BURHAN

La droite dans le plan : exercices, entraînement

Tronc Commun · Sciences · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/tc/sciences/mathematiques/la-droite-dans-le-plan/exercices/entrainement

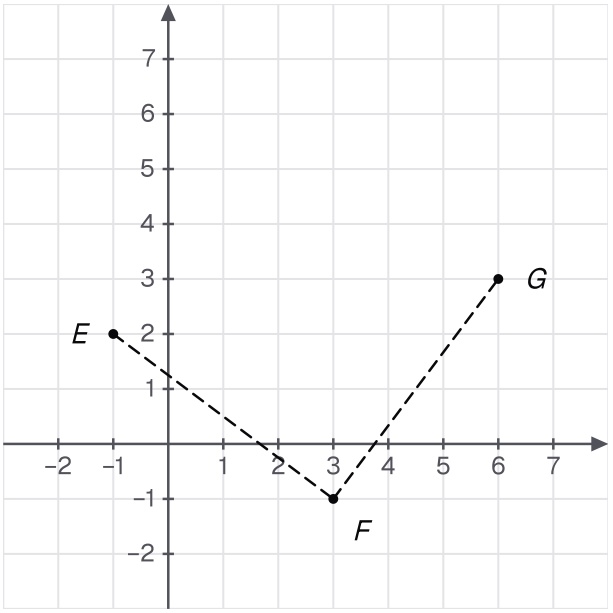
Chapitre	Palier	Exercices
La droite dans le plan	Entraînement	7

Exercice 1

Le quatrième sommet d'un parallélogramme

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $E(-1, 2)$, $F(3, -1)$ et $G(6, 3)$. Fais la figure sur ton cahier.

Rappel du chapitre « Calcul vectoriel dans le plan » : $EFGH$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$.



Les trois points E(-1, 2), F(3, -1) et G(6, 3) de l'énoncé, placés dans le repère.

1.

Calculer les coordonnées du point H tel que $EFGH$ soit un parallélogramme.

INDICE

Début : pose $H(x, y)$ et calcule $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{HG}$. **Ensuite :** deux vecteurs sont égaux si et seulement si leurs coordonnées sont égales.

CORRIGÉ

Vecteurs. D'après les coordonnées d'un vecteur défini par deux points, $\overrightarrow{EF}$ a pour coordonnées $(3 - (-1), -1 - 2) = (4, -3)$. Avec $H(x, y)$, le vecteur $\overrightarrow{HG}$ a pour coordonnées $(6 - x, 3 - y)$.

Égalité. Deux vecteurs sont égaux si et seulement s'ils ont les mêmes coordonnées. Donc $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$ équivaut à $6 - x = 4$ et $3 - y = -3$, soit $x = 2$ et $y = 6$.

Conclusion. $EFGH$ est un parallélogramme lorsque $H(2, 6)$.

2.

Contrôler le résultat en calculant les coordonnées des milieux des diagonales $[EG]$ et $[FH]$.

INDICE

Outil : les diagonales d'un parallélogramme ont le même milieu ; calcule chacun des deux milieux.

CORRIGÉ

D'après les coordonnées du milieu d'un segment, on calcule les deux milieux.

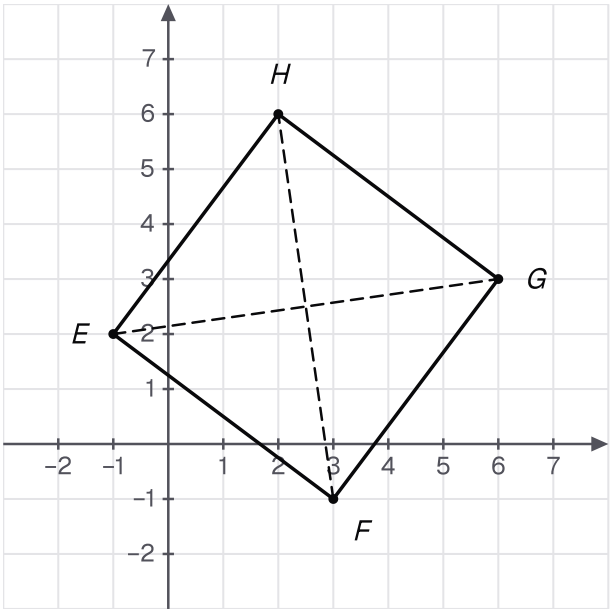
Milieu de $[EG]$.

$$\left(\frac{-1+6}{2}, \frac{2+3}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right).$$

Milieu de $[FH]$.

$$\left(\frac{3+2}{2}, \frac{-1+6}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right).$$

Conclusion. Les diagonales $[EG]$ et $[FH]$ ont le même milieu, de coordonnées $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$: le résultat de la question 1 est confirmé.



Le parallélogramme EFGH avec H(2, 6) : ses diagonales [EG] et [FH] ont le même milieu.

3.

Calculer les coordonnées du point N tel que E soit le milieu de $[FN]$. Montrer que N, E et F sont alignés.

INDICE

Début : E milieu de $[FN]$ donne $x_E = \dfrac{x_F + x_N}{2}$, et de même pour les ordonnées. **Ensuite :** compare $\overrightarrow{EN}$ et $\overrightarrow{EF}$.

CORRIGÉ

Point N. D'après les coordonnées du milieu, E est le milieu de $[FN]$ si et seulement si

$$\frac{3 + x_N}{2} = -1$$

et

$$\frac{-1 + y_N}{2} = 2.$$

La première égalité donne $3 + x_N = -2$, soit $x_N = -5$; la seconde donne $-1 + y_N = 4$, soit $y_N = 5$. Donc $N(-5, 5)$.

Alignement. Le vecteur $\overrightarrow{EN}$ a pour coordonnées $(-5 - (-1), 5 - 2) = (-4, 3)$, et $\overrightarrow{EF}(4, -3)$. Ainsi $\overrightarrow{EN} = -\overrightarrow{EF}$: ces deux vecteurs sont colinéaires et ont l'origine E en commun.

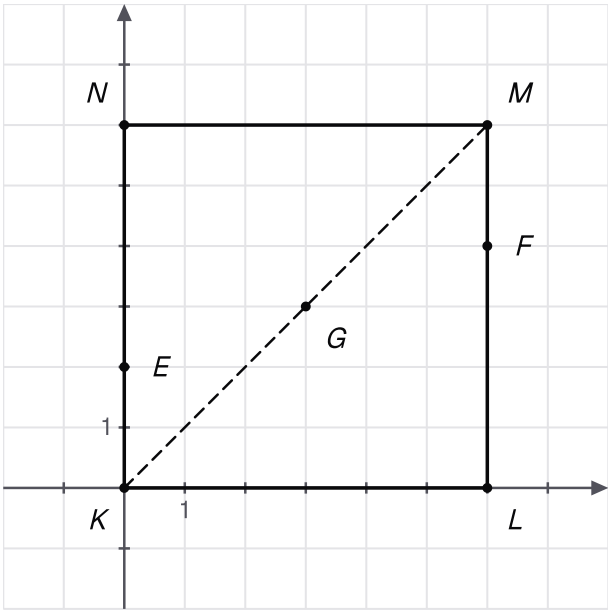
Conclusion. $N(-5, 5)$; les vecteurs $\overrightarrow{EN}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires et $E \neq F$: d'après la propriété d'alignement de trois points (chapitre « Calcul vectoriel dans le plan »), les points N, E et F sont alignés.

Exercice 2

Trois points alignés dans un carré, par deux méthodes

$KLMN$ est un carré. On le place dans un repère orthonormé d'origine K, avec $L(6,0)$, $M(6,6)$ et $N(0,6)$.

- E est le point tel que $\overrightarrow{KE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{KN}$;
- F est le point tel que $\overrightarrow{LF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{LM}$;
- G est le centre du carré, milieu de la diagonale $[KM]$.



Le carré KLMN d'origine K, avec le point E sur [KN], le point F sur [LM] et le centre G.

1.

Calculer les coordonnées des points E, F et G.

INDICE

Début : calcule $\overrightarrow{KN}$ et $\overrightarrow{LM}$, puis multiplie par le réel donné. **Ensuite :** ajoute les coordonnées du point de départ.

CORRIGÉ

Point E. $\overrightarrow{KN}(0,6)$. D'après les calculs sur les coordonnées, $\overrightarrow{KE}$ a pour coordonnées $\left(\frac{1}{3}\times 0, \frac{1}{3}\times 6\right) = (0,2)$. Comme K est l'origine du repère, E a les coordonnées de $\overrightarrow{KE}$: $E(0,2)$.

Point F. $\overrightarrow{LM}(0,6)$, donc $\overrightarrow{LF}$ a pour coordonnées $\left(\frac{2}{3}\times 0, \frac{2}{3}\times 6\right) = (0,4)$. Avec $F(x_F, y_F)$, on a aussi $\overrightarrow{LF}(x_F - 6, y_F - 0)$. Donc $x_F - 6 = 0$ et $y_F = 4$: $F(6,4)$.

Point G. D'après les coordonnées du milieu, G a pour coordonnées $\left(\frac{0+6}{2}, \frac{0+6}{2}\right) = (3,3)$.

Conclusion. $E(0,2)$, $F(6,4)$ et $G(3,3)$.

2.

Démontrer que E, G et F sont alignés à l'aide d'un déterminant.

INDICE

Outil : la condition analytique d'alignement, avec $\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{EF}$.

CORRIGÉ

Vecteurs. D'après les coordonnées d'un vecteur défini par deux points, $\overrightarrow{EG}(3-0, 3-2)$ et $\overrightarrow{EF}(6-0, 4-2)$, soit $\overrightarrow{EG}(3, 1)$ et $\overrightarrow{EF}(6, 2)$.

Déterminant.

$$\begin{aligned}&\det(\overrightarrow{EG}, \overrightarrow{EF})\\&= 3 \times 2 - 6 \times 1 = 0\end{aligned}$$

Conclusion. Le déterminant est nul : d'après la condition analytique d'alignement, les points E, G et F sont alignés.

3.

Retrouver ce résultat par une autre méthode : trouver le réel k tel que $\overrightarrow{EF} = k\,\overrightarrow{EG}$. En déduire la position de G sur le segment $[EF]$.

INDICE

Début : compare les abscisses, puis contrôle avec les ordonnées. **Ensuite :** pour la position de G, cherche par quel nombre il faut multiplier $\overrightarrow{EF}$ pour obtenir $\overrightarrow{EG}$.

CORRIGÉ

Coefficient. On cherche le réel k tel que $\overrightarrow{EF} = k\,\overrightarrow{EG}$. Les abscisses donnent $6 = 3k$, soit $k = \dfrac{6}{3} = 2$. Contrôle sur les ordonnées : $2 \times 1 = 2$. Donc $\overrightarrow{EF} = 2\,\overrightarrow{EG}$: ces vecteurs sont colinéaires, et l'on retrouve que E, G et F sont alignés.

Position. En multipliant les deux membres par $\dfrac{1}{2}$, on obtient $\overrightarrow{EG} = \dfrac{1}{2}\,\overrightarrow{EF}$: G est le milieu de $[EF]$. Contrôle par les coordonnées du milieu : $\left(\dfrac{0+6}{2}, \dfrac{2+4}{2}\right) = (3, 3)$.

Conclusion. $k = 2$, et le point G est le milieu du segment $[EF]$.

Exercice 3

Une droite par deux points, sous plusieurs formes

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(-1, 4)$ et $B(3, -2)$.

1.

Écrire une représentation paramétrique de la droite (AB).

INDICE

Outil : la droite (AB) passe par A et a pour vecteur directeur $\overrightarrow{AB}$.

CORRIGÉ

Vecteur directeur. $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(3-(-1), -2-4) = (4, -6)$. D'après les vecteurs directeurs d'une droite, $\overrightarrow{AB}$ dirige la droite (AB), qui passe par $A(-1, 4)$.

Représentation. D'après la représentation paramétrique d'une droite, $M(x, y)$ appartient à (AB) si et seulement s'il existe un réel t tel que :

$$\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 4 - 6t \end{cases}$$

Conclusion. Ces deux égalités, pour t parcourant $\mathbb{R}$, donnent une représentation paramétrique de (AB).

2.

Déterminer une équation cartésienne de (AB), puis vérifier que A et B la satisfont.

INDICE

Outil : $\det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = 0$. **Ensuite :** simplifie l'équation par un facteur commun.

CORRIGÉ

Condition. Soit $M(x, y)$ un point du plan ; $\overrightarrow{AM}(x+1, y-4)$. D'après la condition analytique de colinéarité, M appartient à (AB) si et seulement si $\det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = 0$.

Développement.

$$\begin{aligned} &\det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) \\ &= -6(x+1) - 4(y-4) \\ &= -6x - 6 - 4y + 16 \\ &= -6x - 4y + 10 \end{aligned}$$

On obtient l'équation $-6x - 4y + 10 = 0$. En divisant ses deux membres par -2, elle équivaut à $3x + 2y - 5 = 0$.

Contrôle. $3 \times (-1) + 2 \times 4 - 5 = 0$ pour A, et $3 \times 3 + 2 \times (-2) - 5 = 0$ pour B.

Conclusion. Une équation cartésienne de (AB) est $3x + 2y - 5 = 0$, et les points A et B la vérifient.

3.

En déduire l'équation réduite de (AB). Calculer l'ordonnée du point de (AB) d'abscisse 7, puis retrouver ce point avec la représentation paramétrique.

INDICE

Début : isole y dans l'équation cartésienne. **Ensuite :** dans la représentation paramétrique, cherche t tel que $x = 7$.

CORRIGÉ

Équation réduite. $3x + 2y - 5 = 0$ équivaut à $2y = -3x + 5$, puis à $y = -\dfrac{3}{2}x + \dfrac{5}{2}$.

Point d'abscisse 7.

$$\begin{aligned} y &= -\frac{3}{2} \times 7 + \frac{5}{2} \\ &= -\frac{21}{2} + \frac{5}{2} = -8 \end{aligned}$$

C'est le point $(7, -8)$.

Avec le paramètre. L'égalité $-1 + 4t = 7$ donne $4t = 8$, soit $t = 2$. Alors $y = 4 - 6 \times 2 = -8$: on retrouve le point $(7, -8)$.

Conclusion. L'équation réduite de (AB) est $y = -\dfrac{3}{2}x + \dfrac{5}{2}$; le point de (AB) d'abscisse 7 est $(7, -8)$, de paramètre $t = 2$.

Exercice 4

D'une représentation à l'autre

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On considère la droite D de représentation paramétrique

$$D : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

et la droite D' d'équation $5x - 2y + 6 = 0$.

1.

Déterminer une équation cartésienne de D en éliminant le paramètre.

INDICE

Début : la seconde ligne donne t en fonction de y. **Ensuite :** remplace t dans la première ligne, puis multiplie par 2.

CORRIGÉ

Paramètre. La seconde ligne, $y = -1 + 2t$, donne $t = \dfrac{y+1}{2}$.

Remplacement. On remplace t par cette expression dans la première ligne :

$$x = 2 - \frac{3(y+1)}{2}.$$

En multipliant par 2 : $2x = 4 - 3y - 3$, c'est-à-dire $2x + 3y - 1 = 0$.

Contrôle. Le point $(2, -1)$ de D, obtenu pour $t = 0$, donne $2 \times 2 + 3 \times (-1) - 1 = 4 - 3 - 1 = 0$. De plus, le vecteur $(-b, a) = (-3, 2)$ est le vecteur directeur lu sur la représentation.

Conclusion. Une équation cartésienne de D est $2x + 3y - 1 = 0$.

2.

Écrire une représentation paramétrique de D'.

INDICE

Outil : le vecteur $(-b, a)$ dirige D'. **Début :** donne à x la valeur 0 pour trouver un point de D'.

CORRIGÉ

Vecteur. Ici $a = 5$ et $b = -2$: d'après l'équation cartésienne d'une droite, le vecteur $(-b, a) = (2, 5)$ dirige D'.

Point. Pour $x = 0$, l'équation devient $-2y + 6 = 0$, soit $y = 3$: le point $(0, 3)$ appartient à D'.

Représentation. D'après la représentation paramétrique d'une droite, avec le point $(0, 3)$ et le vecteur $(2, 5)$:

$$D' : \begin{cases} x = 2t \\ y = 3 + 5t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Contrôle avec $t = 1$: le point $(2, 8)$ vérifie $5 \times 2 - 2 \times 8 + 6 = 10 - 16 + 6 = 0$.

Conclusion. Les égalités $x = 2t$ et $y = 3 + 5t$, pour t réel, forment une représentation paramétrique de D'.

3.

Le point $W(-4, 3)$ appartient-il à D ? à D' ? Pour D, contrôler la réponse avec la représentation paramétrique.

INDICE

Outil : remplace les coordonnées de W dans chaque équation cartésienne. **Ensuite :** cherche la valeur de t qui donne $x = -4$.

CORRIGÉ

Droite D. $2 \times (-4) + 3 \times 3 - 1 = 0$: d'après l'équation cartésienne d'une droite, W appartient à D. Contrôle avec la représentation : $2 - 3t = -4$ donne $-3t = -6$, soit $t = 2$; alors $y = -1 + 2 \times 2 = 3$, qui est bien l'ordonnée de W.

Droite D'. $5 \times (-4) - 2 \times 3 + 6 = -20$, qui n'est pas nul : W n'appartient pas à D'.

Conclusion. Le point $W(-4, 3)$ appartient à D, pour le paramètre $t = 2$, mais il n'appartient pas à D'.

Exercice 5

Deux tarifs de taxi

Dans un repère orthonormé, le point $M(x, y)$ représente une course de x kilomètres payée y dirhams. Chez une première compagnie, le prix d'une course est $y = 2x + 7$: les points de ce tarif sont sur la droite D_1 d'équation réduite $y = 2x + 7$.

1.

Écrire une équation cartésienne de D_1 et donner un vecteur directeur de D_1.

INDICE

Début : fais tout passer dans un même membre. **Ensuite :** lis le vecteur $(1, m)$ sur l'équation réduite.

CORRIGÉ

Équation. En retranchant y aux deux membres, $y = 2x + 7$ équivaut à $0 = 2x - y + 7$, c'est-à-dire $2x - y + 7 = 0$.

Vecteur. D'après l'équation réduite d'une droite, la droite d'équation $y = mx + p$ est dirigée par $(1, m)$: ici, $\vec{u}(1, 2)$ dirige D_1. Contrôle sur l'équation cartésienne : $(-b, a) = (1, 2)$.

Conclusion. D_1 a pour équation cartésienne $2x - y + 7 = 0$ et pour vecteur directeur $\vec{u}(1, 2)$.

2.

Une seconde compagnie fait payer le même prix par kilomètre, et une course de 4 km y coûte 13 dirhams. Ses points sont sur la droite D_2 parallèle à D_1 passant par $W(4, 13)$. Déterminer une équation cartésienne de D_2, puis son équation réduite.

INDICE

Outil : deux droites parallèles ont un vecteur directeur commun. **Début :** écris $\det(\overrightarrow{WM}, \vec{u}) = 0$.

CORRIGÉ

Vecteur. D_2 est parallèle à D_1 : d'après les positions relatives de deux droites, $\vec{u}(1, 2)$ dirige aussi D_2.

Équation. Soit $M(x, y)$ un point du plan ; $\overrightarrow{WM}(x - 4, y - 13)$. D'après la condition analytique de colinéarité, M appartient à D_2 si et seulement si $\det(\overrightarrow{WM}, \vec{u}) = 0$:

$$\begin{aligned} &\det(\overrightarrow{WM}, \vec{u}) \\ &= 2(x - 4) - 1 \times (y - 13) \\ &= 2x - y + 5 \end{aligned}$$

D'où l'équation $2x - y + 5 = 0$, qui équivaut à $y = 2x + 5$. Contrôle : $2 \times 4 + 5 = 13$.

Conclusion. D_2 a pour équation cartésienne $2x - y + 5 = 0$ et pour équation réduite $y = 2x + 5$.

3.

Les droites D_1 et D_2 sont-elles confondues ? Que peut-on en déduire pour les prix des deux compagnies ?

INDICE

Outil : teste un point de D_2 dans l'équation de D_1. **Ensuite :** compare $2x+7$ et $2x+5$.

CORRIGÉ

Position. Les droites D_1 et D_2 sont parallèles. Le point $W(4,13)$ de D_2 donne, dans l'équation de D_1, $2\times 4-13+7=2$, qui n'est pas nul : W n'est pas sur D_1. D'après les positions relatives de deux droites, D_1 et D_2 sont strictement parallèles.

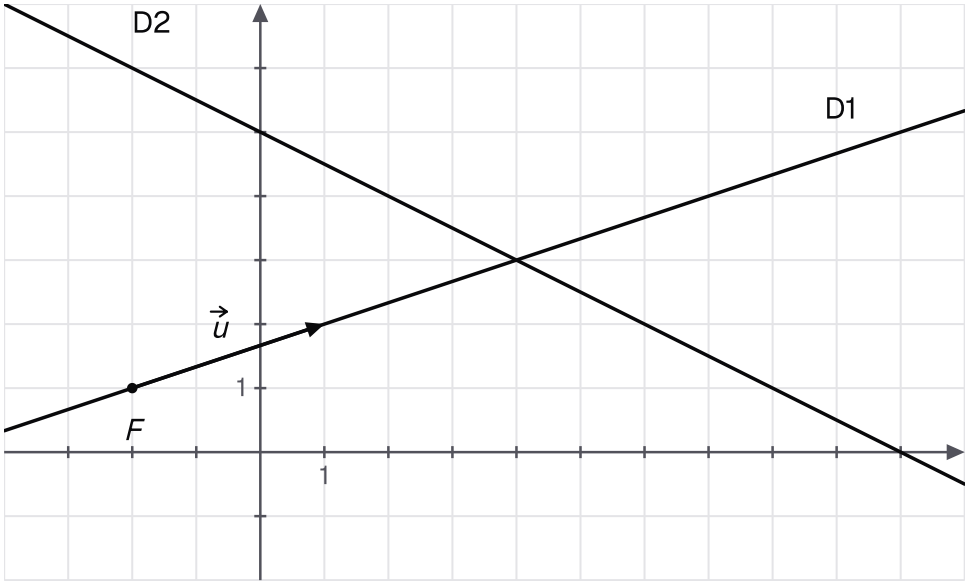
Prix. Pour une course de x kilomètres, quel que soit x, la différence des deux prix vaut $(2x+7)-(2x+5)=2$.

Conclusion. D_1 et D_2 ne sont pas confondues : pour une même course, la seconde compagnie est toujours moins chère de 2 dirhams.

Exercice 6

Les routes de trois bateaux

Sur une carte marine munie d'un repère orthonormé, un premier bateau suit la route rectiligne D_1, qui passe par le phare $F(-2,1)$ et a pour vecteur directeur $\vec{u}(3,1)$. Un deuxième bateau suit la route D_2 d'équation $x+2y-10=0$. On ne s'intéresse qu'aux routes, pas aux horaires.



La route D1 passe par le phare F avec la direction du vecteur u ; la route D2 a pour équation x + 2y - 10 = 0.

1.

Écrire une représentation paramétrique de D_1. Justifier que les routes D_1 et D_2 se croisent.

INDICE

Outil : un vecteur directeur de D_2 se lit $(-b,a)$. **Ensuite :** calcule le déterminant des deux vecteurs directeurs.

CORRIGÉ

Représentation. D'après la représentation paramétrique d'une droite, avec le phare $F(-2,1)$ et le vecteur $\vec{u}(3,1)$:

$$D_1 : \begin{cases} x = -2+3t \\ y = 1+t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Vecteurs. Pour D_2, $a=1$ et $b=2$: d'après l'équation cartésienne d'une droite, $\vec{v}(-2,1)$ dirige D_2. Le déterminant des deux vecteurs directeurs vaut :

$$\begin{aligned} &\det(\vec{u},\vec{v}) \\ &= 3\times 1-(-2)\times 1 \\ &= 5 \end{aligned}$$

Conclusion. Ce déterminant n'est pas nul : d'après les positions relatives de deux droites, D_1 et D_2 sont sécantes, et les deux routes se croisent.

2.

Calculer les coordonnées du point I où les deux routes se croisent.

INDICE

Début : remplace x et y de la représentation de D_1 dans l'équation de D_2. **Ensuite :** résous l'équation d'inconnue t.

CORRIGÉ

Report. Le point de D_1 de paramètre t a pour coordonnées $(-2+3t, 1+t)$. On les remplace dans le premier membre de l'équation de D_2 :

$$\begin{aligned}&(-2+3t)+2(1+t)-10\\&=-2+3t+2+2t-10\\&=5t-10\end{aligned}$$

Ce point est sur D_2 si et seulement si $5t-10=0$, c'est-à-dire $t=2$.

Point. Pour $t=2$: $x=-2+3\times 2=4$ et $y=1+2=3$. Contrôle dans l'équation de D_2 : $4+2\times 3-10=0$.

Conclusion. Les deux routes se croisent au point $I(4,3)$.

3.

Un troisième bateau suit la route D_3 d'équation $x - 3y + 15 = 0$. Peut-il croiser la route D_1 ?

INDICE

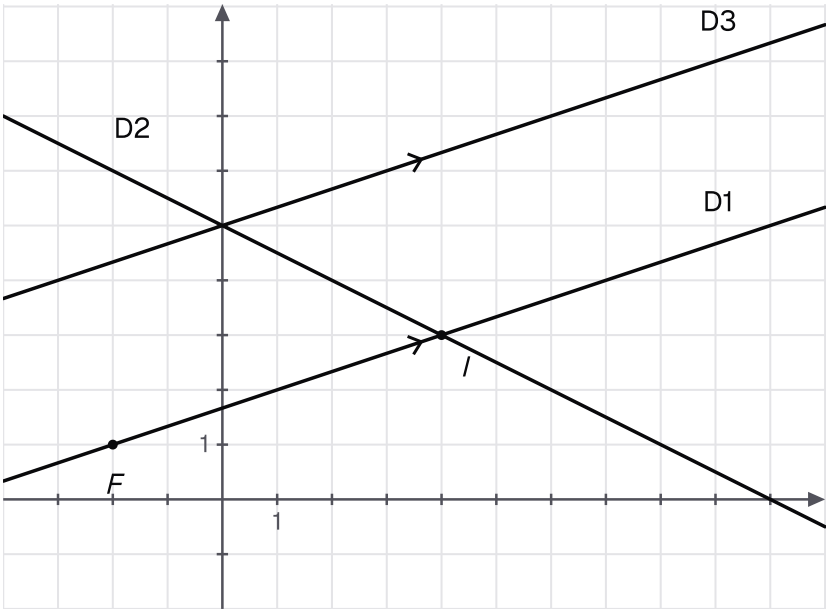
Outil : compare les vecteurs directeurs de D_1 et D_3. **Ensuite :** si elles sont parallèles, teste le phare F dans l'équation de D_3.

CORRIGÉ

Parallélisme. Pour D_3, $a = 1$ et $b = -3$: le vecteur $(-b, a) = (3, 1)$ dirige D_3. C'est le vecteur $\vec{u}$, qui dirige aussi D_1 : le déterminant des vecteurs directeurs est nul, et d'après les positions relatives de deux droites, D_1 et D_3 sont parallèles.

Point test. Le phare $F(-2, 1)$ est sur D_1. Dans l'équation de D_3 : $-2 - 3 \times 1 + 15 = 10$, qui n'est pas nul. Le point F n'est donc pas sur D_3 : les deux droites parallèles ne sont pas confondues, elles sont strictement parallèles.

Conclusion. D_1 et D_3 n'ont aucun point commun : le troisième bateau ne peut pas croiser la route D_1 .



Les routes D1 et D2 se croisent en I(4, 3) ; la route D3, parallèle à D1 sans passer par le phare, ne croise jamais D1.

Exercice 7

Quatre droites, trois écritures

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On considère quatre droites. La droite D_1 a pour représentation paramétrique

$$D_1 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}),$$

et les trois autres sont données par une équation :

- $D_2 : x - 2y - 7 = 0$;
- $D_3 : y = \dfrac{1}{2}x + 4$;
- $D_4 : 3x + y - 7 = 0$.

1.

Étudier la position relative de D_1 et D_2.

INDICE

Début : lis un vecteur directeur de chaque droite et calcule leur déterminant. **Point délicat :** un déterminant nul ne suffit pas à conclure.

CORRIGÉ

Vecteurs. Les coefficients de t donnent le vecteur $(2, 1)$, qui dirige D_1. Pour D_2, $a = 1$ et $b = -2$: le vecteur $(-b, a) = (2, 1)$ dirige D_2.

Parallélisme. Le déterminant de ces deux vecteurs vaut $2 \times 1 - 2 \times 1 = 0$: d'après les positions relatives de deux droites, D_1 et D_2 sont parallèles. Il reste à savoir si elles sont confondues.

Point test. Le point $(1, -3)$ de D_1, obtenu pour $t = 0$, donne dans l'équation de D_2 :
$1 - 2 \times (-3) - 7 = 0$. Ce point appartient donc aux deux droites.

Conclusion. D_1 et D_2 sont parallèles et ont un point commun : elles sont confondues.

2.

Étudier la position relative de D_2 et D_3.

INDICE

Début : écris d'abord une équation cartésienne de D_3, sans fraction. **Ensuite :** calcule $ab' - a'b$.

CORRIGÉ

Équation de D_3. En multipliant par 2, l'équation $y = \frac{1}{2}x + 4$ équivaut à $2y = x + 8$, soit $x - 2y + 8 = 0$.

Parallélisme. Pour D_2, $a = 1$ et $b = -2$; pour D_3, $a' = 1$ et $b' = -2$. Alors $ab' - a'b = 1 \times (-2) - 1 \times (-2) = 0$: d'après les positions relatives de deux droites, D_2 et D_3 sont parallèles.

Point test. Le point $(7, 0)$ est sur D_2, car $7 - 0 - 7 = 0$. Dans l'équation de D_3, on obtient $7 - 0 + 8 = 15$, qui n'est pas nul : ce point n'est pas sur D_3.

Conclusion. D_2 et D_3 sont parallèles sans être confondues : elles sont strictement parallèles.

3.

Justifier que D_1 et D_4 sont sécantes, puis calculer les coordonnées de leur point commun.

INDICE

Outil : le déterminant des vecteurs directeurs. **Ensuite :** reporte la représentation de D_1 dans l'équation de D_4 : c'est-à-dire remplace x et y par les expressions en t.

CORRIGÉ

Sécantes. Le vecteur $(2, 1)$ dirige D_1 ; pour D_4, $a = 3$ et $b = 1$, donc $(-1, 3)$ dirige D_4. Le déterminant vaut $2 \times 3 - (-1) \times 1 = 7$, qui n'est pas nul : d'après les positions relatives de deux droites, D_1 et D_4 sont sécantes.

Report. On remplace x par $1 + 2t$ et y par $-3 + t$ dans le premier membre de l'équation de D_4 :

$$\begin{aligned} &3(1 + 2t) + (-3 + t) - 7 \\ &= 3 + 6t - 3 + t - 7 \\ &= 7t - 7 \end{aligned}$$

L'équation $7t - 7 = 0$ donne $t = 1$.

Point commun. Pour $t = 1$: $x = 1 + 2 = 3$ et $y = -3 + 1 = -2$. Contrôle dans l'équation de D_4 : $3 \times 3 + (-2) - 7 = 0$.

Conclusion. D_1 et D_4 sont sécantes, et leur point commun est $(3, -2)$.