BURHAN

Géométrie dans l'espace : exercices, entraînement

Tronc Commun · Sciences · Mathématiques

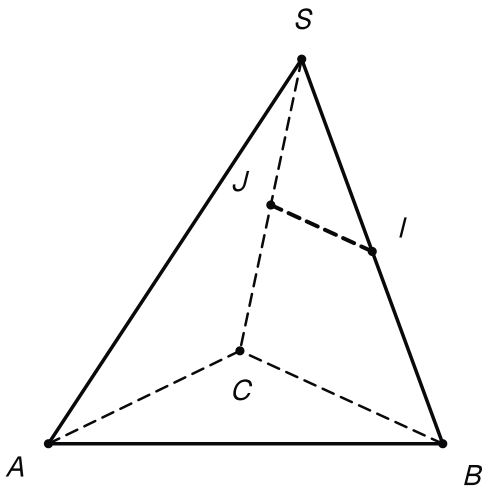
Version en ligne : burhan.ma/tc/sciences/mathematiques/geometrie-dans-l-espace/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Géométrie dans l'espace	Entraînement	7

Exercice 1

Deux milieux dans un tétraèdre

$SABC$ est un tétraèdre. On note I le milieu de l'arête $[SB]$ et J le milieu de l'arête $[SC]$.



Le tétraèdre SABC avec I milieu de [SB], J milieu de [SC] et le segment [IJ].

1.

Justifier que $(IJ) \parallel (BC)$.

INDICE

Piste : dans quel plan se trouvent I, J, B et C ? Quel résultat du collège parle de milieux ?

CORRIGÉ

Les points I et J sont sur $[SB]$ et $[SC]$, donc dans le plan (SBC) : on peut raisonner dans le triangle SBC.

Dans ce triangle, I et J sont les milieux des côtés $[SB]$ et $[SC]$. D'après la propriété de la droite des milieux :

$$(IJ) \parallel (BC)$$

et de plus $IJ = \frac{1}{2}BC$.

Conclusion. Les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.

2.

En déduire que la droite (IJ) est strictement parallèle au plan (ABC).

INDICE

Piste : quelle droite du plan (ABC) est parallèle à (IJ) ? Pour le mot « strictement », le point I peut-il être dans (ABC) ?

CORRIGÉ

Parallélisme. La droite (BC) est incluse dans (ABC), et $(IJ) \parallel (BC)$ d'après la question 1. Donc $(IJ) \parallel (ABC)$ (critère de parallélisme d'une droite et d'un plan).

Le point I. Si I était dans (ABC), la droite (BI) y serait incluse, d'après le troisième axiome d'incidence, car $I \neq B$. Or (BI) est la droite (BS) : le point S serait alors dans (ABC), ce qui est faux pour un tétraèdre. Donc $I \notin (ABC)$.

Strictement. La droite (IJ) est parallèle au plan (ABC) et n'y est pas incluse, puisque son point I n'y est pas.

Conclusion. La droite (IJ) est strictement parallèle au plan (ABC).

3.

Les droites (IJ) et (AB) sont toutes deux parallèles au plan (ABC). Sont-elles parallèles entre elles ? Préciser leur position relative.

INDICE

Piste : si $(IJ) \parallel (AB)$, que dire de (BC) et de (AB) ? Pour un point commun éventuel, utilise la question 2.

CORRIGÉ

Elles ne sont pas parallèles. Si (IJ) et (AB) étaient parallèles, les droites (BC) et (AB), toutes deux parallèles à (IJ), seraient parallèles (droites parallèles dans l'espace). Or elles sont sécantes en B : c'est impossible.

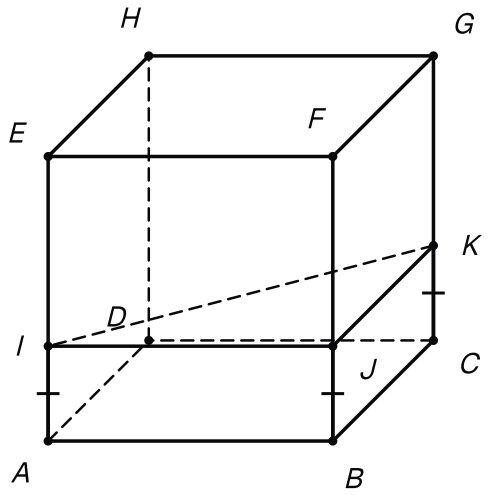
Elles ne sont pas sécantes. D'après la question 2, (IJ) n'a aucun point commun avec le plan (ABC), donc aucun avec la droite (AB), incluse dans ce plan.

Conclusion. Non, (IJ) et (AB) ne sont pas parallèles. Ni parallèles ni sécantes, elles sont non coplanaires.

Exercice 2

Trois points à la même hauteur dans un cube

$ABCDEFGH$ est un cube : face inférieure $ABCD$, face supérieure $EFGH$, avec E, F, G, H au-dessus de A, B, C, D. Sur les arêtes verticales, on place I sur $[AE]$, J sur $[BF]$ et K sur $[CG]$, avec $AI = BJ = CK = \frac{1}{3}AE$.



Le cube avec I, J, K sur les arêtes verticales [AE], [BF], [CG], au tiers de leur hauteur, et le triangle IJK.

1.

Justifier que $(IJ) \parallel (AB)$ et que $(JK) \parallel (BC)$.

INDICE

Piste : que dire des côtés opposés $[AI]$ et $[BJ]$ du quadrilatère $ABJI$?

CORRIGÉ

La droite (IJ). Les arêtes $[AE]$ et $[BF]$ sont parallèles, donc $(AI) \parallel (BJ)$; de plus, $AI = BJ$. Le quadrilatère $ABJI$ a deux côtés opposés $[AI]$ et $[BJ]$ parallèles et de même longueur : c'est un parallélogramme. Donc

$$(IJ) \parallel (AB)$$

La droite (JK). Le même raisonnement, avec les arêtes $[BF]$ et $[CG]$ et l'égalité $BJ = CK$, montre que $BCKJ$ est un parallélogramme. Donc

$$(JK) \parallel (BC)$$

Conclusion. $(IJ) \parallel (AB)$ et $(JK) \parallel (BC)$.

2.

En déduire que les plans (IJK) et (ABC) sont parallèles.

INDICE

Piste : de quoi le critère de parallélisme de deux plans a-t-il besoin ? Regarde les deux droites de la question 1.

CORRIGÉ

Le critère de parallélisme de deux plans demande deux droites sécantes d'un des plans, chacune parallèle à l'autre plan.

Deux droites parallèles à (ABC). La droite (AB) est incluse dans (ABC) et $(IJ) \parallel (AB)$, donc $(IJ) \parallel (ABC)$ (critère de parallélisme d'une droite et d'un plan). De même, $(BC) \subset (ABC)$ et $(JK) \parallel (BC)$, donc $(JK) \parallel (ABC)$.

Elles sont sécantes. Les droites (IJ) et (JK) sont incluses dans (IJK) et passent par J. Elles sont distinctes : sinon (AB) et (BC), parallèles à une même droite, seraient parallèles, alors qu'elles se coupent en B. Elles sont donc sécantes en J.

Conclusion. D'après le critère de parallélisme de deux plans, $(IJK) \parallel (ABC)$.

3.

Le plan (IJK) coupe l'arête $[DH]$ en un point L. Justifier que $(IL) \parallel (AD)$, puis exprimer DL en fonction de AE.

INDICE

Piste : quelles sont les traces du plan (ADH) sur (ABC) et sur (IJK) ?

CORRIGÉ

Les traces du plan (ADH). Les plans (ADH) et (IJK) sont distincts, car $J \notin (ADH)$. Ils ont en commun les points distincts I et L. D'après le quatrième axiome d'incidence :

$$(ADH) \cap (IJK) = (IL)$$

De même, $(ADH) \cap (ABC) = (AD)$.

Parallélisme. Les plans (IJK) et (ABC) sont parallèles (question 2) et distincts, car $I \notin (ABC)$: ils sont strictement parallèles. D'après la propriété du plan coupant deux plans parallèles :

$$(IL) \parallel (AD)$$

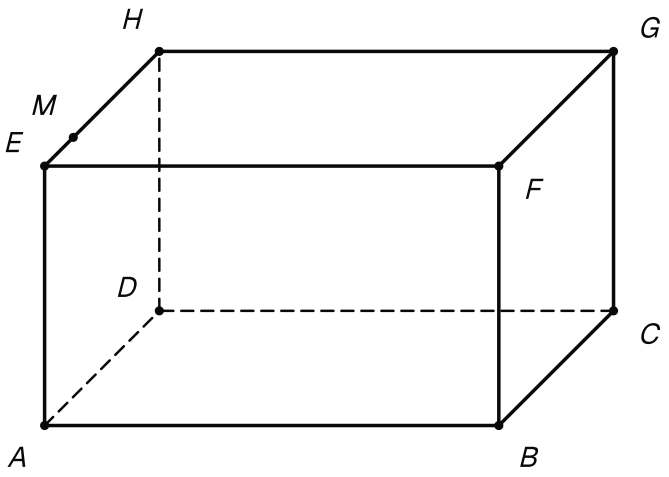
Longueur DL. Le quadrilatère $ADLI$ a ses côtés opposés parallèles deux à deux : $(AI) \parallel (DL)$ et $(IL) \parallel (AD)$. C'est un parallélogramme, donc $DL = AI = \frac{1}{3}AE$.

Conclusion. $(IL) \parallel (AD)$ et $DL = \frac{1}{3}AE$.

Exercice 3

Un plan incliné dans un pavé droit

$ABCDEFGH$ est un pavé droit : face inférieure $ABCD$, face supérieure $EFGH$, avec E, F, G, H au-dessus de A, B, C, D. Le point M est sur $[EH]$, avec $EM = \frac{1}{4}EH$. On étudie le plan (ABM).



Le pavé droit ABCDEFGH et le point M de [EH], au quart de l'arête à partir de E.

1.

Justifier que les plans (ABM) et (EFG) sont sécants.

INDICE

Piste : quel point se trouve dans les deux plans ? Les deux plans sont-ils distincts ?

CORRIGÉ

Un point commun. Le point M est sur $[EH]$, donc dans le plan (EFG) de la face du dessus. Il est aussi dans (ABM).

Deux plans distincts. Le point A appartient à (ABM), mais pas au plan du dessus : les deux plans ne sont pas confondus.

Conclusion. D'après le quatrième axiome d'incidence, les plans (ABM) et (EFG) sont sécants : leur intersection est une droite (Δ), qui passe par M.

2.

Justifier que (Δ) est parallèle à (AB).

INDICE

Piste : quelle arête de la face du dessus est parallèle à (AB) ?

CORRIGÉ

La droite (AB) est incluse dans (ABM) et la droite (EF) dans (EFG). Le quadrilatère $ABFE$ est un rectangle, donc

$$(AB) \parallel (EF)$$

Les plans (ABM) et (EFG) se coupent selon (Δ) (question 1). D'après le théorème du toit, (Δ) est parallèle à (AB) et à (EF).

Conclusion. La droite (Δ) est parallèle à (AB).

3.

On note N le point de $[FG]$ tel que $FN = \frac{1}{4}FG$. Justifier que $N \in (\Delta)$.

INDICE

Piste : que dire des côtés $[EM]$ et $[FN]$ du quadrilatère $EFNM$?

CORRIGÉ

Le quadrilatère $EFNM$. Les segments $[EM]$ et $[FN]$ sont parallèles, car $(EH) \parallel (FG)$, et ils ont la même longueur :

$$\begin{aligned} EM &= \frac{1}{4}EH \\ &= \frac{1}{4}FG = FN \end{aligned}$$

Donc $EFNM$ est un parallélogramme, et $(MN) \parallel (EF)$.

La droite (Δ). D'après la question 2, (Δ) passe par M et elle est parallèle à (EF). Par le point M passe une seule parallèle à (EF) : c'est (MN). Donc $(\Delta) = (MN)$.

Conclusion. Le point N est sur (MN), donc $N \in (\Delta)$.

4.

Donner la section du pavé par le plan (ABM), puis justifier que c'est un rectangle.

INDICE

Piste : cherche les côtés de la section face par face. Pour l'angle en A, la droite (AB) est-elle orthogonale au plan de la face $ADHE$?

CORRIGÉ

La section. Le plan (ABM) coupe la face du fond selon $[AB]$, la face $BCGF$ selon $[BN]$, la face du dessus selon $[NM]$ (question 3) et la face $ADHE$ selon $[MA]$: la section est le quadrilatère $ABNM$.

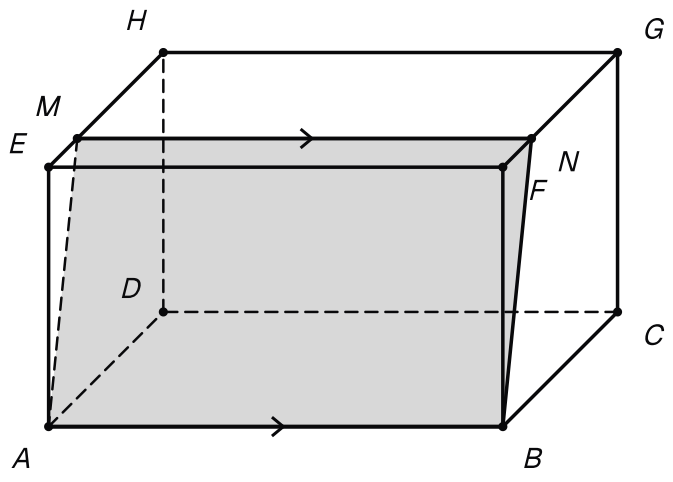
Un parallélogramme. Ses côtés $[AB]$ et $[MN]$ sont parallèles, car tous deux parallèles à (EF). Ils ont la même longueur, car $MN = EF = AB$. Donc $ABNM$ est un parallélogramme.

Un angle droit en A. Les faces $ABCD$ et $ABFE$ sont des rectangles : $(AB) \perp (AD)$ et $(AB) \perp (AE)$. Les droites (AD) et (AE) sont sécantes en A et incluses dans (ADH). D'après le critère d'orthogonalité d'une droite et d'un plan :

$$(AB) \perp (ADH)$$

La droite (AM) est incluse dans (ADH), donc $(AB) \perp (AM)$.

Conclusion. La section du pavé par le plan (ABM) est le quadrilatère $ABNM$. Parallélogramme qui a un angle droit en A, c'est un rectangle.

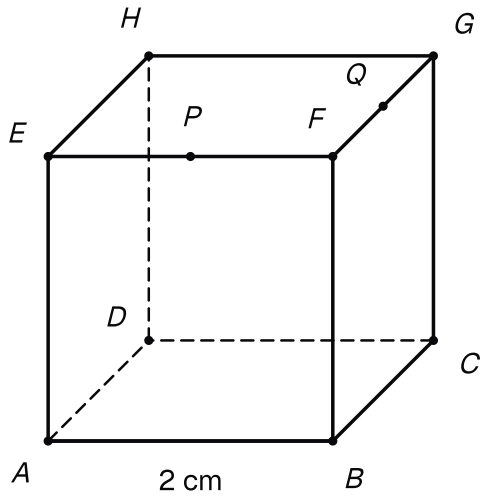


La section du pavé par le plan (ABM) : le rectangle ABNM.

Exercice 4

Une section en trapèze dans un cube

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête 2 cm : face inférieure $ABCD$, face supérieure $EFGH$, avec E, F, G, H au-dessus de A, B, C, D. On note P le milieu de $[EF]$ et Q le milieu de $[FG]$. On cherche la section du cube par le plan (CPQ).



Le cube d'arête 2 cm avec P milieu de [EF] et Q milieu de [FG].

1.

Justifier que $(PQ) \parallel (EG)$ et que $(EG) \parallel (AC)$.

INDICE

Piste : quels milieux le triangle EFG contient-il ? Pour la seconde partie, que dire des arêtes $[AE]$ et $[CG]$?

CORRIGÉ

Dans la face du dessus. Dans le triangle EFG, P et Q sont les milieux de $[EF]$ et de $[FG]$. D'après la propriété de la droite des milieux, $(PQ) \parallel (EG)$ et $PQ = \frac{1}{2}EG$.

Le quadrilatère $ACGE$. Les faces $ABFE$ et $BCGF$ sont des carrés : $(AE) \parallel (BF)$ et $(BF) \parallel (CG)$, donc $(AE) \parallel (CG)$ (droites parallèles dans l'espace). De plus, $AE = CG$. Le quadrilatère $ACGE$ a deux côtés opposés parallèles et de même longueur : c'est un parallélogramme, donc $(EG) \parallel (AC)$ et $EG = AC$.

Conclusion. $(PQ) \parallel (EG)$ et $(EG) \parallel (AC)$.

2.

En déduire que le point A appartient au plan (CPQ).

INDICE

Piste : les droites (PQ) et (AC) sont-elles strictement parallèles ? Quel plan déterminent-elles ?

CORRIGÉ

Deux droites strictement parallèles. Les droites (PQ) et (AC) sont parallèles à (EG) (question 1), donc parallèles entre elles (droites parallèles dans l'espace). Elles sont distinctes, car P n'est pas dans le plan du fond, qui contient (AC) : elles sont strictement parallèles.

Le plan qu'elles déterminent. Elles déterminent donc un unique plan (R) (plan défini par deux droites strictement parallèles). Il contient P, Q et C. Ces trois points ne sont pas alignés : C est sur (AC), qui n'a aucun point commun avec (PQ). Donc (R) est le plan (CPQ).

Conclusion. Le plan (CPQ) contient la droite (AC) : le point A appartient au plan (CPQ).

3.

Donner la section du cube par le plan (CPQ) et sa nature.

INDICE

Piste : quels points du plan (CPQ) se trouvent sur une même face ?

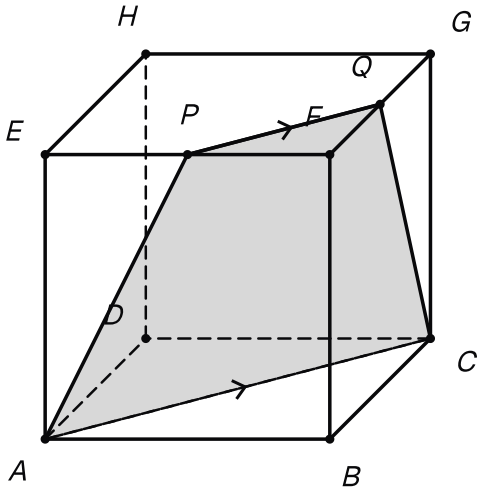
CORRIGÉ

Le plan (CPQ) contient deux points de chacune des faces suivantes, et il les coupe selon le segment qui les joint :

- la face du fond, selon $[AC]$;
- la face $EFGH$, selon $[PQ]$;
- la face $ABFE$, selon $[AP]$;
- la face $BCGF$, selon $[CQ]$.

La section est donc le quadrilatère $ACQP$. Ses côtés $[AC]$ et $[PQ]$ sont parallèles, d'après la question 2.

Conclusion. La section du cube par le plan (CPQ) est le quadrilatère $ACQP$: c'est un trapèze.



La section du cube par le plan (CPQ) : le trapèze ACQP, de bases [PQ] et [AC].

4.

Calculer les longueurs des côtés du trapèze $ACQP$. Que peux-tu en conclure ?

INDICE

Piste : dans quel triangle rectangle d'une face se trouve le segment $[AP]$?

CORRIGÉ

Côté $[AC]$. Le triangle ABC est rectangle en B, car $ABCD$ est un carré. D'après le théorème de Pythagore, $AC^2 = 2^2 + 2^2 = 8$, donc $AC = 2\sqrt{2}$ cm.

Côté $[PQ]$. D'après la question 1,

$$PQ = \frac{1}{2}EG = \frac{1}{2}AC$$

donc $PQ = \sqrt{2}$ cm.

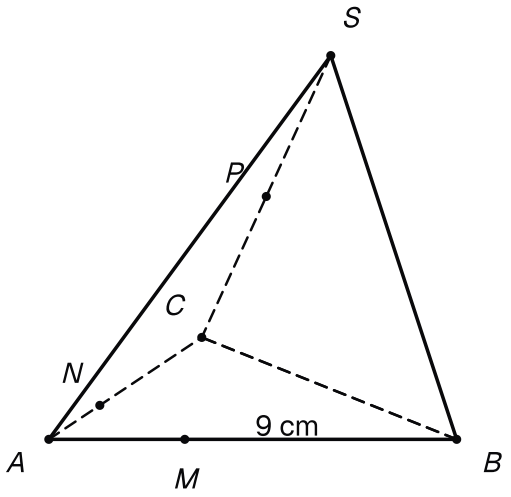
Côtés $[AP]$ et $[CQ]$. Le triangle AEP est rectangle en E, avec $AE = 2$ cm et $EP = 1$ cm. D'après le théorème de Pythagore, $AP^2 = 2^2 + 1^2 = 5$, donc $AP = \sqrt{5}$ cm. De même, dans le triangle CGQ rectangle en G, $CQ = \sqrt{5}$ cm.

Conclusion. $AC = 2\sqrt{2}$ cm, $PQ = \sqrt{2}$ cm et $AP = CQ = \sqrt{5}$ cm. Les côtés non parallèles ont la même longueur : le trapèze $ACQP$ est isocèle.

Exercice 5

Une section en trapèze dans un tétraèdre

$SABC$ est un tétraèdre, avec $BC = 9$ cm. Le point M est sur $[AB]$, avec $AM = \frac{1}{3}AB$; le point N est sur $[AC]$, avec $AN = \frac{1}{3}AC$. Le point P est le milieu de $[SC]$.



Le tétraèdre SABC avec BC = 9 cm, M et N au tiers de [AB] et [AC] à partir de A, P milieu de [SC].

1.

Justifier que $(MN) \parallel (BC)$, puis calculer MN.

INDICE

Piste : compare les rapports $\dfrac{AM}{AB}$ et $\dfrac{AN}{AC}$; quel résultat du collège les utilise ?

CORRIGÉ

Parallélisme. Dans le triangle ABC :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{3}$$

De plus, les points A, M, B d'une part, et A, N, C d'autre part, sont alignés dans le même ordre. D'après la réciproque du théorème de Thalès, $(MN) \parallel (BC)$.

Longueur. Le théorème de Thalès donne alors $\dfrac{MN}{BC} = \dfrac{1}{3}$, d'où $MN = \frac{1}{3}BC = 3$ cm.

Conclusion. $(MN) \parallel (BC)$ et $MN = 3$ cm.

2.

Le plan (MNP) coupe le plan (SBC) selon une droite (Δ). Justifier que (Δ) est la parallèle à (BC) passant par P.

INDICE

Piste : quelle droite du plan (MNP) est parallèle à une droite du plan (SBC) ?

CORRIGÉ

Un point commun. Le point P est dans (MNP). Il est aussi sur $[SC]$, segment inclus dans (SBC) : il appartient aux deux plans.

Théorème du toit. La droite (MN) est incluse dans (MNP), la droite (BC) dans (SBC), et ces deux droites sont parallèles (question 1). Les plans (MNP) et (SBC) se coupent selon (Δ). D'après le théorème du toit, $(\Delta) \parallel (BC)$.

Conclusion. La droite (Δ) passe par P et elle est parallèle à (BC) : c'est la parallèle à (BC) passant par P.

3.

La droite (Δ) coupe $[SB]$ en Q. Préciser la position de Q, puis calculer PQ.

INDICE

Piste : dans le triangle SBC, P est le milieu de $[SC]$ et $(PQ) \parallel (BC)$: que dit le collège ?

CORRIGÉ

Dans le triangle SBC, la droite (PQ) passe par le milieu P de $[SC]$, et elle est parallèle à (BC) (question 2). D'après la réciproque de la propriété de la droite des milieux, Q est le milieu de $[SB]$.

La propriété de la droite des milieux donne alors $PQ = \frac{1}{2}BC = 4{,}5$ cm.

Conclusion. Le point Q est le milieu de $[SB]$, et $PQ = 4{,}5$ cm.

4.

Donner la section du tétraèdre par le plan (MNP) et sa nature.

INDICE

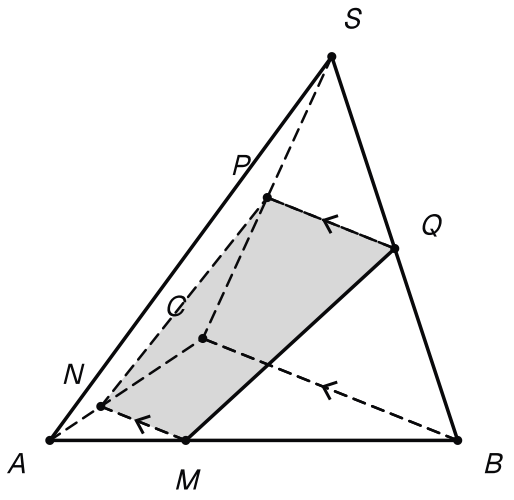
Piste : quels points du plan (MNP) sont sur une même face ? Quels côtés de la section sont parallèles ?

CORRIGÉ

Le plan (MNP) coupe la face ABC selon $[MN]$, la face SAC selon $[NP]$, la face SBC selon $[PQ]$ et la face SAB selon $[QM]$: la section est le quadrilatère $MNPQ$.

Ses côtés $[MN]$ et $[PQ]$ sont parallèles, car tous deux parallèles à (BC). Ils mesurent 3 cm et $4{,}5$ cm : ils n'ont pas la même longueur.

Conclusion. La section du tétraèdre par le plan (MNP) est le quadrilatère $MNPQ$: la section est un trapèze, qui n'est pas un parallélogramme.

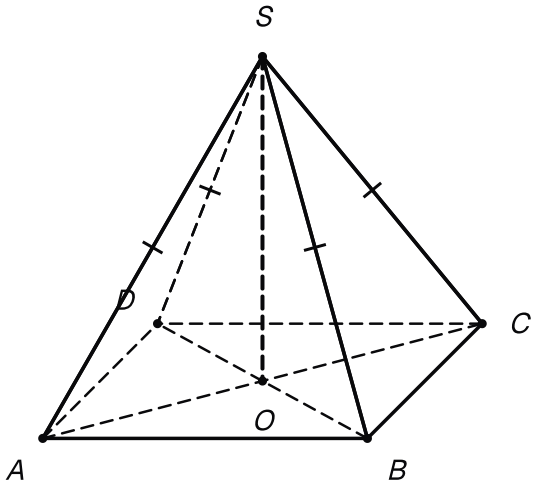


La section du tétraèdre par le plan (MNP) : le trapèze MNPQ, avec Q milieu de [SB].

Exercice 6

Une pyramide régulière à base carrée

$SABCD$ est une pyramide dont la base $ABCD$ est un carré de centre O, et dont les arêtes latérales ont la même longueur : $SA = SB = SC = SD$.



La pyramide SABCD : base carrée de centre O, arêtes latérales de même longueur, hauteur [SO].

1.

Justifier que $(SO) \perp (AC)$ et que $(SO) \perp (BD)$.

INDICE

Piste : dans le triangle SAC, isocèle en S, que représente la droite (SO) ?

CORRIGÉ

Le point O, centre du carré $ABCD$, est le milieu de ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$.

Dans le triangle SAC. Ce triangle est isocèle en S, car $SA = SC$. Sa médiane issue de S est (SO) ; dans un triangle isocèle, cette médiane est aussi une hauteur. Donc $(SO) \perp (AC)$.

Dans le triangle SBD. De même, ce triangle est isocèle en S, car $SB = SD$, et $(SO) \perp (BD)$.

Conclusion. $(SO) \perp (AC)$ et $(SO) \perp (BD)$.

2.

En déduire que la droite (SO) est orthogonale au plan (ABC).

INDICE

Piste : quelles droites du plan (ABC) sont déjà orthogonales à (SO) d'après la question 1 ? Se coupent-elles ?

CORRIGÉ

Les droites (AC) et (BD) sont incluses dans le plan (ABC) de la base, et sécantes en O. D'après la question 1, la droite (SO) est orthogonale à chacune d'elles.

Conclusion. D'après le critère d'orthogonalité d'une droite et d'un plan, $(SO) \perp (ABC)$: la droite (SO) est orthogonale au plan (ABC).

3.

Justifier que la droite (BD) est orthogonale au plan (SAC), puis que les droites (BD) et (SA) sont orthogonales.

INDICE

Piste : dans le carré, quelle droite du plan (SAC) est perpendiculaire à (BD) ? En faut-il une seconde ?

CORRIGÉ

Deux droites de (SAC) orthogonales à (BD). Les diagonales d'un carré sont perpendiculaires : $(BD) \perp (AC)$. D'après la question 1, on a aussi $(BD) \perp (SO)$.

Le critère. Les droites (AC) et (SO) sont sécantes en O et incluses dans (SAC), car $O \in (AC)$. D'après le critère d'orthogonalité d'une droite et d'un plan :

$$(BD) \perp (SAC)$$

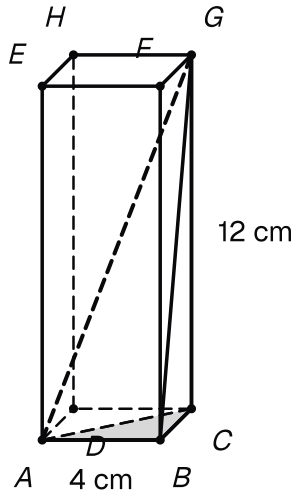
Les droites (BD) et (SA). La droite (SA) est incluse dans (SAC). Par définition d'une droite orthogonale à un plan, $(BD) \perp (SA)$.

Conclusion. La droite (BD) est orthogonale au plan (SAC), et les droites (BD) et (SA) sont orthogonales.

Exercice 7

La diagonale d'une boîte et un tétraèdre

Une boîte a la forme d'un pavé droit $ABCDEFGH$: face inférieure $ABCD$, face supérieure $EFGH$, avec E, F, G, H au-dessus de A, B, C, D. On donne $AB = 4$ cm, $BC = 3$ cm et $CG = 12$ cm.



La boîte ABCDEFGH avec AB = 4 cm, BC = 3 cm, CG = 12 cm, sa grande diagonale [AG] et le tétraèdre GABC.

1.

Justifier que la droite (CG) est orthogonale au plan (ABC), puis que le triangle ACG est rectangle en C.

INDICE

Piste : quels angles droits portent les faces qui contiennent l'arête $[CG]$?

CORRIGÉ

Orthogonalité au plan. La face $BCGF$ est un rectangle, donc $(CG) \perp (CB)$; la face $CDHG$ est un rectangle, donc $(CG) \perp (CD)$. Les droites (CB) et (CD) sont sécantes en C et incluses dans (ABC). D'après le critère d'orthogonalité d'une droite et d'un plan :

$$(CG) \perp (ABC)$$

Le triangle ACG. La droite (AC) est incluse dans (ABC), donc $(CG) \perp (AC)$. Ces deux droites se coupent en C : elles sont perpendiculaires.

Conclusion. La droite (CG) est orthogonale au plan (ABC), et le triangle ACG est rectangle en C.

2.

Calculer AC, puis la longueur AG de la diagonale de la boîte.

INDICE

Piste : dans quel triangle rectangle de la base se trouve $[AC]$? Et $[AG]$, d'après la question 1 ?

CORRIGÉ

Calcul de AC. Le triangle ABC est rectangle en B, car $ABCD$ est un rectangle. D'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= 4^2 + 3^2 = 25 \end{aligned}$$

donc $AC = 5$ cm.

Calcul de AG. Le triangle ACG est rectangle en C (question 1). D'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} AG^2 &= AC^2 + CG^2 \\ &= 5^2 + 12^2 = 169 \end{aligned}$$

donc $AG = 13$ cm.

Conclusion. $AC = 5$ cm, et la diagonale de la boîte mesure $AG = 13$ cm.

3.

Rappel : la hauteur du tétraèdre $GABC$ issue de G est la distance de G au plan (ABC), mesurée sur la droite orthogonale à ce plan qui passe par G.

Calculer le volume du tétraèdre $GABC$, puis la fraction du volume de la boîte qu'il représente.

INDICE

Piste : pour une pyramide, $V = \dfrac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times h$ (formule admise) ; quelle est la hauteur issue de G ?

CORRIGÉ

Aire de la base. Le triangle ABC est rectangle en B, d'aire $\dfrac{4 \times 3}{2} = 6$ cm².

Hauteur. La droite (CG) passe par G, elle est orthogonale au plan (ABC) (question 1) et elle le coupe en C. La hauteur issue de G est donc $CG = 12$ cm.

Volume du tétraèdre. Avec la formule admise pour une pyramide, $V = \dfrac{1}{3} \times 6 \times 12 = 24$ cm³.

Fraction de la boîte. La boîte a pour volume $4 \times 3 \times 12 = 144$ cm³, et

$$\frac{24}{144} = \frac{1}{6}$$

Conclusion. Le tétraèdre $GABC$ a pour volume 24 cm³ : il occupe un sixième du volume de la boîte.