BURHAN

La droite dans le plan : exercices, entraînement

Tronc Commun · Sciences · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/tc/sciences/mathematiques/la-droite-dans-le-plan/exercices/entrainement

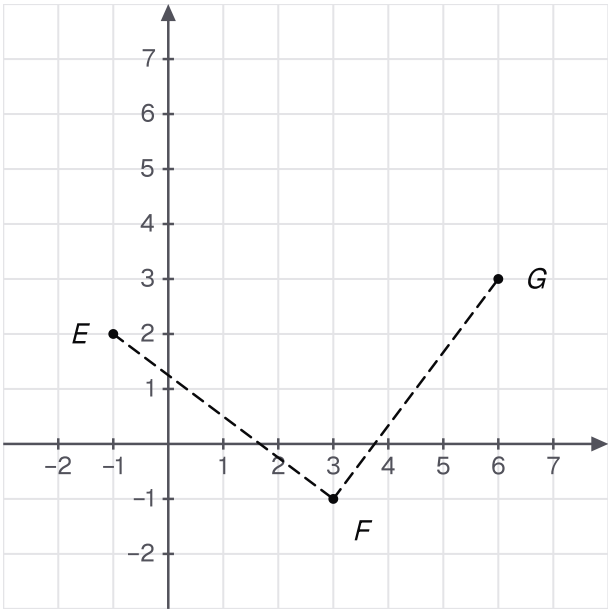
Chapitre	Palier	Exercices
La droite dans le plan	Entraînement	7

Exercice 1

Le quatrième sommet d'un parallélogramme

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $E(-1, 2)$, $F(3, -1)$ et $G(6, 3)$. Fais la figure sur ton cahier.

Rappel du chapitre « Calcul vectoriel dans le plan » : $EFGH$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$.



Les trois points E(-1, 2), F(3, -1) et G(6, 3) de l'énoncé, placés dans le repère.

1.

Calculer les coordonnées du point H tel que $EFGH$ soit un parallélogramme.

INDICE

Début : pose $H(x, y)$ et calcule $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{HG}$. **Ensuite :** deux vecteurs sont égaux si et seulement si leurs coordonnées sont égales.

2.

Contrôler le résultat en calculant les coordonnées des milieux des diagonales $[EG]$ et $[FH]$.

INDICE

Outil : les diagonales d'un parallélogramme ont le même milieu ; calcule chacun des deux milieux.

3.

Calculer les coordonnées du point N tel que E soit le milieu de $[FN]$. Montrer que N, E et F sont alignés.

INDICE

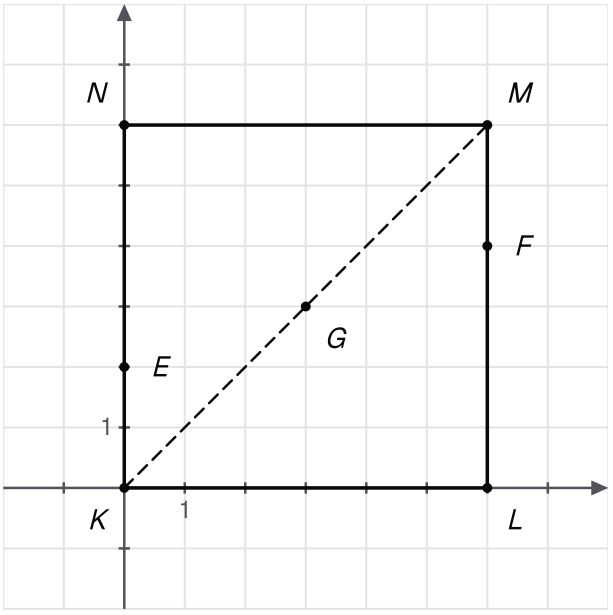
Début : E milieu de $[FN]$ donne $x_E = \dfrac{x_F + x_N}{2}$, et de même pour les ordonnées. **Ensuite :** compare $\overrightarrow{EN}$ et $\overrightarrow{EF}$.

Exercice 2

Trois points alignés dans un carré, par deux méthodes

$KLMN$ est un carré. On le place dans un repère orthonormé d'origine K, avec $L(6,0)$, $M(6,6)$ et $N(0,6)$.

- E est le point tel que $\overrightarrow{KE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{KN}$;
- F est le point tel que $\overrightarrow{LF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{LM}$;
- G est le centre du carré, milieu de la diagonale $[KM]$.



Le carré KLMN d'origine K, avec le point E sur [KN], le point F sur [LM] et le centre G.

1.

Calculer les coordonnées des points E, F et G.

INDICE

Début : calcule $\overrightarrow{KN}$ et $\overrightarrow{LM}$, puis multiplie par le réel donné. **Ensuite :** ajoute les coordonnées du point de départ.

2.

Démontrer que E, G et F sont alignés à l'aide d'un déterminant.

INDICE

Outil : la condition analytique d'alignement, avec $\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{EF}$.

3.

Retrouver ce résultat par une autre méthode : trouver le réel k tel que $\overrightarrow{EF} = k\,\overrightarrow{EG}$. En déduire la position de G sur le segment $[EF]$.

INDICE

Début : compare les abscisses, puis contrôle avec les ordonnées. **Ensuite :** pour la position de G, cherche par quel nombre il faut multiplier $\overrightarrow{EF}$ pour obtenir $\overrightarrow{EG}$.

Exercice 3

Une droite par deux points, sous plusieurs formes

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(-1, 4)$ et $B(3, -2)$.

1.

Écrire une représentation paramétrique de la droite (AB).

INDICE

Outil : la droite (AB) passe par A et a pour vecteur directeur $\overrightarrow{AB}$.

2.

Déterminer une équation cartésienne de (AB), puis vérifier que A et B la satisfont.

INDICE

Outil : $\det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = 0$. **Ensuite :** simplifie l'équation par un facteur commun.

3.

En déduire l'équation réduite de (AB). Calculer l'ordonnée du point de (AB) d'abscisse 7, puis retrouver ce point avec la représentation paramétrique.

INDICE

Début : isole y dans l'équation cartésienne. **Ensuite :** dans la représentation paramétrique, cherche t tel que $x = 7$.

Exercice 4

D'une représentation à l'autre

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On considère la droite D de représentation paramétrique

$$D : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

et la droite D' d'équation $5x - 2y + 6 = 0$.

1.

Déterminer une équation cartésienne de D en éliminant le paramètre.

INDICE

Début : la seconde ligne donne t en fonction de y. **Ensuite :** remplace t dans la première ligne, puis multiplie par 2.

2.

Écrire une représentation paramétrique de D'.

INDICE

Outil : le vecteur $(-b, a)$ dirige D'. **Début :** donne à x la valeur 0 pour trouver un point de D'.

3.

Le point $W(-4, 3)$ appartient-il à D ? à D' ? Pour D, contrôler la réponse avec la représentation paramétrique.

INDICE

Outil : remplace les coordonnées de W dans chaque équation cartésienne. **Ensuite :** cherche la valeur de t qui donne $x = -4$.

Exercice 5

Deux tarifs de taxi

Dans un repère orthonormé, le point $M(x, y)$ représente une course de x kilomètres payée y dirhams. Chez une première compagnie, le prix d'une course est $y = 2x + 7$: les points de ce tarif sont sur la droite D_1 d'équation réduite $y = 2x + 7$.

1.

Écrire une équation cartésienne de D_1 et donner un vecteur directeur de D_1.

INDICE

Début : fais tout passer dans un même membre. **Ensuite :** lis le vecteur $(1, m)$ sur l'équation réduite.

2.

Une seconde compagnie fait payer le même prix par kilomètre, et une course de 4 km y coûte 13 dirhams. Ses points sont sur la droite D_2 parallèle à D_1 passant par $W(4, 13)$. Déterminer une équation cartésienne de D_2, puis son équation réduite.

INDICE

Outil : deux droites parallèles ont un vecteur directeur commun. **Début :** écris $\det(\overrightarrow{WM}, \vec{u}) = 0$.

3.

Les droites D_1 et D_2 sont-elles confondues ? Que peut-on en déduire pour les prix des deux compagnies ?

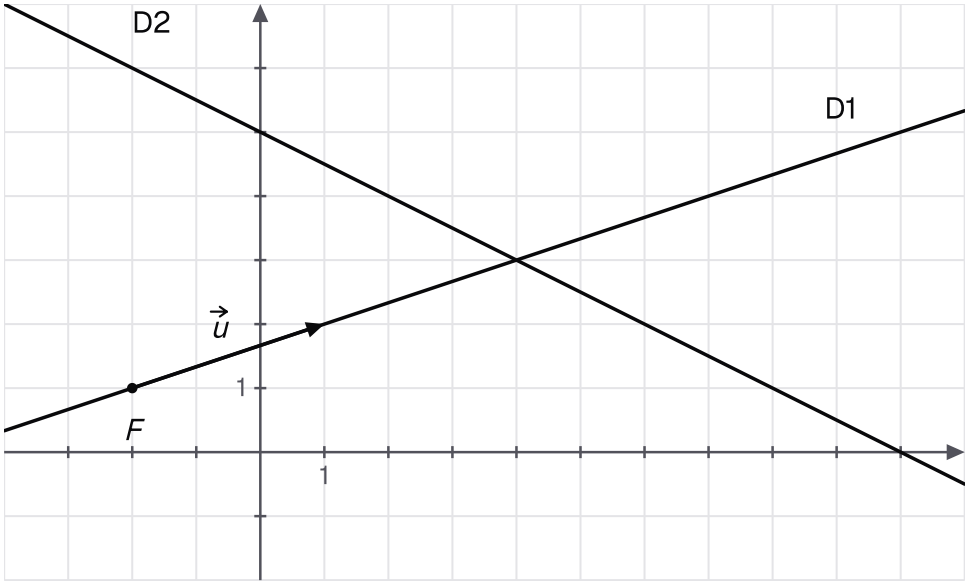
INDICE

Outil : teste un point de D_2 dans l'équation de D_1. **Ensuite :** compare $2x + 7$ et $2x + 5$.

Exercice 6

Les routes de trois bateaux

Sur une carte marine munie d'un repère orthonormé, un premier bateau suit la route rectiligne D_1, qui passe par le phare $F(-2, 1)$ et a pour vecteur directeur $\vec{u}(3, 1)$. Un deuxième bateau suit la route D_2 d'équation $x + 2y - 10 = 0$. On ne s'intéresse qu'aux routes, pas aux horaires.



La route D1 passe par le phare F avec la direction du vecteur u ; la route D2 a pour équation x + 2y - 10 = 0.

1.

Écrire une représentation paramétrique de D_1. Justifier que les routes D_1 et D_2 se croisent.

INDICE

Outil : un vecteur directeur de D_2 se lit $(-b, a)$. **Ensuite :** calcule le déterminant des deux vecteurs directeurs.

2.

Calculer les coordonnées du point I où les deux routes se croisent.

INDICE

Début : remplace x et y de la représentation de D_1 dans l'équation de D_2. **Ensuite :** résous l'équation d'inconnue t.

3.

Un troisième bateau suit la route D_3 d'équation $x - 3y + 15 = 0$. Peut-il croiser la route D_1 ?

INDICE

Outil : compare les vecteurs directeurs de D_1 et D_3. **Ensuite :** si elles sont parallèles, teste le phare F dans l'équation de D_3.

Exercice 7

Quatre droites, trois écritures

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On considère quatre droites. La droite D_1 a pour représentation paramétrique

$$D_1 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}),$$

et les trois autres sont données par une équation :

- $D_2 : x - 2y - 7 = 0$;
- $D_3 : y = \dfrac{1}{2}x + 4$;
- $D_4 : 3x + y - 7 = 0$.

1.

Étudier la position relative de D_1 et D_2.

INDICE

Début : lis un vecteur directeur de chaque droite et calcule leur déterminant. **Point délicat :** un déterminant nul ne suffit pas à conclure.

2.

Étudier la position relative de D_2 et D_3.

INDICE

Début : écris d'abord une équation cartésienne de D_3, sans fraction. **Ensuite :** calcule $ab' - a'b$.

3.

Justifier que D_1 et D_4 sont sécantes, puis calculer les coordonnées de leur point commun.

INDICE

Outil : le déterminant des vecteurs directeurs. **Ensuite :** reporte la représentation de D_1 dans l'équation de D_4 : c'est-à-dire remplace x et y par les expressions en t.