BURHAN

Les ensembles de nombres $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$: exercices, application

Tronc Commun · Sciences · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/tc/sciences/mathematiques/ensembles-de-nombres/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Les ensembles de nombres $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$	Application	8

Exercice 1

Le plus petit ensemble de cinq nombres

On considère les cinq nombres suivants :

$$a = \frac{56}{8}, \qquad b = -\frac{45}{9},$$

$$c = \frac{9}{12}, \qquad d = \sqrt{7}, \qquad e = \pi.$$

1.

Simplifier les écritures de a, b et c.

INDICE

Outil : divise le numérateur et le dénominateur par leur plus grand diviseur commun, vu dans le chapitre sur $\mathbb{N}$.

2.

Pour chacun des cinq nombres, donner le plus petit des ensembles $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ qui le contient. Justifier.

INDICE

Outil : monte de $\mathbb{N}$ vers $\mathbb{R}$. Pour c, cherche un dénominateur égal à 100 ; pour d et e, pense aux nombres irrationnels du cours.

3.

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse : $b \in \mathbb{N}$; $c \in \mathbb{Q}$; $d \in \mathbb{D}$; $a \in \mathbb{R}$.

INDICE

Outil : les inclusions $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ et les réponses de la question 2.

Exercice 2

Appartenance ou inclusion

Dans les questions 1 et 2, recopier chaque ligne et la compléter par l'un des symboles $\in$, $\notin$ ou $\subset$.

1.

(a) $-12 \ \ldots \ \mathbb{N}$; (b) $0{,}6 \ \ldots \ \mathbb{D}$; (c) $\mathbb{Z} \ \ldots \ \mathbb{Q}$.

INDICE

Outil : entre un nombre et un ensemble, on écrit $\in$ ou $\notin$; entre deux ensembles, on écrit $\subset$.

2.

(d) $\sqrt{16} \ \ldots \ \mathbb{N}$; (e) $-\dfrac{14}{7} \ \ldots \ \mathbb{Z}$; (f) $\pi \ \ldots \ \mathbb{Q}$.

INDICE

Outil : pour (d) et (e), simplifie d'abord l'écriture ; pour (f), pense aux nombres irrationnels du cours.

3.

Donner un nombre qui appartient à $\mathbb{D}$ mais pas à $\mathbb{Z}$, puis un nombre qui appartient à $\mathbb{R}$ mais pas à $\mathbb{Q}$.

INDICE

Outil : un décimal avec un chiffre non nul après la virgule ; la racine carrée d'un entier qui n'est pas un carré parfait.

Exercice 3

Écrire un décimal avec une puissance de 10

1.

Écrire $3{,}07$ et $-0{,}046$ sous la forme $\dfrac{a}{10^n}$, avec $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$.

INDICE

Outil : n est le nombre de chiffres après la virgule.

2.

Prouver que $\dfrac{9}{25}$ est un nombre décimal et donner son écriture à virgule.

INDICE

Outil : par quel entier multiplier 25 pour obtenir 100 ?

3.

Simplifier $\dfrac{33}{60}$, puis prouver que ce nombre est décimal.

INDICE

Outil : simplifie d'abord par 3 ; complète ensuite le dénominateur obtenu jusqu'à 100.

Exercice 4

Quatre calculs de puissances

On pose :

$$A = 5^{3} \times 5^{-5},$$
$$B = \frac{(2^{3})^{4}}{2^{10}},$$
$$C = \frac{15^{4}}{3^{4} \times 5^{2}},$$
$$D = (-1)^{7} \times 2^{-3} \times 4^{2}.$$

1.

Écrire A et B sous la forme d'une puissance, puis sous la forme d'un nombre décimal.

INDICE

Outil : les règles de calcul sur les puissances : $a^{m} \times a^{n}$, $(a^{m})^{n}$, puis un quotient de puissances.

2.

Calculer C.

INDICE

Outil : décompose 15 en facteurs premiers, puis utilise $(ab)^{n} = a^{n}b^{n}$.

3.

Calculer D.

INDICE

Outil : une puissance impaire de -1 vaut -1 ; écris 4^{2} comme une puissance de 2.

Exercice 5

Des écritures scientifiques

1.

Donner l'écriture scientifique de $7\,250\,000$ et de $0{,}000084$.

INDICE

Outil : repère le premier chiffre non nul, mets la virgule à sa droite, puis compte les rangs.

2.

Donner l'écriture scientifique de $-0{,}0302$.

INDICE

Outil : écris d'abord celle de $0{,}0302$, puis ajoute le signe moins.

3.

Les nombres 48×10^{5} et $0{,}6 \times 10^{-3}$ ne sont pas en écriture scientifique. Les y mettre.

INDICE

Outil : écris 48 et $0{,}6$ en écriture scientifique, puis regroupe les puissances de 10.

Exercice 6

Simplifier des racines carrées

1.

Écrire $\sqrt{50}$, $\sqrt{75}$ et $\sqrt{98}$ sous la forme $k\sqrt{m}$, avec k et m entiers naturels et m le plus petit possible.

INDICE

Outil : cherche le plus grand carré parfait qui divise 50, 75 ou 98, puis applique $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.

2.

Calculer $\sqrt{50} + \sqrt{98}$.

INDICE

Outil : les deux termes contiennent la même racine après simplification.

3.

Calculer $\sqrt{75} \times \sqrt{3}$.

INDICE

Outil : le produit de deux racines est la racine du produit.

Exercice 7

Un dénominateur sans racine

1.

Écrire $\dfrac{10}{\sqrt{5}}$ sans racine carrée au dénominateur, puis simplifier.

INDICE

Outil : multiplie le numérateur et le dénominateur par $\sqrt{5}$.

2.

Même travail pour $\dfrac{1}{\sqrt{17}+4}$.

INDICE

Outil : l'expression conjuguée de $\sqrt{17}+4$ est $\sqrt{17}-4$.

3.

Même travail pour $\dfrac{6}{4-\sqrt{10}}$.

INDICE

Outil : même méthode qu'à la question 2. Quelle est l'expression conjuguée de $4-\sqrt{10}$?

Exercice 8

Trois identités remarquables

Dans tout l'exercice, x et a désignent des réels.

1.

Développer $(2x-5)^2$.

INDICE

Outil : l'identité $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, ici avec $2x$ et 5.

2.

Factoriser $9x^2 - 49$.

INDICE

Outil : écris chacun des deux termes sous la forme d'un carré.

3.

Factoriser $a^3 - 125$, puis vérifier le résultat en développant.

INDICE

Outil : écris 125 comme le cube d'un entier.