BURHAN

Équations, inéquations et systèmes : exercices, application

Tronc Commun · Sciences · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/tc/sciences/mathematiques/equations-inequations-et-systemes/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Équations, inéquations et systèmes	Application	8

Exercice 1

Trois équations avec une valeur absolue

Dans cet exercice, x désigne un réel.

1.

Résoudre l'équation $|3x - 4| = 5$.

INDICE

Outil : un réel a pour valeur absolue 5 s'il vaut 5 ou -5. Annonce les deux cas.

2.

Résoudre l'équation $|x + 2| = |2x - 7|$.

INDICE

Outil : deux réels ont la même valeur absolue s'ils sont égaux ou opposés.

3.

Résoudre l'équation $|4 - x| = -2$.

INDICE

Outil : quel est le signe d'une valeur absolue ?

Exercice 2

Une équation du premier degré à paramètre

Soit m un réel. On considère l'équation (E_m) : $(m+3)x = m+5$, d'inconnue réelle x.

1.

Résoudre (E_m) lorsque $m = -3$.

INDICE

Début : remplace m par -3 dans les deux membres, puis regarde l'égalité obtenue.

2.

Résoudre (E_m) lorsque $m \neq -3$.

INDICE

Outil : par quoi peux-tu diviser les deux membres, et pourquoi en as-tu le droit ?

3.

Contrôler ce résultat en résolvant directement l'équation obtenue pour $m = 2$, puis pour $m = -5$.

INDICE

Outil : remplace m par sa valeur, puis résous l'équation du premier degré obtenue.

Exercice 3

Quatre équations résolues sans discriminant

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes, sans calculer de discriminant.

1.

$5x^2 - 20 = 0.$

INDICE

Outil : isole x^2.

2.

$2x^2 - 9x = 0.$

INDICE

Outil : mets x en facteur, puis applique la règle du produit nul.

3.

$x^2 - 6x + 9 = 0.$

INDICE

Outil : reconnais une identité remarquable.

4.

$3x^2 + x - 4 = 0.$

INDICE

Début : essaie des valeurs simples, comme 1 ou -1. **Ensuite :** factorise par $x - \alpha$, où α est la racine trouvée ; l'autre facteur commence par $3x$.

Exercice 4

Discriminant, solutions et factorisation

On considère les trinômes $P(x) = 2x^2 + 3x - 9$ et $Q(x) = 4x^2 - 4x + 5$, où x est un réel.

1.

Calculer le discriminant de $P(x)$, puis résoudre l'équation $P(x) = 0$.

INDICE

Outil : $a = 2$, $b = 3$, $c = -9$; attention au signe de c dans $-4ac$.

2.

En déduire une factorisation de $P(x)$.

INDICE

Outil : la propriété « Factorisation d'un trinôme », dans le cas d'un discriminant strictement positif.

3.

Écrire la forme canonique de $Q(x)$.

INDICE

Début : mets 4 en facteur. **Ensuite :** complète le carré de $x^2 - x$.

4.

Calculer le discriminant de $Q(x)$. L'équation $Q(x) = 0$ a-t-elle des solutions ?

INDICE

Outil : le théorème « Résolution de l'équation du second degré », selon le signe de Δ.

Exercice 5

Le signe de deux trinômes

On pose $P(x) = -x^2 + x + 6$ et $Q(x) = x^2 + 2x + 5$, où x est un réel.

1.

Étudier le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x.

INDICE

Début : calcule le discriminant et les racines. **Ensuite :** repère le signe de a.

2.

Étudier le signe de $Q(x)$.

INDICE

Outil : calcule le discriminant ; que dit le signe d'un trinôme quand son discriminant est strictement négatif ?

3.

En déduire le signe du produit $P(x) \times Q(x)$.

INDICE

Outil : multiplier par un nombre strictement positif ne change pas le signe.

Exercice 6

Trois inéquations du second degré

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1.

$2x^2 - 3x - 5 < 0$.

INDICE

Début : cherche les racines du trinôme. **Ensuite :** où le trinôme est-il du signe contraire de a ?

2.

$x^2 + 4 \geq 4x$.

INDICE

Début : passe tous les termes dans le premier membre. **Ensuite :** reconnais une identité remarquable.

3.

$x^2 + 4 > 4x$.

INDICE

Outil : reprends la question 2 ; quand un carré est-il nul ?

Exercice 7

Le prix des billets de cinéma

Une famille paie 110 DH pour 2 billets adultes et 3 billets enfants. Une autre famille paie 95 DH pour 3 billets adultes et 1 billet enfant, au même cinéma. On note x le prix d'un billet adulte et y celui d'un billet enfant, en dirhams.

1.

Traduire la situation par un système de deux équations d'inconnues x et y.

INDICE

Outil : une équation par famille ; le prix payé est la somme des prix des billets.

2.

Calculer le déterminant D de ce système. Que peut-on en conclure ?

INDICE

Outil : $D = ab' - a'b$; puis le théorème « Système de déterminant non nul ».

3.

Calculer D_x et D_y, puis le prix de chaque billet. Vérifier le résultat.

INDICE

Outil : dans D_x, la colonne des coefficients de x est remplacée par les seconds membres.

4.

Le plan est rapporté à un repère. Quelle est la position relative des droites $\mathcal{D} : 2x + 3y - 110 = 0$ et $\mathcal{D}' : 3x + y - 95 = 0$? Donner leurs points communs.

INDICE

Outil : la propriété « Système et position relative de deux droites » ; relis le déterminant de la question 2.

Exercice 8

Le demi-plan d'une inéquation stricte

Le plan est rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On considère l'inéquation $(I) : 3x - 2y + 6 > 0$, d'inconnues réelles x et y. Fais la figure sur ton cahier.

1.

Tracer la droite frontière $\mathcal{D}$ d'équation $3x - 2y + 6 = 0$. En quel trait la dessine-t-on ?

INDICE

Outil : cherche le point de $\mathcal{D}$ d'abscisse 0, puis celui d'ordonnée 0.

2.

Déterminer le demi-plan solution à l'aide d'un point test, puis l'écrire avec l'équation réduite de $\mathcal{D}$.

INDICE

Début : l'origine n'est pas sur $\mathcal{D}$; teste-la. **Ensuite :** isole y ; diviser par un nombre négatif change le sens.

3.

Les points $A(1, 5)$, $B(-2, 0)$ et $C(4, 1)$ sont-ils solutions de (I) ?

INDICE

Outil : remplace les coordonnées de chaque point dans $3x - 2y + 6$.