BURHAN

# Généralités sur les fonctions numériques : exercices, application

Tronc Commun · Sciences · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/tc/sciences/mathematiques/generalites-sur-les-fonctions/exercices/application

| Chapitre | Palier | Exercices |
|---|---|---|
| Généralités sur les fonctions numériques | Application | 8 |

## Exercice 1

### Images et antécédents par le calcul

On considère la fonction $f : x \mapsto x^2 + 3x - 4$, définie sur $\mathbb{R}$.

**1.**

Calculer les images par $f$ de $-2$ et de $\frac{1}{2}$.

INDICE

**Outil :** remplace $x$ par la valeur donnée, puis respecte les priorités : la puissance d'abord.

**2.**

Déterminer les antécédents de $-4$ par $f$.

INDICE

**Début :** écris l'équation $f(x) = -4$, puis factorise par $x$.

**3.**

Vérifier que, pour tout réel $x$, $f(x) = (x - 1)(x + 4)$.

INDICE

**Début :** développe $(x - 1)(x + 4)$, puis réduis.

**4.**

À l'aide de la question 3, déterminer les antécédents de $0$ par $f$.

INDICE

**Outil :** l'équation $f(x) = 0$ devient une équation produit nul.

### Exercice 2

## Quatre ensembles de définition

Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

- $f_1 : x \mapsto \dfrac{2x+1}{x-3}$ ;
- $f_2 : x \mapsto \sqrt{4-2x}$ ;
- $f_3 : x \mapsto \dfrac{5x}{x^2-9}$ ;
- $f_4 : x \mapsto \dfrac{1}{\sqrt{3x+6}}$.

**1.**

Déterminer $D_{f_1}$ et $D_{f_2}$.

INDICE

**Outil :** pour $f_1$, le dénominateur ne doit pas s'annuler ; pour $f_2$, une racine carrée n'existe que pour un nombre positif ou nul.

**2.**

Déterminer $D_{f_3}$ et $D_{f_4}$.

INDICE

**Pour $f_3$ :** factorise $x^2-9$ avec une identité remarquable. **Pour $f_4$ :** la racine est au dénominateur ; elle ne doit donc pas valoir $0$.

Exercice 3

## Ces fonctions sont-elles égales ?

Dans chaque cas, dire si les fonctions sont égales. Justifier.

**1.**

$f : x \mapsto \sqrt{x^2}$ et $g : x \mapsto |x|$.

INDICE

**Rappel :** pour tout réel $a$, $\sqrt{a^2} = |a|$.

**2.**

$h : x \mapsto \dfrac{x^2 + x}{x}$ et $k : x \mapsto x + 1$.

INDICE

**Outil :** compare d'abord les ensembles de définition.

**3.**

$u : x \mapsto (x + 2)^2$ et $v : x \mapsto x^2 + 4$.

INDICE

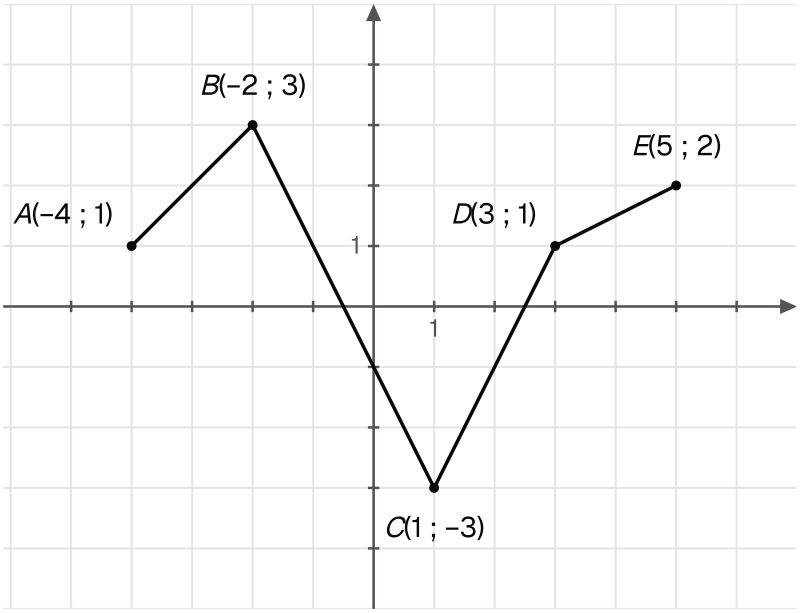
**Outil :** les ensembles sont égaux ; calcule $u(1)$ et $v(1)$.

**Exercice 4**

## Lire des images et des antécédents sur une ligne brisée

La courbe $\mathcal{C}_f$ d'une fonction $f$ est la ligne brisée qui joint, dans cet ordre, les points $A(-4, 1)$, $B(-2, 3)$, $C(1, -3)$, $D(3, 1)$ et $E(5, 2)$. Entre deux points consécutifs, la courbe est un segment. Elle s'arrête en $A$ et en $E$, qui lui appartiennent.

Trace $\mathcal{C}_f$ sur ton cahier, dans un repère, avec un quadrillage.




**La ligne brisée ABCDE de l'énoncé, tracée sur un quadrillage, avec ses deux extrémités A et E.**

### 1.

Quel est l'ensemble de définition de $f$, d'après la ligne brisée ?

INDICE

**Outil :** un réel $a$ a une image exactement quand la courbe a un point d'abscisse $a$. Regarde les abscisses du premier et du dernier point.

### 2.

Lire les images de $-2$ et de $3$ par $f$.

INDICE

**Outil :** l'image de $a$ est l'ordonnée du point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse $a$.

### 3.

Déterminer graphiquement les antécédents de $1$ par $f$.

INDICE

**Outil :** trace la droite d'équation $y = 1$ et compte ses points communs avec $\mathcal{C}_f$. **Attention :** l'un d'eux n'est pas un sommet.

#### 4.

Combien le réel $4$ a-t-il d'antécédents ? Et le réel $-3$ ?

INDICE

**Outil :** repère le point le plus haut et le point le plus bas de la courbe.

### Exercice 5

## Paire, impaire, ou ni l'une ni l'autre

Étudier la parité de chacune des fonctions suivantes :

- $f : x \mapsto x^3 - 4x$, définie sur $\mathbb{R}$ ;
- $g : x \mapsto \dfrac{x^2}{x^2+1}$, définie sur $\mathbb{R}$ ;
- $h : x \mapsto x^3 + 1$, définie sur $\mathbb{R}$ ;
- $k : x \mapsto \sqrt{x+3}$.

#### 1.

Étudier la parité de $f$ et celle de $g$.

INDICE

**Méthode :** $\mathbb{R}$ est symétrique par rapport à $0$ ; calcule $f(-x)$ et $g(-x)$, puis compare. **Rappel :** $(-x)^3 = -x^3$ et $(-x)^2 = x^2$.

#### 2.

Étudier la parité de $h$ et celle de $k$.

INDICE

**Pour $h$ :** calcule $h(1)$ et $h(-1)$. **Pour $k$ :** commence par l'ensemble de définition.

### Exercice 6

## La température d'une ville sur une journée

Une station météo modélise la température d'une ville au cours d'une journée par une fonction $f$ : $f(t)$ est la température, en degrés Celsius, à l'instant $t$, en heures, pour $t$ dans $[0;24]$.

La courbe de $f$ est formée de trois segments : de $(0,12)$ à $(5,8)$, puis jusqu'à $(15,26)$, enfin jusqu'à $(24,14)$.

Trace cette courbe sur ton cahier, avec $1$ cm pour $2$ h en abscisse et $1$ cm pour $5$ degrés en ordonnée.

**1.**

Dresser le tableau de variations de $f$ sur $[0;24]$.

INDICE

**Méthode :** suis la courbe depuis $t=0$ et note les deux instants où elle change de sens.

**2.**

Sur quels intervalles la température augmente-t-elle ? diminue-t-elle ? La fonction $f$ est-elle décroissante sur $[0;24]$ ?

INDICE

**Outil :** le tableau de la question 1. **Attention :** deux images ne prouvent jamais qu'une fonction est croissante ou décroissante ; en revanche, un seul couple bien choisi suffit à prouver qu'elle ne l'est pas.

### Exercice 7

## Extremums lus sur un tableau de variations

Une fonction $f$ définie sur $[-3;4]$ a le tableau de variations suivant.

| $x$ | $-3$ | | $-1$ | | $2$ | | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| variations de $f$ | $2$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $3$ |

**1.**

Donner le maximum et le minimum de $f$ sur $[-3;4]$, et les réels où ils sont atteints.

INDICE

**Outil :** compare les valeurs aux changements de sens avec les images des bornes $-3$ et $4$.

**2.**

Donner le maximum et le minimum de $f$ sur $[2;4]$.

INDICE

**Outil :** sur $[2;4]$, $f$ est croissante.

**3.**

On a $f(x) \leq 6$ pour tout $x$ de $[-3;4]$. Le réel $6$ est-il le maximum de $f$ sur cet intervalle ?

INDICE

**Rappel :** un maximum est une image, atteinte en un réel de l'intervalle.

### Exercice 8

## Résoudre graphiquement une équation

Une fonction $f$ est définie sur $[-3;4]$. Sa courbe relie par des segments, de gauche à droite, les points $(-3,-2)$, $(-1,2)$, $(1,0)$ et $(4,3)$. Trace-la sur ton cahier.

**1.**

Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=1$.

INDICE

**Outil :** trace la droite d'équation $y=1$, puis compte ses points communs avec la courbe.

**2.**

Résoudre graphiquement les équations $f(x)=-2$ et $f(x)=4$.

INDICE

**Outil :** repère les points le plus bas et le plus haut de la courbe.