BURHAN

Calcul vectoriel dans le plan : exercices, entraînement

Tronc Commun · Sciences · Mathématiques

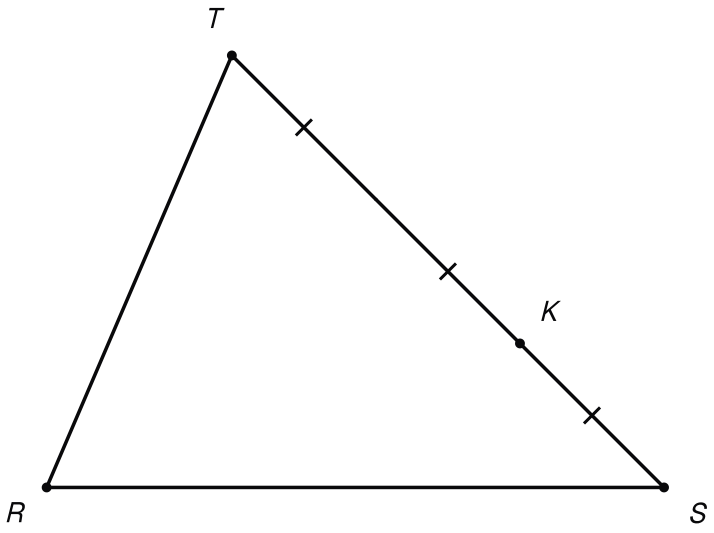
Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/tc/sciences/mathematiques/calcul-vectoriel-dans-le-plan/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Calcul vectoriel dans le plan	Entraînement	7

Exercice 1

Exprimer, puis aligner

RST est un triangle. Le point K vérifie $\overrightarrow{SK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{ST}$, et le point L vérifie $\overrightarrow{RL} = 2\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RT}$.



Le triangle RST et le point K placé sur le côté [ST], au premier tiers en partant de S.

1.

Exprimer $\overrightarrow{RK}$ en fonction de $\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{RT}$.

INDICE

Outil : la relation de Chasles. **Début :** passe par S : $\overrightarrow{RK} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{SK}$. **Point délicat :** décompose aussi $\overrightarrow{ST}$ en passant par R.

2.

Comparer les vecteurs $\overrightarrow{RL}$ et $\overrightarrow{RK}$.

INDICE

Début : multiplie l'écriture de $\overrightarrow{RK}$ par un réel bien choisi. **Point délicat :** le même réel doit convenir pour les deux coefficients.

3.

En déduire que les points R, K, L sont alignés, puis situer K par rapport au segment $[RL]$.

INDICE

Outil : la propriété d'alignement de trois points. **Point délicat :** pour situer K, écris $\overrightarrow{RK}$ en fonction de $\overrightarrow{RL}$ et lis une abscisse.

Exercice 2

Les milieux des côtés d'un quadrilatère

$EFGH$ est un quadrilatère quelconque. On note P, Q, R, S les milieux respectifs des côtés $[EF]$, $[FG]$, $[GH]$ et $[HE]$. Fais la figure sur ton cahier.

1.

Exprimer $\overrightarrow{PQ}$ en fonction de $\overrightarrow{EG}$.

INDICE

Outil : la relation de Chasles, en passant par F. **Début :** écris $\overrightarrow{PF}$ et $\overrightarrow{FQ}$ comme des moitiés de vecteurs.

2.

Exprimer de même $\overrightarrow{SR}$ en fonction de $\overrightarrow{EG}$.

INDICE

Début : passe cette fois par le sommet H. **Point délicat :** S est le milieu de $[HE]$, donc $\overrightarrow{SH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EH}$.

3.

Quelle est la nature du quadrilatère $PQRS$? Justifier.

INDICE

Outil : la définition de l'égalité de deux vecteurs. **Point délicat :** dans $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{SR}$, lis les sommets dans le bon ordre.

Exercice 3

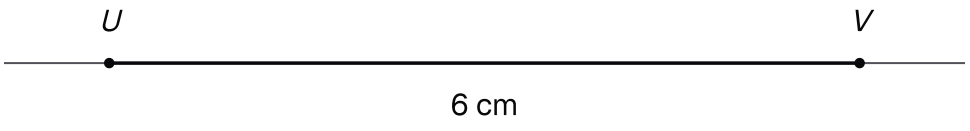
Deux points sur une droite

U et V sont deux points tels que $UV = 6$ cm. Les points M et N vérifient :

$$\overrightarrow{MU} + 2\,\overrightarrow{MV} = \overrightarrow{UV}$$

et

$$3\,\overrightarrow{NU} - \overrightarrow{NV} = \vec{0}.$$



La droite (UV) et le segment [UV] de longueur 6 cm, sur lesquels on cherchera les points M et N.

1.

Exprimer $\overrightarrow{UM}$ en fonction de $\overrightarrow{UV}$, puis situer le point M.

INDICE

Outil : la relation de Chasles : $\overrightarrow{MV} = \overrightarrow{MU} + \overrightarrow{UV}$. **Point délicat :** isole $\overrightarrow{MU}$, puis passe à son opposé $\overrightarrow{UM}$.

2.

Même travail pour le point N.

INDICE

Début : écris $\overrightarrow{NV} = \overrightarrow{NU} + \overrightarrow{UV}$. **Point délicat :** l'abscisse obtenue est négative.

3.

Exprimer $\overrightarrow{MN}$ en fonction de $\overrightarrow{UV}$, puis calculer la longueur MN.

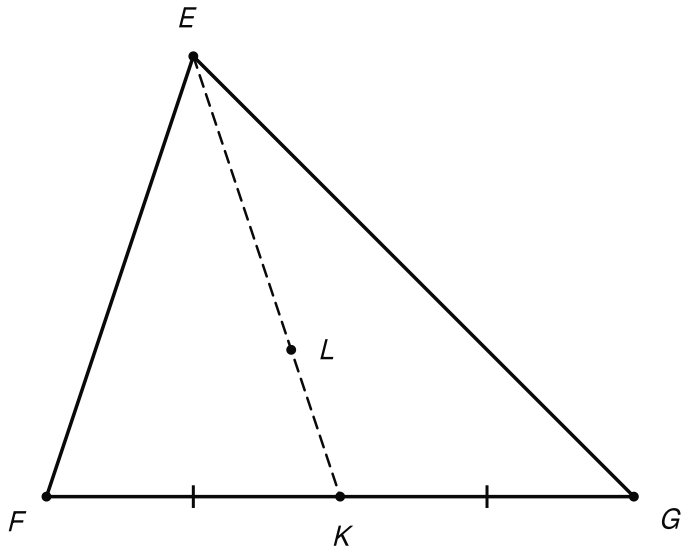
INDICE

Outil : la relation de Chasles, en passant par U. **Point délicat :** la longueur de $k\,\overrightarrow{UV}$ vaut $-k \times UV$ lorsque k est négatif.

Exercice 4

Une somme nulle dans un triangle

EFG est un triangle et K est le milieu de $[FG]$. Le point L vérifie $\overrightarrow{EL} = \frac{2}{3}\overrightarrow{EK}$.



Le triangle EFG, le milieu K du côté [FG] et le point L placé sur [EK], aux deux tiers en partant de E.

1.

Exprimer $\overrightarrow{LF} + \overrightarrow{LG}$ en fonction de $\overrightarrow{LK}$.

INDICE

Outil : les caractérisations du milieu, appliquées au segment $[FG]$ et au point L.

2.

Exprimer $\overrightarrow{LE}$, puis $\overrightarrow{LK}$, en fonction de $\overrightarrow{EK}$.

INDICE

Début : $\overrightarrow{LE}$ est l'opposé de $\overrightarrow{EL}$. **Ensuite :** pour $\overrightarrow{LK}$, passe par E avec la relation de Chasles.

3.

En déduire la somme $\overrightarrow{LE} + \overrightarrow{LF} + \overrightarrow{LG}$.

INDICE

Début : remplace $\overrightarrow{LF} + \overrightarrow{LG}$ grâce à la question 1. **Point délicat :** écris tout en fonction du seul vecteur $\overrightarrow{EK}$.

Exercice 5

Le vol de deux drones

Un drone vole à hauteur constante : on raisonne dans un plan. Il décolle d'une base D et fait trois déplacements en ligne droite :

- le premier, de vecteur $\vec{u}$, l'amène en E ;
- le deuxième, de vecteur $2\,\vec{v}$, l'amène en F ;
- le troisième, de vecteur $-3\,\vec{u}$, l'amène en G.

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires. Sur ton cahier, prends $\vec{u}$ de longueur 2 cm et $\vec{v}$ de longueur $1{,}5$ cm.

1.

Construire les points E, F, G sur ton cahier, puis exprimer $\overrightarrow{DG}$ en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

INDICE

Début : reporte chaque déplacement à partir du point d'arrivée du précédent. **Outil :** la relation de Chasles, en passant par E et F. **Ensuite :** regroupe les termes en $\vec{u}$.

2.

Un second drone part de D et va en ligne droite jusqu'au point H tel que $\overrightarrow{DH} = \vec{v} - \vec{u}$. Comparer $\overrightarrow{DG}$ et $\overrightarrow{DH}$.

INDICE

Début : mets un facteur commun en évidence dans l'écriture de $\overrightarrow{DG}$.

3.

En déduire que les points D, H, G sont alignés. Donner l'abscisse de G dans le repère (D, H), puis préciser la position de H.

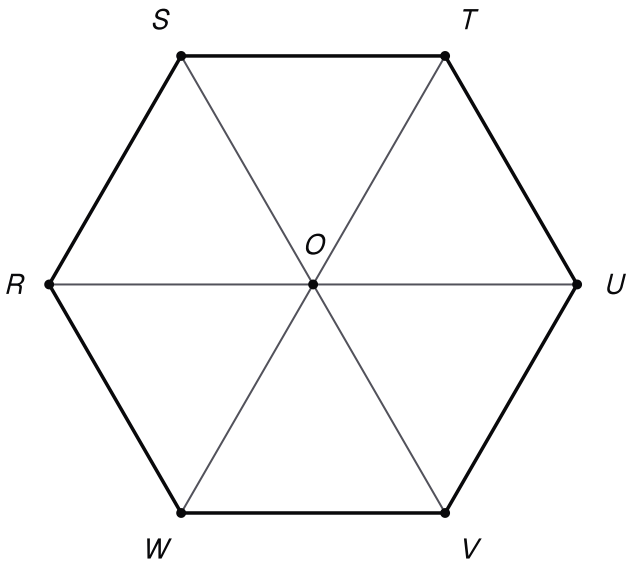
INDICE

Outil : la propriété d'alignement de trois points. **Point délicat :** pour H, écris $\overrightarrow{DH}$ en fonction de $\overrightarrow{DG}$.

Exercice 6

Sommes de vecteurs dans un hexagone régulier

$RSTUVW$ est un hexagone régulier de centre O. Rappel du collège : le point O est le milieu de la grande diagonale $[RU]$, et les quadrilatères $RSOW$, $RSTO$ et $ROVW$ sont des losanges. Trace la figure sur ton cahier.



L'hexagone régulier RSTUVW, son centre O et ses trois grandes diagonales, qui découpent la figure en losanges.

1.

Écrire $\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RW}$ avec un seul vecteur.

INDICE

Outil : la règle du parallélogramme. **Début :** quel losange de la figure a pour côtés $[RS]$ et $[RW]$?

2.

Écrire $\overrightarrow{RO}$ en fonction de $\overrightarrow{RU}$, puis exprimer $\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RW}$ en fonction de $\overrightarrow{RU}$.

INDICE

Outil : les caractérisations du milieu, pour le segment $[RU]$.

3.

Exprimer $\overrightarrow{RT} + \overrightarrow{RV}$ en fonction de $\overrightarrow{RU}$.

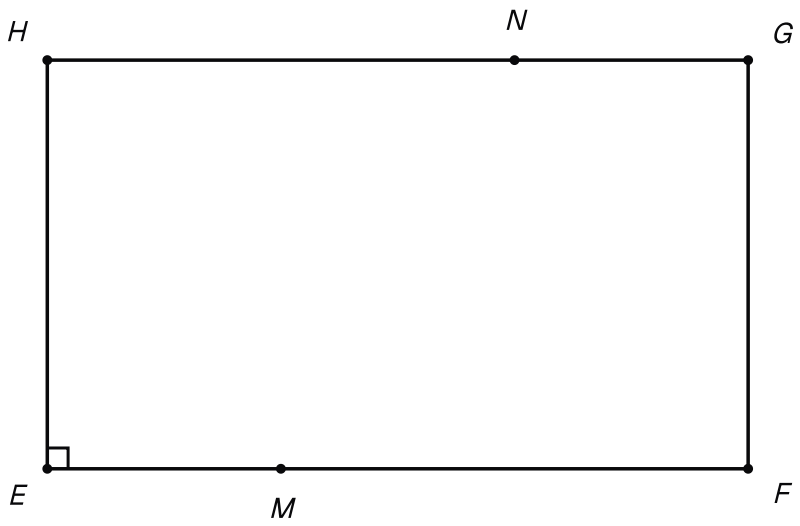
INDICE

Début : décompose $\overrightarrow{RT}$ en passant par S, et $\overrightarrow{RV}$ en passant par W. **Point délicat :** dans les losanges $RSTO$ et $ROVW$, $\overrightarrow{ST}$ et $\overrightarrow{WV}$ sont égaux à $\overrightarrow{RO}$.

Exercice 7

Un parallélogramme dans un rectangle

$EFGH$ est un rectangle. Le point M vérifie $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EF}$, et le point N vérifie $\overrightarrow{HN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{HG}$.



Le rectangle EFGH, le point M au tiers du côté [EF] en partant de E et le point N aux deux tiers du côté [HG] en partant de H.

1.

Justifier que $\overrightarrow{HG} = \overrightarrow{EF}$, puis exprimer $\overrightarrow{NG}$ en fonction de $\overrightarrow{EF}$.

INDICE

Outil : un rectangle est un parallélogramme. **Début :** pour $\overrightarrow{NG}$, passe par H. **Point délicat :** $\overrightarrow{NH} = -\overrightarrow{HN}$.

2.

En déduire la nature du quadrilatère $EMGN$.

INDICE

Outil : la définition de l'égalité de deux vecteurs. **Point délicat :** compare $\overrightarrow{EM}$ et $\overrightarrow{NG}$, puis lis les sommets dans l'ordre.

3.

Exprimer $\overrightarrow{EN}$ et $\overrightarrow{MG}$ en fonction de $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EH}$. Vérifier que ces deux vecteurs sont égaux.

INDICE

Outil : la relation de Chasles. **Début :** passe par H pour $\overrightarrow{EN}$, et par F pour $\overrightarrow{MG}$. **Point délicat :** $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EH}$ dans le rectangle.