BURHAN

Résumé : Calcul vectoriel dans le plan

Tronc Commun · Sciences · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/tc/sciences/mathematiques/calcul-vectoriel-dans-le-plan/resume

Chapitre	Semestre
Calcul vectoriel dans le plan	Semestre 1

Égalité et somme de vecteurs

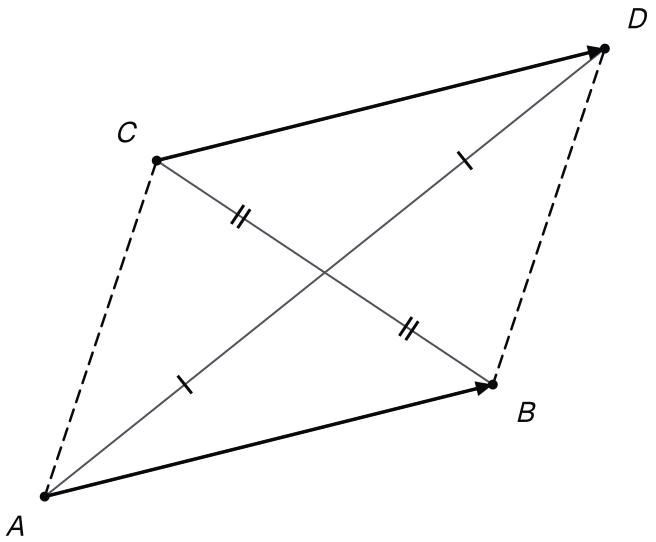
À retenir : Un vecteur, trois informations

Rappel du collège. Un vecteur non nul porte trois informations : une direction, un sens et une longueur. Deux vecteurs égaux ont les trois en commun, même s'ils partent de points différents. Additionner deux vecteurs revient à enchaîner deux déplacements : le second part du point d'arrivée du premier.

Définition : Égalité de deux vecteurs

Soit A, B, C, D quatre points du plan. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont **égaux** lorsque les segments $[AD]$ et $[BC]$ ont le même milieu, c'est-à-dire lorsque $ABDC$ est un parallélogramme, éventuellement aplati. On écrit $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

- Le vecteur $\overrightarrow{AA}$ est le **vecteur nul**, noté $\vec{0}$.
- Le vecteur $\overrightarrow{BA}$ est l'**opposé** du vecteur $\overrightarrow{AB}$; on le note $-\overrightarrow{AB}$.
- Un point A et un vecteur $\vec{u}$ étant donnés, il existe un **unique** point M tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$.



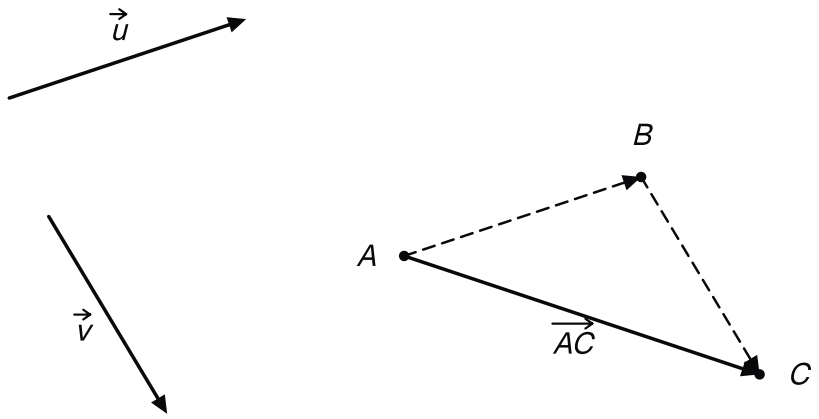
Le quadrilatère ABDC est un parallélogramme : ses diagonales [AD] et [BC] se coupent en leur milieu, donc le vecteur AB égale le vecteur CD.

Définition : Somme de deux vecteurs

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs et A un point du plan. On place le point B tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, puis le point C tel que $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$. La **somme** $\vec{u} + \vec{v}$ est le vecteur $\overrightarrow{AC}$; on admet qu'elle ne dépend pas du point A choisi.

En particulier, pour tous points A, B, C du plan, on a la **relation de Chasles** :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}.$$



Pour ajouter u et v, on reporte u depuis A jusqu'à B, puis v depuis B jusqu'à C : le vecteur AC représente u + v.

Propriété : Propriétés de l'addition des vecteurs

Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ du plan :

$$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$$

$$(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$$

$$\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$$

$$\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$$

La **différence** $\vec{u} - \vec{v}$ est le vecteur $\vec{u} + (-\vec{v})$.

Méthode : simplifier une somme de vecteurs

1. **Transforme** chaque soustraction : $-\overrightarrow{EF}$ s'écrit $\overrightarrow{FE}$.
2. **Range** les termes pour que chaque vecteur commence là où finit le précédent.
3. **Enchaîne** les vecteurs par la relation de Chasles.

4. **Efface** les vecteurs de la forme $\overrightarrow{EE}$: ils sont égaux à $\vec{0}$.

Exemple

Énoncé. Simplifie $\vec{w} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GE} - \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{FG}$.

Soustraction. On a $-\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{HG}$, donc $\vec{w} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{FG}$.

Rangement. Par commutativité, $\vec{w} = \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG}$.

Enchaînement. D'après la relation de Chasles, appliquée trois fois :

$$\begin{aligned}\vec{w} &= \overrightarrow{HE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} \\ &= \overrightarrow{HF} + \overrightarrow{FG} \\ &= \overrightarrow{HG}.\end{aligned}$$

Conclusion. $\vec{w} = \overrightarrow{HG}$.

Attention : Des lettres qui se suivent

La relation de Chasles relie deux vecteurs dont les lettres se suivent, comme $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG}$. Dans $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EG}$, les deux vecteurs partent du même point : la somme n'est pas $\overrightarrow{FG}$. En revanche, on peut écrire $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EG}$, c'est-à-dire $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EG} - \overrightarrow{EF}$.

Attention : Suivre le tour de la figure

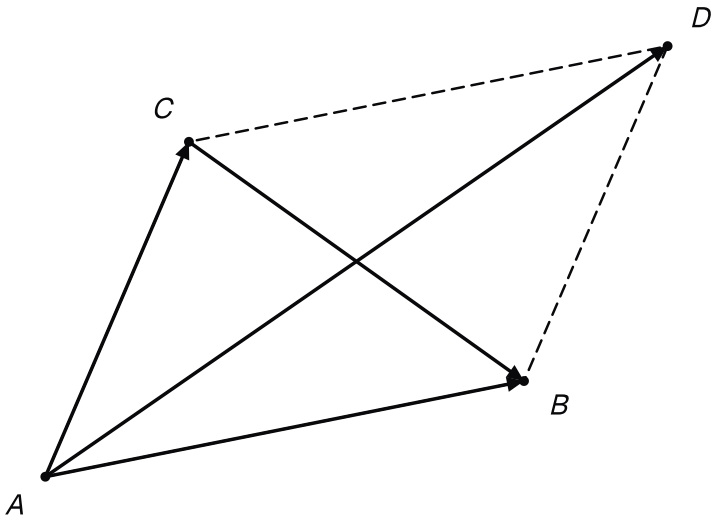
Pour un quadrilatère $KLMN$, lis les sommets dans l'ordre du tour. C'est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{NM}$. Écrire $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{MN}$ est faux : ces deux vecteurs ont des sens contraires. Avant d'écrire une égalité, suis les flèches sur ta figure.

Règle du parallélogramme et différence

Propriété : Règle du parallélogramme et différence de deux vecteurs

Soit A, B, C trois points du plan.

- Si D est le point tel que $ABDC$ soit un parallélogramme, éventuellement aplati, alors $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.
- Pour tous points A, B, C : $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$.



Avec le parallélogramme ABDC, le vecteur AB plus le vecteur AC donne la diagonale AD, tandis que le vecteur AB moins le vecteur AC donne la diagonale CB.

Exemple

Énoncé. R, S, T sont trois points non alignés. Écris $\overrightarrow{SR}+\overrightarrow{ST}$, puis $\overrightarrow{SR}-\overrightarrow{ST}$, avec un seul vecteur.

Somme. Soit V le point tel que $SRVT$ soit un parallélogramme. Par la règle du parallélogramme, $\overrightarrow{SR}+\overrightarrow{ST}=\overrightarrow{SV}$.

Différence. D'après la règle de la différence, $\overrightarrow{SR}-\overrightarrow{ST}=\overrightarrow{TR}$. Ce vecteur va de l'extrémité du second vecteur à celle du premier.

Attention **: Vecteurs et longueurs**

Place trois points alignés R, S, T, avec T sur le segment $[RS]$, $RS=5$ cm et $ST=3$ cm. La relation de Chasles donne $\overrightarrow{RS}+\overrightarrow{ST}=\overrightarrow{RT}$. Pourtant $RT=5-3=2$ cm, et non $5+3=8$ cm. Les longueurs ne s'additionnent pas comme les vecteurs : on a seulement $RT\leq RS+ST$, avec égalité si S appartient au segment $[RT]$.

Produit d'un vecteur par un réel

À retenir **: Ce que fait le réel k**

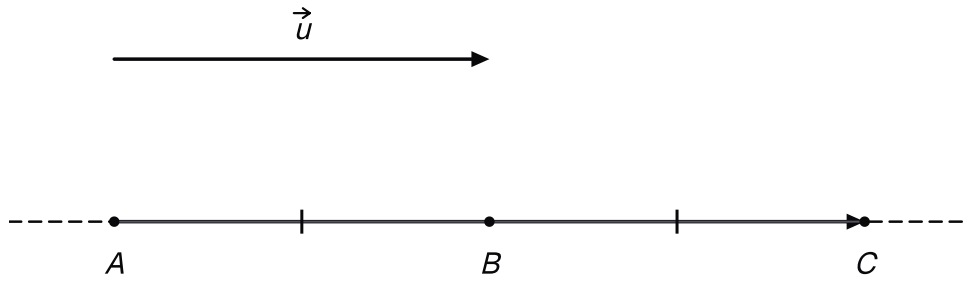
Multiplier $\vec{u}$ par un réel k non nul garde sa direction. Le signe de k règle le sens : même sens si $k>0$, sens contraire si $k<0$. La longueur est multipliée par k, ou par $-k$ si k est négatif. Ainsi, si $\vec{u}$ mesure 4 cm, le vecteur $-\frac{3}{4}\,\vec{u}$ mesure 3 cm et va dans l'autre sens.

Définition : Produit d'un vecteur par un réel

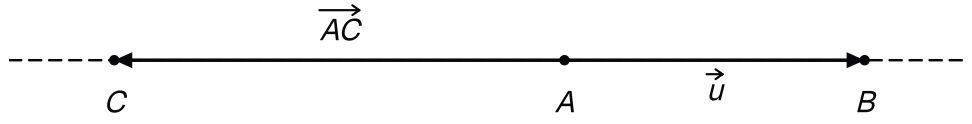
Soit $\vec{u}$ un vecteur et k un réel.

- Si $\vec{u} = \vec{0}$ ou si $k = 0$, on pose $k\,\vec{u} = \vec{0}$.
- Sinon, on écrit $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, avec $A \neq B$. Le vecteur $k\,\vec{u}$ est le vecteur $\overrightarrow{AC}$, où C est le point de la droite (AB) tel que :
  - si $k > 0$: C appartient à la demi-droite $[AB)$ et $AC = k \times AB$;
  - si $k < 0$: C appartient à la demi-droite opposée à $[AB)$ et $AC = -k \times AB$.

Ainsi, lorsque $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $k \neq 0$, le vecteur $k\,\vec{u}$ a la même direction que $\vec{u}$; il a le même sens si $k > 0$ et le sens contraire si $k < 0$.



Cas d'un réel k positif, ici k = 2 : le point C est pris sur la demi-droite [AB), à une distance de A égale à k fois AB.



Cas d'un réel k négatif, ici k = -1,5 : le point C passe de l'autre côté de A, à une distance de A égale à -k fois AB.

Propriété : Règles de calcul sur le produit par un réel

Pour tous vecteurs $\vec{u}, \vec{v}$ du plan et tous réels a, b :

$$a\,(\vec{u} + \vec{v}) = a\,\vec{u} + a\,\vec{v}$$

$$(a + b)\,\vec{u} = a\,\vec{u} + b\,\vec{u}$$

$$a\,(b\,\vec{u}) = (ab)\,\vec{u}$$

$$1\,\vec{u} = \vec{u}$$

$$(-1)\,\vec{u} = -\vec{u}$$

De plus, $a\,\vec{u} = \vec{0}$ si et seulement si $a = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$.

Méthode : construire a u + b v

1. **Pars** d'un point O de ton choix.
2. **Trace** le vecteur $a\,\vec{u}$ depuis O : tu obtiens un point P.
3. **Trace** le vecteur $b\,\vec{v}$ depuis P : tu obtiens un point Q.
4. **Lis** le résultat : d'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{OQ} = a\,\vec{u} + b\,\vec{v}$.

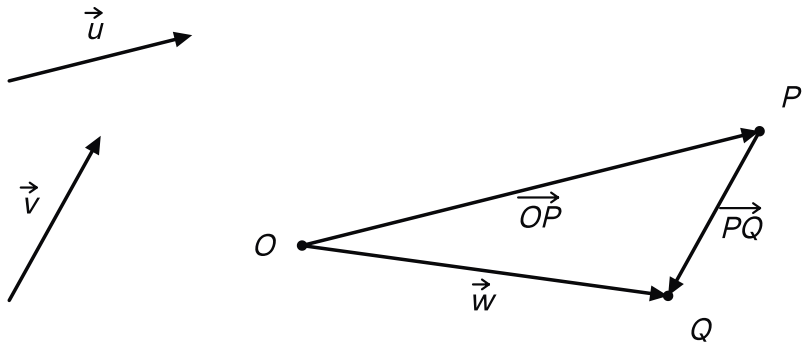
Exemple

Énoncé. Construis $\vec{w} = \frac{5}{2}\,\vec{u} - \vec{v}$ à partir d'un point O.

Premier vecteur. Place P tel que $\overrightarrow{OP} = \frac{5}{2}\,\vec{u}$: même direction et même sens que $\vec{u}$, longueur multipliée par $\frac{5}{2}$.

Second vecteur. Depuis P, place Q tel que $\overrightarrow{PQ} = -\vec{v}$: même longueur que $\vec{v}$, sens contraire.

Conclusion. D'après la relation de Chasles, $\vec{w} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ}$.



Construction de w en deux flèches mises bout à bout : cinq demis de u depuis O, puis l'opposé de v depuis P.

Méthode : exprimer un vecteur en fonction de deux autres

1. **Fais un détour** : par la relation de Chasles, passe par des points dont tu connais les vecteurs.
2. **Remplace** chaque morceau grâce aux égalités de l'énoncé.
3. **Regroupe** les termes avec les règles de calcul. Tu dois obtenir une seule écriture $a\,\overrightarrow{EF} + b\,\overrightarrow{EG}$.

Exemple

Énoncé. EFG est un triangle et K le point tel que $\overrightarrow{FK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{FG}$. Exprime $\overrightarrow{EK}$ en fonction de $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$.

Détour. D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{EK} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FK}$ et $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EG}$.

Calcul. On remplace $\overrightarrow{FK}$ par $\frac{3}{4}\overrightarrow{FE} + \frac{3}{4}\overrightarrow{EG}$. D'après les règles de calcul :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{EK} &= \overrightarrow{EF} + \frac{3}{4}\overrightarrow{FE} + \frac{3}{4}\overrightarrow{EG} \\ &= \overrightarrow{EF} - \frac{3}{4}\overrightarrow{EF} + \frac{3}{4}\overrightarrow{EG}.\end{aligned}$$

Conclusion. $\overrightarrow{EK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{EF} + \frac{3}{4}\overrightarrow{EG}$.

Colinéarité, parallélisme et alignement

Définition : Vecteurs colinéaires

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** lorsqu'il existe un réel k tel que $\vec{v} = k\,\vec{u}$ ou $\vec{u} = k\,\vec{v}$.

Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur $\vec{u}$, car $\vec{0} = 0\,\vec{u}$.

Propriété : Colinéarité et parallélisme

Soit A, B, C, D quatre points tels que $A \neq B$ et $C \neq D$. Les droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

(Deux droites confondues sont considérées comme parallèles.)

Propriété : Alignement de trois points

Soit A, B, C trois points du plan, avec $A \neq B$. Les propositions suivantes sont équivalentes :

- les points A, B, C sont **alignés** ;
- les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires ;
- il existe un réel x tel que $\overrightarrow{AC} = x\,\overrightarrow{AB}$.

Ce réel x, lorsqu'il existe, est **unique**.

Méthode : prouver un alignement ou un parallélisme

1. **Choisis** deux vecteurs. Pour l'alignement de R, S, T : $\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{RT}$, qui ont la même origine. Pour le parallélisme de (EF) et (GH) : $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GH}$. Vérifie que les deux extrémités de chaque vecteur sont distinctes : $R \neq S$, $E \neq F$, $G \neq H$.
2. **Écris**-les à l'aide des mêmes vecteurs de base.

3. **Cherche** un réel k qui fait passer de l'un à l'autre.
4. **Conclus** : cite la propriété d'alignement de trois points, ou celle qui relie colinéarité et parallélisme.

Exemple

Énoncé. RST est un triangle et U le point tel que $\overrightarrow{RU} = 5\,\overrightarrow{RS} - 4\,\overrightarrow{RT}$. Les points T, S, U sont-ils alignés ?

Vecteurs. D'après la relation de Chasles, puis les règles de calcul :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{TU} &= \overrightarrow{TR} + \overrightarrow{RU} \\ &= -\overrightarrow{RT} + 5\,\overrightarrow{RS} - 4\,\overrightarrow{RT} \\ &= 5\,\overrightarrow{RS} - 5\,\overrightarrow{RT}.\end{aligned}$$

De même, $\overrightarrow{TS} = \overrightarrow{TR} + \overrightarrow{RS} = \overrightarrow{RS} - \overrightarrow{RT}$.

Réel k. D'après les règles de calcul, $\overrightarrow{TU} = 5\,\overrightarrow{TS}$, avec $T \neq S$ car RST est un triangle.

Conclusion. D'après la propriété d'alignement de trois points, T, S et U sont alignés.

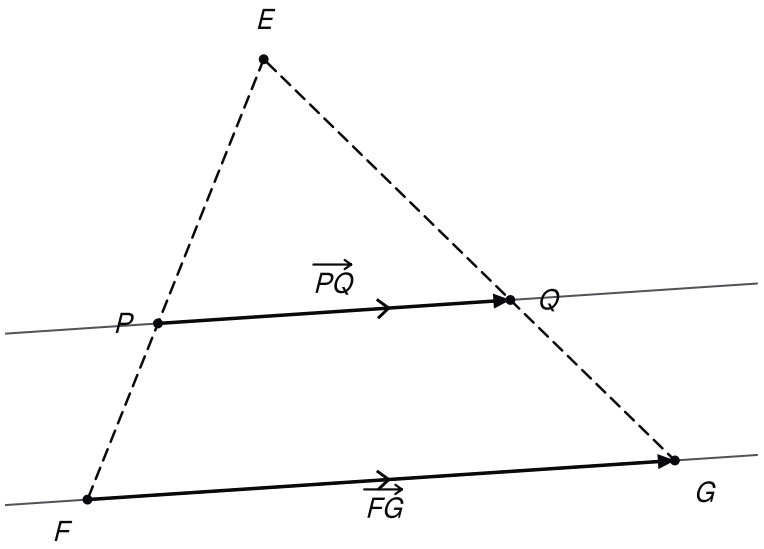
Exemple

Énoncé. EFG est un triangle. Les points P et Q vérifient $\overrightarrow{EP} = \frac{3}{5}\,\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EQ} = \frac{3}{5}\,\overrightarrow{EG}$. Compare les droites (PQ) et (FG).

Calcul. D'après la relation de Chasles, puis les règles de calcul :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{PQ} &= \overrightarrow{PE} + \overrightarrow{EQ} \\ &= \frac{3}{5}\left(\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EG}\right) \\ &= \frac{3}{5}\,\overrightarrow{FG}.\end{aligned}$$

Conclusion. On a $F \neq G$, et $\overrightarrow{PQ} \neq \vec{0}$, donc $P \neq Q$. Les vecteurs $\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{FG}$ sont colinéaires. Les droites (PQ) et (FG) sont donc parallèles, d'après la propriété colinéarité et parallélisme.



P et Q sont placés aux trois cinquièmes des côtés issus de E : la flèche PQ a la direction de FG.

Attention : Colinéaires, pas égaux

Si $\overrightarrow{EF} = -2\overrightarrow{GH}$, les deux vecteurs sont colinéaires. Ils ne sont pas égaux : leurs sens sont contraires, et $EF = 2 \times GH$. Si $G \neq H$, ils donnent (EF) parallèle à (GH) ; ils ne suffisent pas, à eux seuls, à prouver l'alignement de E, F, G, H. Pour un alignement, prends deux vecteurs qui ont un point en commun.

Abscisse d'un point d'une droite

Définition : Abscisse d'un point dans le repère (A, B)

Soit A et B deux points distincts. Pour tout point M de la droite (AB), l'unique réel x tel que

$$\overrightarrow{AM} = x\,\overrightarrow{AB}$$

s'appelle l'**abscisse** du point M dans le **repère** (A, B) de la droite (AB).

Le point A a pour abscisse 0 et le point B a pour abscisse 1.

Propriété : Abscisse, segment et demi-droite

Soit A et B deux points distincts.

- Pour tout réel x, il existe un **unique** point M de la droite (AB) d'abscisse x dans le repère (A, B).
- Un point M de (AB), d'abscisse x, appartient à la demi-droite $[AB)$ si et seulement si $x \geq 0$.
- Il appartient au segment $[AB]$ si et seulement si $0 \leq x \leq 1$.

À retenir : Lire une position

Dans le repère (A, B), le point A a pour abscisse 0 et le point B a pour abscisse 1. Le milieu de $[AB]$ a pour abscisse $\frac{1}{2}$. Un point d'abscisse 3 est au-delà de B, à la distance $3 \times AB$ du point A.

Méthode : placer un point défini par une égalité

1. **Ramène** l'égalité à la forme $\overrightarrow{AM} = x\,\overrightarrow{AB}$, grâce à la relation de Chasles puis aux règles de calcul.
2. **Lis** l'abscisse de M : c'est le réel x.
3. **Situe** le point : sur le segment $[AB]$ si $0 \leq x \leq 1$; sur la demi-droite $[AB)$ si $x \geq 0$; sur la demi-droite opposée si $x < 0$.
4. **Place**-le en reportant la longueur $x \times AB$ depuis A, ou $-x \times AB$ si x est négatif.

Exemple

Énoncé. Soit A et B deux points distincts. Place le point M tel que $\overrightarrow{MA} + 4\,\overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

Forme utile. D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB}$. L'égalité devient :

$$5\,\overrightarrow{MA} + 4\,\overrightarrow{AB} = \vec{0}.$$

D'après les règles de calcul, $\overrightarrow{MA} = -\frac{4}{5}\,\overrightarrow{AB}$, soit $\overrightarrow{AM} = \frac{4}{5}\,\overrightarrow{AB}$.

Position. L'abscisse de M dans le repère (A, B) est $\frac{4}{5}$, comprise entre 0 et 1. Le point M est sur le segment $[AB]$, avec $AM = \frac{4}{5} \times AB$.

Attention : Partir du point A

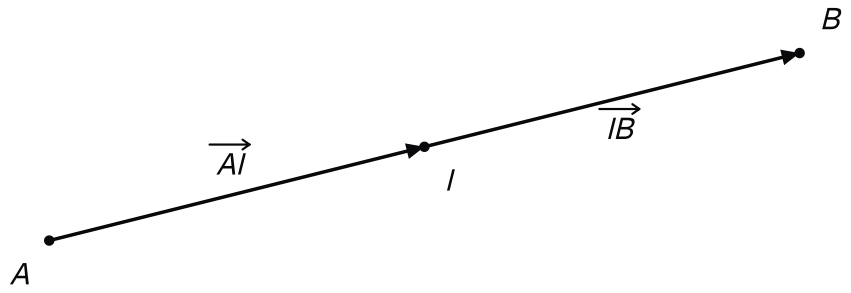
L'abscisse se lit sur un vecteur qui part de A. Si $\overrightarrow{NA} = \frac{5}{2}\,\overrightarrow{AB}$, alors $\overrightarrow{AN} = -\frac{5}{2}\,\overrightarrow{AB}$. L'abscisse de N est donc $-\frac{5}{2}$, et non $\frac{5}{2}$: le point N est sur la demi-droite opposée à $[AB)$.

Milieu d'un segment

Définition : Milieu d'un segment : définition vectorielle

Soit A et B deux points du plan. Le point I est le **milieu** du segment $[AB]$ lorsque

$$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}.$$



I partage [AB] en deux flèches identiques qui s'enchaînent : de A à I, puis de I à B.

Propriété : Caractérisations vectorielles du milieu

Soit A, B, I trois points du plan. Les propositions suivantes sont équivalentes :

- I est le milieu du segment $[AB]$;
- $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$;
- $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

De plus, si I est le milieu de $[AB]$, alors **pour tout point** M du plan, $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$.

À retenir : Un milieu, plusieurs écritures

Soit R et S deux points distincts. Dire que K est le milieu de $[RS]$, c'est dire que K a pour abscisse $\frac{1}{2}$ dans le repère (R, S). On peut aussi écrire $\overrightarrow{RS} = 2\overrightarrow{RK}$. Choisis l'écriture qui raccourcit ton calcul.

Méthode : utiliser un milieu

1. **Repère** chaque milieu de la figure et le segment qui lui correspond.
2. **Choisis** l'écriture la plus courte pour ton calcul : deux vecteurs égaux, la moitié d'un vecteur, une somme nulle, ou une somme égale au double d'un vecteur.
3. **Remplace** cette écriture dans le calcul, puis simplifie.

Exemple

Énoncé. R, S, T, U sont quatre points, K est le milieu de $[RS]$ et L celui de $[TU]$. Exprime $\overrightarrow{RT} + \overrightarrow{SU}$ en fonction de $\overrightarrow{KL}$.

Détour. D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{RT} = \overrightarrow{RK} + \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LT}$ et $\overrightarrow{SU} = \overrightarrow{SK} + \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LU}$.

Milieux. D'après les caractérisations vectorielles du milieu, $\overrightarrow{KR} + \overrightarrow{KS} = \vec{0}$, donc $\overrightarrow{RK} + \overrightarrow{SK} = \vec{0}$. De même, $\overrightarrow{LT} + \overrightarrow{LU} = \vec{0}$.

Somme. D'après les propriétés de l'addition, on regroupe les termes :

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{RT} + \overrightarrow{SU}\\ &= 2\,\overrightarrow{KL} + (\overrightarrow{RK} + \overrightarrow{SK})\\ &\quad + (\overrightarrow{LT} + \overrightarrow{LU}).\end{aligned}$$

Les deux parenthèses sont nulles.

Conclusion. $\overrightarrow{RT} + \overrightarrow{SU} = 2\,\overrightarrow{KL}$.

Quel outil pour quelle question ?

Méthode : Quel outil pour quelle question ?

- **Simplifier** une somme : la relation de Chasles, après avoir changé les soustractions.
- **Additionner** deux vecteurs de même origine : la règle du parallélogramme.
- **Construire** $a\,\vec{u} + b\,\vec{v}$: deux vecteurs mis bout à bout.
- **Exprimer** un vecteur : un détour par la relation de Chasles, puis les règles de calcul.
- **Prouver un parallélisme** : la colinéarité et le parallélisme.
- **Prouver un alignement** : deux vecteurs colinéaires de même origine.
- **Placer** un point d'une droite : son abscisse dans le repère (A, B).
- **Utiliser** un milieu : l'une de ses caractérisations.

Relation de Chasles

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Règle du parallélogramme, EFHG parallélogramme

$$\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EG} = \overrightarrow{EH}$$

Différence de deux vecteurs de même origine

$$\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{EG} = \overrightarrow{GF}$$

Distributivité sur les vecteurs

$$a\,(\vec{u} + \vec{v}) = a\,\vec{u} + a\,\vec{v}$$

Distributivité sur les réels

$$(a + b)\,\vec{u} = a\,\vec{u} + b\,\vec{u}$$

Produit de deux réels

$$a\,(b\,\vec{u}) = (ab)\,\vec{u}$$

A, B, C alignés, avec A distinct de B

$$\overrightarrow{AC} = x\,\overrightarrow{AB}$$

Abscisse x de M dans le repère (A, B)

$$\overrightarrow{AM} = x\,\overrightarrow{AB}$$

I milieu de [AB]

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AB}$$

I milieu de [AB], M point quelconque

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{MI}$$

> **À retenir : Rédiger en devoir**
>
> Nomme la règle employée à chaque calcul : « d'après la relation de Chasles », « d'après les règles de calcul ». Pour un alignement ou un parallélisme, cite la propriété utilisée. Trace la figure sur ton cahier : elle contrôle le sens des vecteurs. Termine par une phrase de conclusion.