BURHAN

L'ensemble $\mathbb{N}$ et notions d'arithmétique : exercices, application

Tronc Commun · Sciences · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/tc/sciences/mathematiques/ensemble-n-et-arithmetique/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
L'ensemble $\mathbb{N}$ et notions d'arithmétique	Application	8

Exercice 1

Entiers naturels ou non ?

On considère les six nombres suivants : 17 ; 0 ; $\frac{56}{8}$; $\frac{13}{5}$; $2{,}7$; $\frac{0}{5}$.

1.

Pour chacun de ces nombres, écrire s'il appartient à $\mathbb{N}$, avec le symbole $\in$ ou le symbole $\notin$.

INDICE

Outil : simplifie d'abord chaque fraction, puis regarde si le résultat est l'un des entiers 0, 1, 2, 3, …

2.

Lesquels de ces nombres appartiennent à $\mathbb{N}^*$?

INDICE

Outil : $\mathbb{N}^*$ contient les entiers naturels, sauf 0.

3.

Vrai ou faux ? Justifier.

- (a) $\{0;17\} \subset \mathbb{N}$.
- (b) $\{0;17\} \subset \mathbb{N}^*$.
- (c) $\mathbb{N}^* \subset \mathbb{N}$.

INDICE

Outil : un ensemble est inclus dans un autre lorsque chacun de ses éléments appartient à l'autre.

4.

Les entiers $\frac{56}{8}$ et 8 sont-ils consécutifs ? Donner deux entiers naturels consécutifs qui encadrent $\frac{13}{5}$.

INDICE

Outil : deux entiers naturels sont consécutifs lorsqu'ils s'écrivent n et $n+1$.

Exercice 2

Les diviseurs de 52 et quelques multiples de 13

1.

Trouver tous les produits de deux entiers naturels égaux à 52, le premier facteur étant inférieur ou égal au second.

INDICE

Outil : essaie les premiers facteurs 1, 2, 3, … et arrête-toi dès que le carré du premier facteur dépasse 52.

2.

En déduire la liste des diviseurs de 52.

INDICE

Outil : chaque produit du tableau donne deux diviseurs.

3.

Écrire tous les multiples de 13 compris entre 300 et 350.

INDICE

Outil : un multiple de 13 s'écrit $k \times 13$, avec k entier naturel ; cherche le premier qui dépasse 300.

4.

L'entier 52 est-il un multiple de 13 ? L'entier 13 est-il un multiple de 52 ?

INDICE

Outil : cherche un entier naturel k tel que $52 = k \times 13$, puis un entier k tel que $13 = k \times 52$.

Exercice 3

Sommes, différences et multiples de 17

On remarque que $85 = 5 \times 17$ et que $51 = 3 \times 17$.

1.

Sans calculer la somme, justifier que 17 divise $85 + 51$. Vérifier ensuite par le calcul.

INDICE

Outil : les propriétés des multiples et des diviseurs, pour une somme.

2.

Même question pour la différence $85 - 51$.

INDICE

Outil : même propriété, pour une différence ; vérifie d'abord que $85 \geq 51$.

3.

Justifier que 17 divise 7×85, et donner l'entier k tel que $7 \times 85 = k \times 17$.

INDICE

Outil : si un entier divise b, il divise tout multiple de b.

4.

On a $153 = 3 \times 51$. En déduire que 17 divise 153, et donner l'entier k tel que $153 = k \times 17$.

INDICE

Outil : si a divise b et b divise c, alors a divise c.

5.

Justifier que 17 ne divise pas 150.

INDICE

Outil : encadre 150 entre deux multiples de 17 qui se suivent.

Exercice 4

La parité de quatre expressions

Dans tout l'exercice, n est un entier naturel.

1.

Justifier que $10n + 8$ est pair.

INDICE

Outil : mets 2 en facteur et vérifie que l'autre facteur est un entier naturel.

2.

Justifier que $2n + 7$ est impair.

INDICE

Outil : écris $7 = 6 + 1$, puis mets 2 en facteur dans $2n + 6$.

3.

En déduire la parité du produit $(2n + 7)(10n + 8)$.

INDICE

Outil : la parité d'un produit ; l'un des deux facteurs est-il pair ?

4.

Quelle est la parité de $(2n + 7)^2$?

INDICE

Outil : un entier et son carré ont la même parité.

Exercice 5

173, 187 et 201 : premiers ou non ?

1.

Quels nombres premiers faut-il tester pour savoir si 173 est premier ?

INDICE

Outil : cherche les nombres premiers p tels que $p^2 \leq 173$.

2.

Tester la divisibilité de 173 par 2, 3, 5, 7, 11 et 13. L'entier 173 est-il premier ?

INDICE

Outil : les critères de divisibilité du collège pour 2, 3 et 5 ; un encadrement par des multiples pour 7, 11 et 13.

3.

L'entier 187 est-il premier ?

INDICE

Outil : même méthode ; 187 est impair, mais cela ne suffit pas.

4.

L'entier 201 est-il premier ?

INDICE

Outil : le critère de divisibilité par 3 : la somme des chiffres.

Exercice 6

Décomposer 588 et 1 155

1.

Décomposer 588 en produit de facteurs premiers, en présentant les divisions successives dans un tableau.

INDICE

Outil : divise par 2 tant que c'est possible, puis par 3, puis par 5, puis par 7…

2.

Même travail pour $1\,155$.

INDICE

Outil : $1\,155$ est impair ; commence par tester 3 avec la somme des chiffres.

3.

Lire sur les décompositions lequel des deux entiers est pair.

INDICE

Outil : un entier est pair lorsque 2 figure parmi ses facteurs premiers.

Exercice 7

PGCD et PPCM de 156 et 234

On donne les décompositions $156 = 2^2 \times 3 \times 13$ et $234 = 2 \times 3^2 \times 13$.

1.

En déduire $\mathrm{PGCD}(156\,;234)$.

INDICE

Outil : pour chaque nombre premier, garde l'exposant le plus petit.

2.

En déduire $\mathrm{PPCM}(156\,;234)$.

INDICE

Outil : pour chaque nombre premier, garde cette fois l'exposant le plus grand.

3.

Contrôler ces deux résultats à l'aide du produit 156×234.

INDICE

Outil : le produit du PGCD et du PPCM de deux entiers est égal au produit de ces entiers.

Exercice 8

Deux rubans coupés en morceaux égaux

Une couturière possède deux rubans, l'un de 154 cm et l'autre de 198 cm. Elle veut les couper en morceaux qui ont tous la même longueur, un nombre entier de centimètres, sans aucune chute. Elle veut des morceaux aussi longs que possible. On donne $154 = 2 \times 7 \times 11$ et $198 = 2 \times 3^2 \times 11$.

1.

Calculer la plus grande longueur possible d'un morceau.

INDICE

Question à te poser : la longueur d'un morceau doit-elle diviser les deux longueurs, ou en être un multiple ? La veut-on la plus grande ou la plus petite ?

2.

Combien de morceaux la couturière obtient-elle en tout ?

INDICE

Outil : divise la longueur de chaque ruban par la longueur d'un morceau.