BURHAN

Géométrie dans l'espace : exercices, application

Tronc Commun · Sciences · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/tc/sciences/mathematiques/geometrie-dans-l-espace/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Géométrie dans l'espace	Application	8

Exercice 1

Dessiner une boîte en perspective cavalière

Une boîte a la forme d'un pavé droit $ABCDEFGH$: face inférieure $ABCD$, face supérieure $EFGH$, avec E, F, G, H au-dessus de A, B, C, D. On donne $AB = 6$ cm, $AD = 4$ cm et $AE = 3$ cm.

Tu la dessines sur ton cahier en perspective cavalière. La face $ABFE$ est vue de face ; les fuyantes partent vers la droite et vers le haut, raccourcies de moitié.

1.

Donner les longueurs à tracer pour $[AB]$, $[AE]$ et $[AD]$.

INDICE

Outil : la face de devant est en vraie grandeur ; seules les arêtes fuyantes sont raccourcies.

2.

Indiquer les arêtes à dessiner en pointillés.

INDICE

Outil : cherche le sommet caché, en bas et à l'arrière ; les arêtes qui en partent sont cachées.

3.

Sur le dessin, la face $ADHE$ est un parallélogramme. Donner sa vraie nature et sa vraie aire.

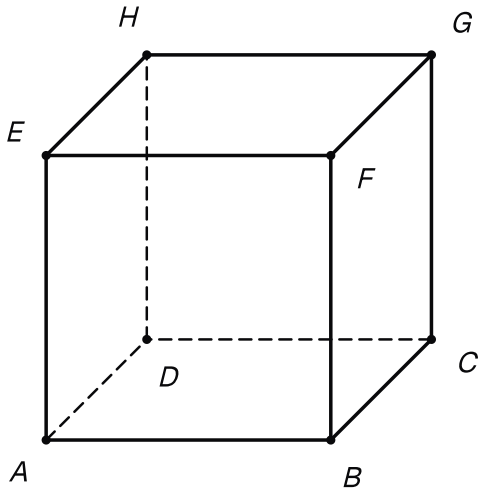
INDICE

Outil : un dessin en perspective ne conserve ni les angles droits des faces fuyantes ni leurs longueurs.

Exercice 2

Positions de droites dans un cube

$ABCDEFGH$ est un cube : face inférieure $ABCD$, face supérieure $EFGH$, avec E, F, G, H au-dessus de A, B, C, D. Fais la figure sur ton cahier.



Le cube ABCDEFGH de l'exercice, sommets E, F, G, H au-dessus de A, B, C, D.

1.

Les droites (EH) et (BC) sont-elles parallèles ?

INDICE

Outil : passe par une troisième droite, parallèle à chacune d'elles.

2.

Les droites (EF) et (BF) sont-elles sécantes, parallèles ou non coplanaires ?

INDICE

Outil : dans quelle face du cube ces deux droites se trouvent-elles ?

3.

Même question pour les droites (EG) et (BF).

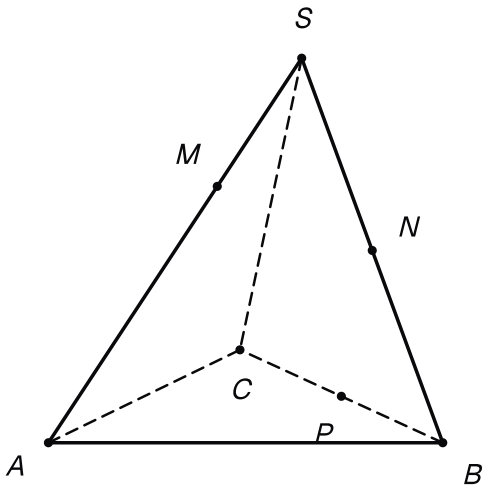
INDICE

Outil : un plan qui contiendrait les deux droites contiendrait trois points non alignés que tu connais.

Exercice 3

Une droite dans une face d'un tétraèdre

$SABC$ est un tétraèdre : ses quatre sommets ne sont pas coplanaires, donc $C \notin (SAB)$. Le point M est sur l'arête $[SA]$, avec $SM = \frac{1}{3}SA$. Le point N est le milieu de $[SB]$, et le point P est le milieu de $[BC]$.
Fais la figure sur ton cahier.



Le tétraèdre SABC avec M sur [SA], au tiers depuis S, N milieu de [SB] et P milieu de [BC].

1.

Justifier que (MN) est incluse dans le plan (SAB).

INDICE

Outil : le troisième axiome d'incidence ; commence par placer M et N dans ce plan.

2.

Justifier que la droite (BC) coupe le plan (SAB) au seul point B.

INDICE

Outil : la droite (BC) est-elle incluse dans (SAB) ? Quel point a-t-elle en commun avec lui ?

3.

En déduire que $P \notin (SAB)$.

INDICE

Outil : le point P est sur la droite (BC) ; est-il égal à B ?

4.

En déduire la position relative de la droite (MP) et du plan (SAB).

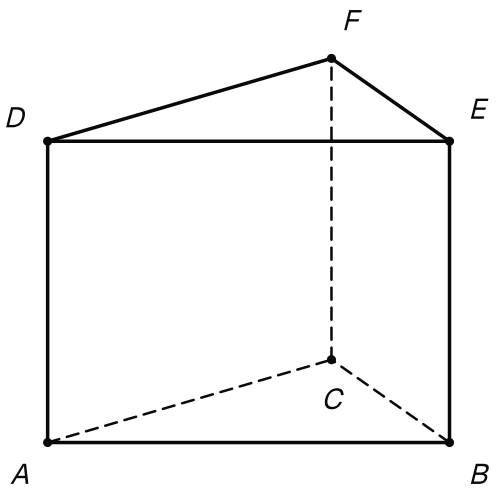
INDICE

Outil : compte les points communs à la droite et au plan.

Exercice 4

Les plans d'une tente

Une tente a la forme d'un prisme droit $ABCDEF$ à base triangulaire. Ses bases sont les triangles ABC et DEF, avec D au-dessus de A, E au-dessus de B et F au-dessus de C. Les faces $ABED$, $BCFE$ et $ACFD$ sont des rectangles. Fais la figure sur ton cahier.



La tente : le prisme droit ABCDEF, D au-dessus de A, E au-dessus de B, F au-dessus de C.

1.

Les droites (AD) et (CF) déterminent-elles un plan ? Si oui, lequel ?

INDICE

Outil : deux droites strictement parallèles déterminent un unique plan.

2.

La droite (BE) et le point A déterminent-ils un plan ? Lequel ?

INDICE

Outil : une droite et un point qui n'est pas sur elle déterminent un plan.

3.

Les droites (AB) et (BE) déterminent-elles un plan ? Comparer avec la question 2.

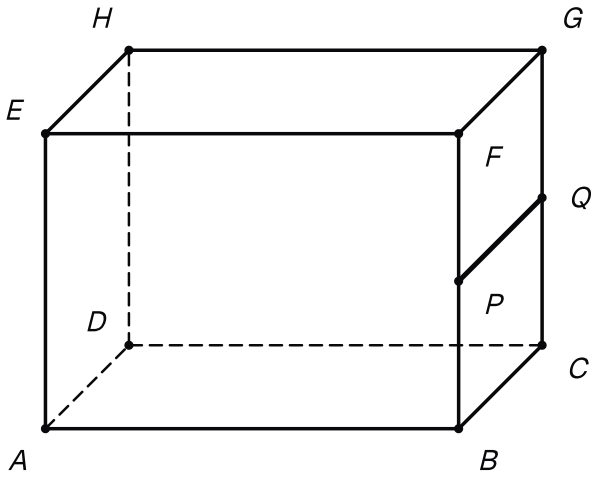
INDICE

Outil : deux droites distinctes qui ont un point commun déterminent un plan.

Exercice 5

Une planche dans une étagère

Une étagère a la forme d'un pavé droit $ABCDEFGH$: face inférieure $ABCD$, face supérieure $EFGH$, avec E, F, G, H au-dessus de A, B, C, D. On note P le milieu de l'arête $[BF]$ et Q le milieu de l'arête $[CG]$. Une planche est posée le long de $[PQ]$.



L'étagère ABCDEFGH et la planche [PQ], entre les milieux P de [BF] et Q de [CG].

1.

Justifier que $(PQ) \parallel (BC)$.

INDICE

Outil : rappel du collège, compare les côtés opposés $[BP]$ et $[CQ]$ du quadrilatère $BCQP$.

2.

En déduire que la droite (PQ) est parallèle au plan (ADH).

INDICE

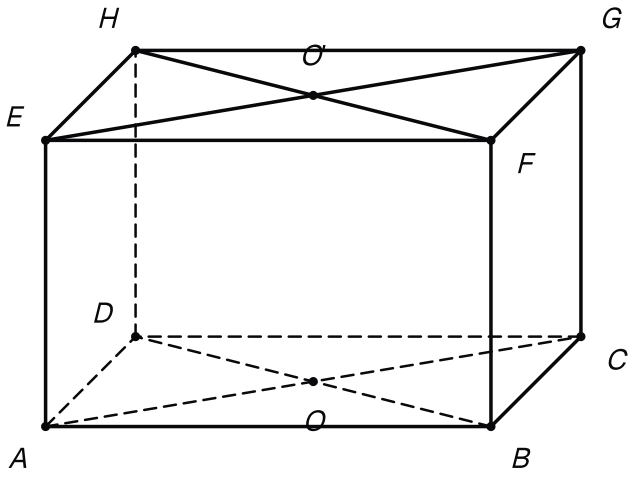
Outil : trouve dans le plan (ADH) une droite parallèle à (PQ).

Exercice 6

Deux vitres dans un aquarium

Un aquarium a la forme d'un pavé droit $ABCDEFGH$: face inférieure $ABCD$, face supérieure $EFGH$, avec E, F, G, H au-dessus de A, B, C, D.

On note O le point d'intersection des diagonales $[AC]$ et $[BD]$ du fond, et O' celui des diagonales $[EG]$ et $[FH]$ du couvercle. Deux vitres intérieures occupent les plans (ACG) et (BDF). On admet que le plan (ACG) contient aussi E, et que le plan (BDF) contient aussi H.



L'aquarium ABCDEFGH avec les diagonales du fond et du couvercle, et leurs points d'intersection O et O'.

1.

Justifier que O appartient aux deux plans (ACG) et (BDF).

INDICE

Outil : un point d'une droite incluse dans un plan appartient à ce plan.

2.

Justifier que O' appartient aussi aux deux plans.

INDICE

Outil : même raisonnement qu'à la question 1, avec les diagonales du couvercle.

3.

En déduire l'intersection des plans (ACG) et (BDF).

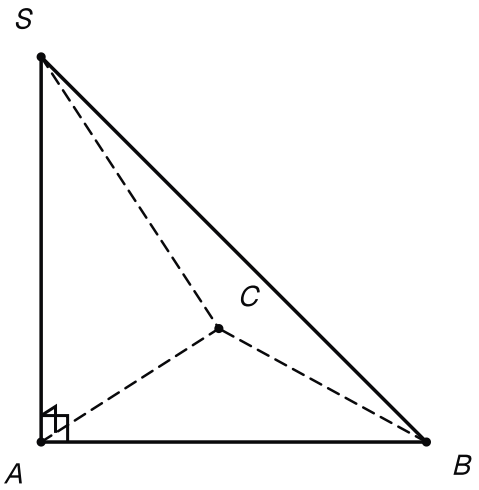
INDICE

Outil : deux plans distincts qui ont un point commun se coupent selon une droite ; ici, tu en connais deux points.

Exercice 7

Une arête orthogonale à une face

$SABC$ est un tétraèdre tel que les triangles SAB et SAC sont rectangles en A. Fais la figure sur ton cahier.



Le tétraèdre SABC, avec les triangles SAB et SAC rectangles en A.

1.

Justifier que la droite (SA) est orthogonale au plan (ABC).

INDICE

Outil : quelles sont les deux droites sécantes du plan (ABC) à utiliser ?

2.

En déduire que les droites (SA) et (BC) sont orthogonales.

INDICE

Outil : la définition d'une droite orthogonale à un plan.

3.

Les droites (SA) et (BC) sont-elles perpendiculaires ?

INDICE

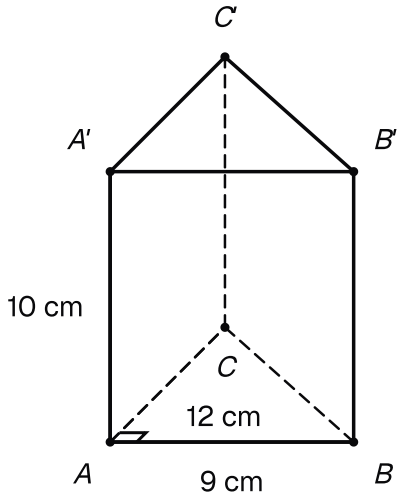
Outil : deux droites perpendiculaires sont orthogonales **et** sécantes.

Exercice 8

Le volume d'une boîte en prisme

Une boîte en carton a la forme d'un prisme droit. Sa base est un triangle ABC rectangle en A, avec $AB = 9$ cm et $AC = 12$ cm. Ses arêtes latérales mesurent 10 cm et sont orthogonales au plan de la base.

Rappel : la hauteur d'un prisme droit est la distance entre les plans de ses deux bases, mesurée sur une droite orthogonale à ces plans.



La boîte en prisme droit : base ABC rectangle en A, AB = 9 cm, AC = 12 cm, arêtes latérales de 10 cm.

1.

Pourquoi la hauteur du prisme est-elle égale à la longueur d'une arête latérale ?

INDICE

Outil : relis le rappel ; une arête latérale relie-t-elle les deux bases ?

2.

Calculer le volume de la boîte.

INDICE

Outil : pour un prisme droit, $V = \text{aire de la base} \times h$ (formule admise).

3.

Calculer BC, puis l'aire totale du carton.

INDICE

Outil : le théorème de Pythagore dans le triangle ABC ; les faces latérales sont des rectangles de hauteur 10 cm.