BURHAN

L'ordre dans $\mathbb{R}$: exercices, application

Tronc Commun · Sciences · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/tc/sciences/mathematiques/ordre-dans-r/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
L'ordre dans $\mathbb{R}$	Application	8

Exercice 1

Quelle boisson contient le plus d'orange ?

Une boisson de 12 litres contient 7 litres de jus d'orange. Une autre boisson de 19 litres en contient 11 litres. La part d'orange vaut $\frac{7}{12}$ dans la première et $\frac{11}{19}$ dans la seconde.

1.

Calculer la différence $\frac{7}{12} - \frac{11}{19}$. En déduire la boisson la plus riche en orange.

INDICE

Outil : la comparaison de deux réels par le signe de leur différence. **Début :** le dénominateur commun est $12 \times 19 = 228$.

2.

Comparer de la même façon $\frac{9}{8}$ et $\frac{10}{9}$.

INDICE

Outil : même technique. **Début :** le dénominateur commun est 72.

Exercice 2

Une journée d'hiver en degrés Fahrenheit

Pendant une journée d'hiver à Ifrane, la température t, en degrés Celsius, vérifie $-3 \leq t \leq 4$. La même température en degrés Fahrenheit est $F = 1{,}8\,t + 32$.

1.

Encadrer $1{,}8\,t$.

INDICE

Outil : la propriété ordre et multiplication. **Point délicat :** regarde le signe du facteur $1{,}8$.

2.

En déduire un encadrement de F.

INDICE

Outil : la propriété ordre et addition : on ajoute 32 aux trois membres.

3.

Encadrer le nombre $-2t + 1$.

INDICE

Début : encadre d'abord $-2t$. **Point délicat :** le facteur -2 est strictement négatif.

Exercice 3

Comparer des racines carrées par leurs carrés

1.

Comparer $3\sqrt{5}$ et $2\sqrt{11}$.

INDICE

Outil : pour deux réels positifs, l'ordre est celui de leurs carrés. **Début :** $\left(3\sqrt{5}\right)^2 = 9 \times 5$.

2.

Comparer 9 et $4\sqrt{5}$.

INDICE

Outil : même technique ; vérifie d'abord le signe des deux nombres.

Exercice 4

Deux plantes de montagne

Dans le Haut Atlas, une première plante pousse entre 800 m et $1\,900$ m d'altitude, bornes comprises. Une seconde plante ne pousse qu'au-dessus de $1\,500$ m, strictement. On note h l'altitude, en mètres.

1.

Écrire sous forme d'intervalles l'ensemble I des altitudes où pousse la première plante, et l'ensemble J de celles où pousse la seconde.

INDICE

Outil : la définition des intervalles. **Point délicat :** du côté de $+\infty$, le crochet est toujours ouvert.

2.

Écrire l'ensemble des altitudes où l'on peut trouver les deux plantes, puis celui où l'on trouve au moins l'une d'elles.

INDICE

Début : dessine I et J sur une même droite graduée. **Ensuite :** « les deux » correspond à l'intersection, « au moins l'une » à la réunion.

3.

On pose $K =]-\infty ; -2[$ et $L = [-5 ; 3]$. Écrire $K \cap L$ et $K \cup L$.

INDICE

Outil : même lecture sur la droite graduée. **Point délicat :** la borne -2 n'appartient pas à K.

Exercice 5

Valeurs absolues et écart de températures

1.

Écrire sans valeur absolue : $|-12|$, $|3-\pi|$ et $|\sqrt{5}-2|$.

INDICE

Outil : la définition de la valeur absolue. **Début :** cherche d'abord le signe du nombre entre les barres. **Point délicat :** pour $\sqrt{5}$ et 2, compare leurs carrés.

2.

À Midelt, un matin d'hiver, le thermomètre indique -7 degrés ; l'après-midi, il indique 9 degrés. On place ces deux valeurs sur une droite graduée. Calculer l'écart entre ces températures comme une distance.

INDICE

Outil : la distance entre deux réels x et y est $|x-y|$.

Exercice 6

La tolérance d'une résistance électrique

1.

Un fabricant garantit qu'une résistance marquée 220 ohms a une valeur R telle que $|R - 220| \leq 11$. Entre quelles valeurs se trouve R ?

INDICE

Outil : la propriété valeur absolue et intervalle centré, avec $a = 220$ et $r = 11$.

2.

Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des réels x tels que $|x + 2| < 4$.

INDICE

Début : écris $x + 2 = x - (-2)$: c'est la distance de x à -2. **Point délicat :** l'inégalité est stricte.

3.

Écrire la condition $x \in [-1 ; 9]$ à l'aide d'une valeur absolue.

INDICE

Début : le centre est le milieu des deux bornes. **Ensuite :** le rayon est la moitié de la longueur de l'intervalle.

Exercice 7

La masse d'un colis

Un colis est formé d'un carton et de son contenu. La masse c du carton, en kilogrammes, vérifie $0{,}4 \leq c \leq 0{,}5$. La masse m du contenu vérifie $3{,}2 \leq m \leq 3{,}6$.

1.

Encadrer la masse totale $m + c$ du colis.

INDICE

Outil : l'encadrement d'une somme : on additionne membre à membre.

2.

Encadrer la différence $m - c$, qui indique de combien le contenu est plus lourd que le carton.

INDICE

Début : encadre d'abord $-c$. **Point délicat :** multiplier par -1 change le sens et échange les bornes.

3.

Comparer l'amplitude de chacun des deux encadrements obtenus avec celles des encadrements de m et de c.

INDICE

Outil : l'amplitude d'un encadrement $a \leq x \leq b$ est $b - a$.

Exercice 8

Approximations décimales d'un quotient et d'une racine

1.

Donner les approximations décimales de $\frac{17}{6}$ par défaut et par excès, à 10^{-1} près puis à 10^{-2} près.

INDICE

Outil : la définition des approximations décimales. **Début :** pour justifier $2{,}8 \leq \frac{17}{6}$, compare $6 \times 2{,}8$ et 17.

2.

Calculer $2{,}23^2$ et $2{,}24^2$. En déduire les approximations décimales de $\sqrt{5}$ à 10^{-2} près, sans utiliser la touche racine.

INDICE

Outil : pour des réels positifs, l'ordre des carrés est celui des nombres. **Point délicat :** 5 est le carré de $\sqrt{5}$.

3.

Sachant que $2{,}236^2 = 4{,}999696$ et $2{,}237^2 = 5{,}004169$, dire si $2{,}236$ est une valeur approchée de $\sqrt{5}$ à 10^{-3} près, et de quel type.

INDICE

Outil : la définition d'une valeur approchée par défaut. **Début :** encadre $\sqrt{5}$ comme à la question 2.