BURHAN

L'ensemble $\mathbb{N}$ et notions d'arithmétique : exercices, niveau examen

Tronc Commun · Sciences · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/tc/sciences/mathematiques/ensemble-n-et-arithmetique/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
L'ensemble $\mathbb{N}$ et notions d'arithmétique	Niveau examen	5

Exercice 1 5 pts

Des colis de jus et de gâteaux

Une association prépare des colis pour une collecte. Elle dispose de 378 boîtes de jus et de 294 gâteaux. Tous les colis doivent être identiques : même nombre de boîtes de jus, même nombre de gâteaux. Toutes les boîtes et tous les gâteaux doivent être utilisés.

1. 1 pts

Décomposer 378 et 294 en produits de facteurs premiers.

INDICE

Début : divise chaque nombre par 2. **Ensuite :** continue par 3, puis par 7, et contrôle par le produit.

CORRIGÉ

Divisions successives.

$$\begin{aligned} 378 &= 2 \times 189 \\ &= 2 \times 3 \times 63 \\ &= 2 \times 3 \times 3 \times 21 \\ &= 2 \times 3^3 \times 7. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 294 &= 2 \times 147 \\ &= 2 \times 3 \times 49 \\ &= 2 \times 3 \times 7^2. \end{aligned}$$

Contrôle. $2 \times 27 \times 7 = 378$ et $2 \times 3 \times 49 = 294$.

Conclusion. $378 = 2 \times 3^3 \times 7$ et $294 = 2 \times 3 \times 7^2$.

2. 1 pts

Expliquer pourquoi le nombre de colis divise 378 et 294. En déduire le nombre maximal de colis.

INDICE

Début : si l'on prépare c colis, chaque colis reçoit le même nombre de boîtes de jus. **Ensuite :** le nombre de colis doit-il diviser les deux quantités, ou en être un multiple ? Le veut-on le plus grand ou le plus petit ?

CORRIGÉ

Diviseur commun. Notons c le nombre de colis, j le nombre de boîtes de jus et g le nombre de gâteaux de chaque colis. Toutes les boîtes et tous les gâteaux sont utilisés, donc

$$\begin{aligned} 378 &= j \times c, \\ 294 &= g \times c. \end{aligned}$$

Ainsi c divise 378 et 294.

Maximum. Le nombre maximal de colis est le plus grand diviseur commun de 378 et 294, c'est-à-dire leur PGCD. D'après la règle des exposants et la question 1 :

$$\begin{aligned} &\mathrm{PGCD}(378;294) \\ &= 2 \times 3 \times 7 = 42. \end{aligned}$$

Conclusion. Le nombre de colis divise 378 et 294, et l'association peut préparer au plus 42 colis.

3. 1 pts

Donner la composition de chacun de ces 42 colis. En déduire l'écriture irréductible de la fraction $\dfrac{294}{378}$.

INDICE

Début : divise 378 et 294 par 42. **Ensuite :** divise les deux termes de la fraction par leur PGCD.

CORRIGÉ

Composition. $378 = 9 \times 42$ et $294 = 7 \times 42$: chaque colis contient 9 boîtes de jus et 7 gâteaux.

Fraction. D'après la question 2, 42 est le PGCD de 294 et 378. On divise les deux termes par 42 :

$$\begin{aligned} \frac{294}{378} &= \frac{7 \times 42}{9 \times 42} \\ &= \frac{7}{9}. \end{aligned}$$

Les entiers 7 et $9 = 3^2$ n'ont aucun facteur premier commun : $\dfrac{7}{9}$ est irréductible.

Conclusion. Chacun des 42 colis contient 9 boîtes de jus et 7 gâteaux, et l'écriture irréductible de $\dfrac{294}{378}$ est $\dfrac{7}{9}$.

4. a) 0,5 pts

L'association peut-elle préparer 14 colis identiques ? Si oui, donner leur composition.

INDICE

Début : 14 divise-t-il 42 ? **Ensuite :** si 14 divise 42 et 42 divise 378, que peut-on dire de 14 et 378 ?

CORRIGÉ

Diviseur de 42. On a $42 = 3 \times 14$: 14 divise 42. Or 42 divise 378 et 294 (question 2).

Conclusion. D'après les propriétés des multiples et des diviseurs, 14 divise 378 et 294 : on peut préparer 14 colis identiques. Comme $378 = 27 \times 14$ et $294 = 21 \times 14$, chacun contient 27 boîtes de jus et 21 gâteaux.

4. b) 0,5 pts

L'association peut-elle préparer 54 colis identiques ?

INDICE

Début : teste séparément 378 et 294. **Ensuite :** pour un essai qui échoue, encadre entre deux multiples consécutifs de 54.

CORRIGÉ

Jus. On a $378 = 7 \times 54$: les boîtes de jus se répartissent en 54 colis de 7 boîtes.

Gâteaux. On a $5 \times 54 = 270 < 294 < 324 = 6 \times 54$. Si l'on avait $294 = j \times 54$ avec j entier naturel, on aurait $5 < j < 6$, ce qui est impossible. Donc 54 ne divise pas 294.

Conclusion. Les gâteaux ne se répartissent pas en 54 parts égales : l'association ne peut pas préparer 54 colis identiques.

5. 1 pts

Calculer $\mathrm{PPCM}(378;294)$, puis contrôler ce résultat et celui de la question 2 à l'aide du produit 378×294.

INDICE

Début : garde chaque facteur premier avec son plus grand exposant. **Ensuite :** compare le produit du PGCD et du PPCM au produit des deux entiers.

CORRIGÉ

PPCM. D'après la règle des exposants, on garde chaque facteur premier avec son plus grand exposant :

$$\begin{aligned}&\mathrm{PPCM}(378;294)\\&= 2 \times 3^{3} \times 7^{2}\\&= 2\,646.\end{aligned}$$

Contrôle. D'après le produit du PGCD et du PPCM, $42 \times 2\,646$ doit être égal à 378×294. Or $42 \times 2\,646 = 111\,132$ et $378 \times 294 = 111\,132$.

Conclusion. $\mathrm{PPCM}(378;294) = 2\,646$, et les deux produits sont égaux : les résultats des questions 2 et 5 sont cohérents.

Exercice 2 5 pts

Un entier qui n'est presque jamais premier

Pour tout entier naturel n, on pose $B = n^2 + 3n + 2$.

1. 1 pts

Développer $(n+1)(n+2)$. En déduire une écriture de B comme produit de deux entiers consécutifs.

INDICE

Début : développe le produit terme à terme. **Ensuite :** compare le résultat à B, puis regarde la différence entre les deux facteurs.

CORRIGÉ

Développement. Pour tout entier naturel n :

$$\begin{aligned}&(n+1)(n+2)\\&= n^2 + 2n + n + 2\\&= n^2 + 3n + 2.\end{aligned}$$

Conclusion. Donc $B = (n+1)(n+2)$. Comme $n+2 = (n+1)+1$, les facteurs $n+1$ et $n+2$ sont deux entiers consécutifs : B est le produit de deux entiers consécutifs.

2. 0,75 pts

En déduire la parité de B, pour tout entier naturel n.

INDICE

Début : $n+1$ et $n+2$ sont deux entiers consécutifs. **Ensuite :** quelle propriété du cours donne la parité d'un produit de deux entiers consécutifs ?

CORRIGÉ

Changement d'écriture. Posons $m = n+1$: c'est un entier naturel, et $n+2 = m+1$. D'après la question 1,

$$B = m(m+1).$$

Conclusion. D'après le produit de deux entiers consécutifs, $m(m+1)$ est pair. Donc B est pair, pour tout entier naturel n.

3. 1 pts

On prend $n = 16$. Calculer B, puis décomposer le résultat en produit de facteurs premiers.

INDICE

Début : utilise l'écriture $B = (n+1)(n+2)$. **Ensuite :** décompose chacun des deux facteurs.

CORRIGÉ

Valeur. Pour $n = 16$, d'après la question 1 :

$$B = 17 \times 18 = 306.$$

Contrôle par l'expression de départ : $16^2 + 3 \times 16 + 2 = 256 + 48 + 2 = 306$.

Décomposition. L'entier 17 est premier : ni 2 ni 3 ne le divisent, et $5^2 = 25 > 17$. De plus, $18 = 2 \times 3^2$.

Conclusion. Pour $n = 16$, $B = 306$, et $306 = 2 \times 3^2 \times 17$.

4. 1,5 pts

Que vaut B pour $n = 0$? Justifier que, pour tout entier $n \geq 1$, l'entier B n'est pas un nombre premier.

INDICE

Début : d'après la question 2, 2 divise B. **Ensuite :** compare B à 2 lorsque $n \geq 1$. **Enfin :** combien de diviseurs B a-t-il au moins ?

CORRIGÉ

Cas $n = 0$. $B = 1 \times 2 = 2$, qui est un nombre premier.

Comparaison. Soit $n \geq 1$. Alors $n + 1 \geq 2$ et $n + 2 \geq 3$, donc

$$B \geq 2 \times 3 = 6.$$

Conclusion. Pour tout entier $n \geq 1$, B est pair (question 2), donc 2 divise B, et $B \geq 6$. Ainsi 1, 2 et B sont trois diviseurs distincts de B : B a plus de deux diviseurs, il n'est pas premier.

5. 0,75 pts

Quelle est la parité de $n^2 + 3n + 10$? En déduire si cet entier est divisible par 2.

INDICE

Début : compare $n^2 + 3n + 10$ et B. **Ensuite :** quelle est la parité de la différence ?

CORRIGÉ

Écriture. Pour tout entier naturel n :

$$n^2 + 3n + 10 = B + 8,$$

et $8 = 2 \times 4$ est pair.

Parité. L'entier B est pair (question 2) et 8 est pair : d'après la parité d'une somme, $B + 8$ est pair.

Conclusion. Pour tout entier naturel n, $n^2 + 3n + 10$ est pair : il est divisible par 2.

Exercice 3 — 5 pts

L'engrenage de deux roues dentées

Deux roues dentées s'engrènent : la roue A a 68 dents et la roue B en a 102. On marque d'un point rouge une dent de chaque roue, au moment où ces deux dents sont en contact. Quand les roues tournent, il passe autant de dents de A que de dents de B au point de contact.

1. — 1 pts

Décomposer 68 et 102 en produits de facteurs premiers.

INDICE

Début : divise par 2 autant de fois que possible. **Ensuite :** termine par 3 et par 17.

CORRIGÉ

Divisions successives. On divise par 2 tant que c'est possible, puis par 3 ($5+1=6$ est un multiple de 3) ; le dernier quotient, 17, est premier.

$$\begin{aligned} 68 &= 2 \times 34 \\ &= 2 \times 2 \times 17 \\ &= 2^2 \times 17. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 102 &= 2 \times 51 \\ &= 2 \times 3 \times 17. \end{aligned}$$

Contrôle. $4 \times 17 = 68$ et $2 \times 3 \times 17 = 102$.

Conclusion. $68 = 2^2 \times 17$ et $102 = 2 \times 3 \times 17$.

2. — 1,25 pts

Les deux dents marquées se retrouvent en contact lorsque chaque roue a fait un nombre entier de tours. Expliquer pourquoi le nombre de dents passées est alors un multiple de 68 et de 102. Calculer ce nombre la première fois.

INDICE

Début : quand la roue A fait a tours, il passe $a \times 68$ dents. **Ensuite :** ce nombre de dents doit-il diviser 68 et 102, ou en être un multiple ? Le veut-on le plus grand ou le plus petit ?

CORRIGÉ

Multiple commun. Supposons que la roue A ait fait a tours et la roue B b tours, avec a et b entiers naturels. Il est passé $a \times 68$ dents de A et $b \times 102$ dents de B au point de contact. Ces deux nombres sont égaux : le nombre de dents passées est à la fois un multiple de 68 et un multiple de 102.

Première fois. La première fois correspond au plus petit multiple commun non nul, c'est-à-dire au PPCM. D'après la règle des exposants :

$$\begin{aligned} &\mathrm{PPCM}(68;102) \\ &= 2^2 \times 3 \times 17 = 204. \end{aligned}$$

Conclusion. Le nombre de dents passées est un multiple de 68 et de 102 ; lors du premier nouveau contact, il est passé 204 dents.

3. 1 pts

En déduire le nombre de tours effectués par chaque roue avant ce premier nouveau contact.

INDICE

Début : combien de dents passent pendant un tour de la roue A ? **Ensuite :** combien de tours faut-il pour en faire passer autant qu'à la question 2 ? Même travail pour la roue B.

CORRIGÉ

Roue A. Un tour de A fait passer 68 dents. Comme $204 = 3 \times 68$, la roue A a fait 3 tours.

Roue B. Un tour de B fait passer 102 dents. Comme $204 = 2 \times 102$, la roue B a fait 2 tours.

Conclusion. Avant le premier nouveau contact, la roue A fait 3 tours et la roue B en fait 2.

4. 0,75 pts

Calculer $\mathrm{PGCD}(68 ; 102)$, puis contrôler le résultat de la question 2.

INDICE

Début : garde chaque facteur premier commun avec son plus petit exposant. **Ensuite :** compare le produit du PGCD et du PPCM à 68×102.

CORRIGÉ

PGCD. D'après la règle des exposants, on garde les facteurs premiers communs 2 et 17 avec leur plus petit exposant :

$$\begin{aligned} &\mathrm{PGCD}(68 ; 102) \\ &= 2 \times 17 = 34. \end{aligned}$$

Contrôle. D'après le produit du PGCD et du PPCM, 34×204 doit être égal à 68×102. Or $34 \times 204 = 6\,936$ et $68 \times 102 = 6\,936$.

Conclusion. $\mathrm{PGCD}(68 ; 102) = 34$, et le résultat de la question 2 est cohérent.

5. 1 pts

La roue B fait 20 tours par minute. En une minute, il passe autant de dents de A que de dents de B. Combien de tours par minute fait la roue A ? Au bout de combien de secondes les deux dents marquées se retrouvent-elles en contact pour la première fois ?

INDICE

Début : calcule le nombre de dents de B qui passent en une minute. **Ensuite :** la roue B fait 2 tours entre deux contacts des dents marquées.

CORRIGÉ

Vitesse de A. En une minute, la roue B fait 20 tours : il passe $20 \times 102 = 2\,040$ dents de B, donc aussi $2\,040$ dents de A. Or $2\,040 = 30 \times 68$: la roue A fait 30 tours par minute.

Durée. Entre deux contacts des dents marquées, la roue B fait 2 tours (question 3). À 20 tours par minute, cela prend $\dfrac{2}{20}$ de minute, soit $\dfrac{2}{20} \times 60 = 6$ secondes. Contrôle avec la roue A : ses 3 tours, à 30 tours par minute, prennent aussi $\dfrac{3}{30}$ de minute, soit 6 secondes.

Conclusion. La roue A fait 30 tours par minute, et les dents marquées se retrouvent en contact pour la première fois au bout de 6 secondes.

Exercice 4 5 pts

Des sommes de quatre entiers consécutifs

Pour tout entier naturel n, on note S la somme des quatre entiers consécutifs n, $n+1$, $n+2$ et $n+3$: $S = n + (n+1) + (n+2) + (n+3)$.

1. 1 pts

Calculer S pour $n = 0$, puis pour $n = 7$. Écrire S sous forme réduite, en fonction de n.

INDICE

Début : additionne les quatre entiers dans chaque cas. **Ensuite :** regroupe les termes en n, puis les nombres.

CORRIGÉ

Valeurs. Pour $n = 0$, $S = 0 + 1 + 2 + 3 = 6$. Pour $n = 7$, $S = 7 + 8 + 9 + 10 = 34$.

Forme réduite. On regroupe les termes en n, puis les nombres :

$$\begin{aligned} S &= n + n + n + n \\ &\quad + 1 + 2 + 3 \\ &= 4n + 6. \end{aligned}$$

Contrôle pour $n = 7$: $4 \times 7 + 6 = 34$.

Conclusion. $S = 6$ pour $n = 0$, $S = 34$ pour $n = 7$, et, pour tout entier naturel n, $S = 4n + 6$.

2. 0,75 pts

En déduire la parité de S, pour tout entier naturel n.

INDICE

Début : cherche un facteur commun à $4n$ et à 6. **Ensuite :** l'entier restant dans la parenthèse est-il un entier naturel ?

CORRIGÉ

Mise en facteur. Pour tout entier naturel n :

$$S = 4n + 6 = 2(2n + 3),$$

où $2n + 3$ est un entier naturel.

Conclusion. S est un multiple de 2 : S est pair, pour tout entier naturel n.

3. 1 pts

Comparer S à $4(n+1)$ et à $4(n+2)$. En déduire que S ne s'écrit jamais sous la forme $4k$, avec k entier naturel.

INDICE

Début : développe $4(n+1)$ et $4(n+2)$, puis compare-les à $4n+6$. **Ensuite :** si l'on avait $S=4k$, entre quels entiers consécutifs l'entier k serait-il placé ?

CORRIGÉ

Encadrement. On a $4(n+1)=4n+4$ et $4(n+2)=4n+8$. Comme $4<6<8$, on obtient $4n+4<4n+6<4n+8$, c'est-à-dire

$$4(n+1)<S<4(n+2).$$

Si $S=4k$. Supposons que $S=4k$ avec k entier naturel. Alors $4(n+1)<4k<4(n+2)$, et en divisant par 4, $n+1<k<n+2$. Aucun entier n'est strictement compris entre deux entiers consécutifs : c'est impossible.

Conclusion. Pour tout entier naturel n, S ne s'écrit jamais sous la forme $4k$ avec k entier naturel.

4. 1,25 pts

Parmi les entiers $1\,000$, $2\,027$ et $2\,026$, lesquels s'écrivent comme la somme de quatre entiers naturels consécutifs ? Le cas échéant, donner ces quatre entiers.

INDICE

Début : utilise les questions 2 et 3 pour écarter certains entiers. **Ensuite :** pour l'entier restant, cherche n tel que $4n+6$ lui soit égal, et vérifie que n appartient à $\mathbb{N}$.

CORRIGÉ

$1\,000$ et $2\,027$. $1\,000=4\times250$ s'écrit sous la forme $4k$: d'après la question 3, ce n'est pas une telle somme. $2\,027$ est impair : d'après la question 2, ce n'en est pas une non plus.

Le cas de $2\,026$. On cherche un entier naturel n tel que $4n+6=2\,026$. Cette équation équivaut à $4n=2\,020$, soit $n=505$, et $505\in\mathbb{N}$. On vérifie : $505+506+507+508=2\,026$.

Conclusion. Seul $2\,026$ convient : c'est la somme des quatre entiers consécutifs 505, 506, 507 et 508.

5. 1 pts

On note E l'ensemble des entiers qui s'écrivent comme la somme de quatre entiers naturels consécutifs, et P l'ensemble des entiers naturels pairs. A-t-on $E \subset P$? A-t-on $P \subset E$? Justifier.

INDICE

Début : pour $E \subset P$, chaque élément de E doit appartenir à P : relis la question 2. **Ensuite :** pour $P \subset E$, un seul entier pair qui n'appartient pas à E suffit à répondre non : cherche-le dans la question 4.

CORRIGÉ

Première inclusion. Soit x un élément de E : il existe un entier naturel n tel que $x = 4n + 6$. D'après la question 2, x est pair, donc $x \in P$. Donc $E \subset P$.

Seconde inclusion. L'entier $1\,000$ est pair, donc $1\,000 \in P$; d'après la question 4, $1\,000 \notin E$. Un élément de P n'appartient pas à E : P n'est pas inclus dans E.

Conclusion. On a $E \subset P$, mais P n'est pas inclus dans E.

Exercice 5 5 pts

Quand un diviseur dépend d'un entier

Pour tout entier naturel n, on pose $a = n + 5$ et $b = 3n + 52$. On cherche les entiers naturels n pour lesquels a divise b.

1. 1 pts

Calculer a et b pour $n = 3$, puis pour $n = 32$. Dans chaque cas, a divise-t-il b ?

INDICE

Début : remplace n dans les deux expressions. **Ensuite :** pour un cas favorable, écris $b = k \times a$; sinon, encadre b entre deux multiples consécutifs de a.

CORRIGÉ

Cas $n = 3$. $a = 3 + 5 = 8$ et $b = 9 + 52 = 61$. Or $7 \times 8 = 56 < 61 < 64 = 8 \times 8$: 61 est strictement compris entre deux multiples consécutifs de 8, donc 8 ne divise pas 61.

Cas $n = 32$. $a = 32 + 5 = 37$ et $b = 96 + 52 = 148$. Or $148 = 4 \times 37$: 37 divise 148.

Conclusion. Pour $n = 3$, a ne divise pas b ; pour $n = 32$, a divise b.

2. 1 pts

Vérifier que $b = 3a + 37$. En déduire que, si a divise b, alors a divise 37.

INDICE

Début : développe $3a = 3(n + 5)$, puis ajoute 37. **Ensuite :** a divise $3a$; quelle propriété des diviseurs s'applique à la différence $b - 3a$?

CORRIGÉ

Égalité. Pour tout entier naturel n :

$$\begin{aligned} 3a + 37 &= 3(n + 5) + 37 \\ &= 3n + 15 + 37 \\ &= 3n + 52 = b. \end{aligned}$$

Différence. Supposons que a divise b. L'entier a divise aussi $3a = 3 \times a$, et $b \geq 3a$. D'après les propriétés des multiples et des diviseurs, a divise la différence $b - 3a = 37$.

Conclusion. On a $b = 3a + 37$, et si a divise b, alors a divise 37.

3. 0,75 pts

Justifier que 37 est un nombre premier. En déduire la liste de ses diviseurs.

INDICE

Début : cherche les nombres premiers p tels que $p^2 \leq 37$. **Ensuite :** teste chacun d'eux avec les critères de divisibilité.

CORRIGÉ

Nombres premiers à tester. $5^2 = 25 \leq 37$ et $7^2 = 49 > 37$: il suffit de tester 2, 3 et 5.

Essais. 37 est impair ; $3 + 7 = 10$ n'est pas un multiple de 3 ; 37 ne se termine ni par 0 ni par 5. Aucun de ces nombres premiers ne divise 37 : d'après la propriété qui permet de reconnaître un nombre premier, 37 est premier.

Conclusion. 37 est premier ; comme tout nombre premier, il a exactement deux diviseurs, 1 et 37.

4. 1 pts

En déduire les entiers naturels n pour lesquels a divise b.

INDICE

Début : d'après les questions 2 et 3, si a divise b, alors a vaut 1 ou 37. **Ensuite :** compare $a = n + 5$ à 5 , puis vérifie la valeur trouvée avec la question 1.

CORRIGÉ

Condition. Si a divise b, alors a divise 37 (question 2), donc $a = 1$ ou $a = 37$ (question 3). Or $a = n + 5 \geq 5$: il reste $a = 37$, c'est-à-dire $n + 5 = 37$, soit $n = 32$.

Vérification. Pour $n = 32$, la question 1 donne $a = 37$ et $b = 148 = 4 \times 37$: a divise bien b.

Conclusion. L'entier a divise b pour une seule valeur de l'entier naturel n : $n = 32$.

5. 1,25 pts

On pose maintenant $c = 3n + 47$. Écrire c à l'aide de a, puis déterminer les entiers naturels n pour lesquels a divise c.

INDICE

Début : compare c à $3a$, comme à la question 2. **Ensuite :** liste les diviseurs du nombre obtenu par les produits de deux facteurs, et garde ceux qui sont au moins égaux à 5. **Enfin :** vérifie chaque valeur de n trouvée.

CORRIGÉ

Condition. On écrit $47 = 15 + 32$. Pour tout entier naturel n :

$$\begin{aligned} c &= 3n + 15 + 32 \\ &= 3a + 32. \end{aligned}$$

Si a divise c : comme a divise aussi $3a$ et que $c \geq 3a$, a divise $c - 3a = 32$, d'après les propriétés des multiples et des diviseurs.

Diviseurs de 32. On a $5^2 = 25 \leq 32 < 36 = 6^2$: on essaie les premiers facteurs de 1 à 5.

- $32 = 1 \times 32 = 2 \times 16 = 4 \times 8$;
- 3 ne divise pas 32, car $10 \times 3 = 30 < 32 < 33 = 11 \times 3$;
- 5 ne divise pas 32, car $6 \times 5 = 30 < 32 < 35 = 7 \times 5$.

Les diviseurs de 32 sont donc 1, 2, 4, 8, 16 et 32. Comme $a \geq 5$, a vaut 8, 16 ou 32, soit $n = 3$, 11 ou 27.

Conclusion. On vérifie : pour $n = 3$, $c = 56 = 7 \times 8$; pour $n = 11$, $c = 80 = 5 \times 16$; pour $n = 27$, $c = 128 = 4 \times 32$. Dans chaque cas, a divise c : les entiers naturels qui conviennent sont 3, 11 et 27.