.

INDICE

Outil : la propriété valeur absolue et intervalle centré, avec le centre 0. **Début :** cherche un intervalle $[-r;r]$ qui contient $[-2;1]$.

2.

Majorer $|A|$ à l'aide de l'inégalité triangulaire.

INDICE

Outil : l'inégalité triangulaire, appliquée deux fois à la somme de trois termes. **Point délicat :** $x^2 = |x|^2$, et $|x|$ est positif.

3.

Calculer $|A|$ pour $x = -2$, $x = 0$ et $x = 1$. Le majorant obtenu est-il atteint en ces valeurs ?

INDICE

Début : remplace x dans A, puis prends la valeur absolue.

Exercice 5

Puissance et résistance d'un circuit

Dans un circuit, on mesure la tension U aux bornes d'une lampe, en volts, et l'intensité I qui la traverse, en ampères. On obtient $11{,}5 \leq U \leq 12$ et $0{,}4 \leq I \leq 0{,}5$. La puissance de la lampe est $P = U \times I$, en watts, et sa résistance $R = \dfrac{U}{I}$, en ohms.

1.

Encadrer la puissance P.

INDICE

Outil : la multiplication membre à membre de réels positifs. **Point délicat :** vérifie d'abord le signe de toutes les bornes.

2.

Encadrer $\dfrac{1}{I}$, puis la résistance R.

INDICE

Outil : le passage à l'inverse change le sens. **Ensuite :** $R = U \times \dfrac{1}{I}$ est un produit de deux nombres positifs.

3.

Un élève relève $U = 11{,}8$ et $I = 0{,}45$. Contrôler les deux encadrements avec ces valeurs, à la calculatrice.

INDICE

Début : calcule P et R pour ces valeurs. **Point délicat :** l'écran donne une valeur approchée de R.

Exercice 6

Encadrer une somme et une différence de deux irrationnels

On admet les encadrements $2{,}236 \leq \sqrt{5} \leq 2{,}237$ et $3{,}141 \leq \pi \leq 3{,}142$.

1.

Encadrer $\sqrt{5} + \pi$, puis $\pi - \sqrt{5}$.

INDICE

Outil : l'encadrement d'une somme et d'une différence. **Point délicat :** pour la différence, encadre d'abord $-\sqrt{5}$.

2.

Justifier que $2{,}236$ est une valeur approchée de $\sqrt{5}$ à 10^{-3} près, et $3{,}142$ une valeur approchée de π à 10^{-3} près. Préciser chaque fois s'il s'agit d'une valeur par défaut ou par excès.

INDICE

Outil : la définition d'une valeur approchée par défaut ou par excès. **Début :** $2{,}237 = 2{,}236 + 10^{-3}$.

3.

En déduire une valeur approchée de $\sqrt{5} + \pi$ et une valeur approchée de $\pi - \sqrt{5}$, en donnant leur précision.

INDICE

Outil : la valeur approchée d'une somme et d'une différence ; les précisions s'additionnent.

Exercice 7

La masse volumique de l'eau au laboratoire

En travaux pratiques de physique, on pèse un bécher vide : sa masse m_1, en grammes, vérifie $85{,}2 \leq m_1 \leq 85{,}4$. On y verse de l'eau et l'on pèse de nouveau : la masse m_2 vérifie $134{,}6 \leq m_2 \leq 134{,}8$. La masse d'eau est $m = m_2 - m_1$.

1.

Encadrer la masse d'eau m.

INDICE

Outil : l'encadrement d'une différence. **Point délicat :** on ne soustrait pas les bornes une à une ; encadre $-m_1$.

2.

Écrire cet encadrement sous la forme $|m - c| \leq r$. En déduire une valeur approchée de m et sa précision.

INDICE

Début : c est le milieu des deux bornes, r la moitié de l'amplitude.

3.

Le volume d'eau lu sur le bécher vérifie $49 \leq V \leq 50$, en centimètres cubes. Encadrer la masse volumique $\rho = \dfrac{m}{V}$. La valeur attendue, 1 gramme par centimètre cube, est-elle compatible avec ces mesures ?

INDICE

Outil : l'encadrement de $\dfrac{1}{V}$, puis un produit de deux nombres positifs. **Point délicat :** le passage à l'inverse échange les bornes.