BURHAN

Calcul vectoriel dans le plan : exercices, application

Tronc Commun · Sciences · Mathématiques

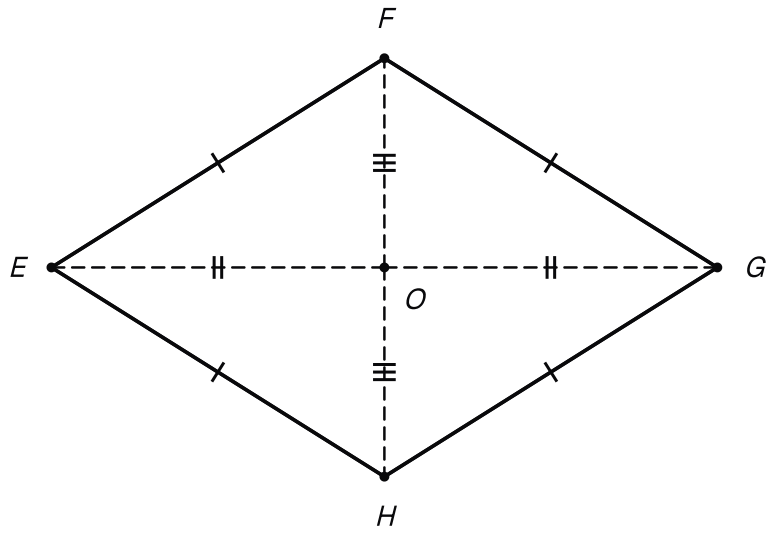
Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/tc/sciences/mathematiques/calcul-vectoriel-dans-le-plan/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Calcul vectoriel dans le plan	Application	8

Exercice 1

Égalités de vecteurs dans un losange

$EFGH$ est un losange de centre O : ses diagonales $[EG]$ et $[FH]$ se coupent en leur milieu O. Trace la figure sur ton cahier.



Le losange EFGH et ses deux diagonales, qui se coupent en leur milieu O.

1.

Citer un vecteur égal à $\overrightarrow{EF}$, puis un vecteur égal à $\overrightarrow{EO}$, dont les extrémités sont des points de la figure.

INDICE

Outil : un losange est un parallélogramme. **Début :** suis le tour E, F, G, H et lis les côtés opposés dans le même sens. **Point délicat :** l'ordre des lettres.

2.

Écrire $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH}$ avec un seul vecteur.

INDICE

Outil : la règle du parallélogramme. **Début :** les deux vecteurs partent de E ; repère le parallélogramme qu'ils dessinent.

3.

Simplifier $\overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OG}$, puis $\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{FG}$.

INDICE

Outil : les caractérisations du milieu, puis la relation de Chasles. **Point délicat :** remplace d'abord $\overrightarrow{FG}$ par un vecteur égal qui part de E.

Exercice 2

Simplifier trois sommes

R, S, T, U et V sont cinq points du plan.

1.

Simplifier $\vec{a} = \overrightarrow{TU} + \overrightarrow{RT} + \overrightarrow{UR}$.

INDICE

Outil : la relation de Chasles. **Début :** commence par $\overrightarrow{RT}$, puis cherche le vecteur qui part de T.

2.

Simplifier $\vec{b} = \overrightarrow{RS} - \overrightarrow{TS} + \overrightarrow{TU} - \overrightarrow{VU}$.

INDICE

Outil : l'opposé d'un vecteur. **Début :** écris $-\overrightarrow{TS} = \overrightarrow{ST}$. **Point délicat :** traite aussi $-\overrightarrow{VU}$ avant d'enchaîner.

3.

Simplifier $\vec{c} = 2\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{ST} - \overrightarrow{RT}$.

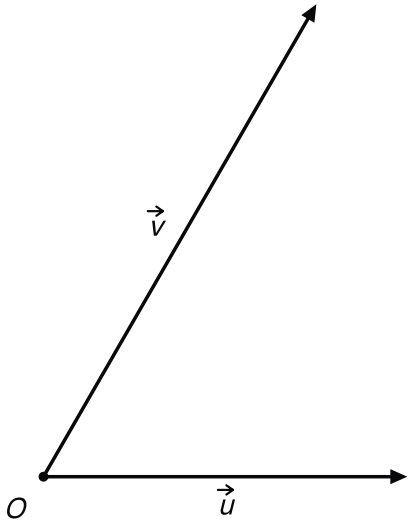
INDICE

Outil : les règles de calcul : $2\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RS}$. **Début :** garde un vecteur $\overrightarrow{RS}$ de côté, et enchaîne les autres termes.

Exercice 3

Construire une combinaison de deux vecteurs

On donne un point O et deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non colinéaires : $\vec{u}$ mesure 2 cm et $\vec{v}$ mesure 3 cm. Trace-les sur ton cahier.



Les deux vecteurs donnés, u de 2 cm et v de 3 cm, tracés à partir du point O.

1.

Donner la direction, le sens et la longueur du vecteur $3\,\vec{u}$, puis du vecteur $-\frac{2}{3}\,\vec{v}$.

INDICE

Outil : la définition du produit d'un vecteur par un réel. **Point délicat :** le signe du réel décide du sens.

2.

Construire le point P tel que $\overrightarrow{OP} = 3\,\vec{u} - \frac{2}{3}\,\vec{v}$, en décrivant les étapes.

INDICE

Début : place d'abord le point E tel que $\overrightarrow{OE} = 3\,\vec{u}$. **Point délicat :** le second vecteur se reporte à partir de E, et non à partir de O.

3.

Construire de même le point Q tel que $\overrightarrow{OQ} = -\vec{u} + 2\,\vec{v}$, puis exprimer $\overrightarrow{PQ}$ en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

INDICE

Outil : la relation de Chasles, en passant par O. **Point délicat :** $\overrightarrow{PO}$ est l'opposé de $\overrightarrow{OP}$.

Exercice 4

Appliquer les règles de calcul

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs du plan.

1.

Réduire $\vec{a} = 3\,(\vec{u} - 2\,\vec{v}) - 2\,(\vec{u} - 3\,\vec{v})$.

INDICE

Outil : les règles de calcul. **Début :** développe chaque parenthèse. **Point délicat :** le signe moins placé devant 2 change les deux signes de la seconde parenthèse.

2.

Réduire $\vec{b} = \frac{1}{3}\,(6\,\vec{u} + 3\,\vec{v}) - \vec{v}$.

INDICE

Outil : $a\,(b\,\vec{u}) = (ab)\,\vec{u}$. **Début :** calcule $\frac{1}{3} \times 6$ et $\frac{1}{3} \times 3$.

3.

Trouver le vecteur $\vec{w}$ tel que $2\,\vec{w} + \vec{u} = 3\,\vec{u} - 4\,\vec{v}$.

INDICE

Début : ajoute $-\vec{u}$ aux deux membres. **Ensuite :** multiplie les deux membres par $\frac{1}{2}$.

Exercice 5

Reconnaître des vecteurs colinéaires

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs non colinéaires. On pose :

$$\vec{a} = 2\,\vec{u} - 3\,\vec{v},$$
$$\vec{b} = -4\,\vec{u} + 6\,\vec{v},$$
$$\vec{c} = \frac{2}{3}\,\vec{u} - \vec{v}.$$

1.

Trouver un réel k tel que $\vec{b} = k\,\vec{a}$.

INDICE

Outil : compare les coefficients de $\vec{u}$, puis ceux de $\vec{v}$. **Point délicat :** le même réel doit convenir pour les deux.

2.

Exprimer $\vec{c}$ en fonction de $\vec{a}$.

INDICE

Début : procède comme à la question 1, avec $\vec{c}$ et $\vec{a}$. **Point délicat :** contrôle avec le coefficient de $\vec{v}$.

3.

Les vecteurs $\vec{b}$ et $\vec{c}$ ont-ils le même sens que $\vec{a}$? Justifier avec les réels trouvés.

INDICE

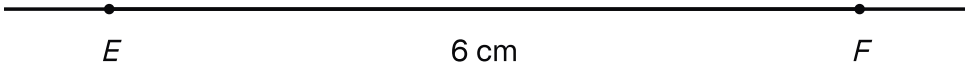
Outil : le signe du réel k donne le sens.

Exercice 6

Lire et situer des points par leur abscisse

E et F sont deux points tels que $EF = 6$ cm. On définit trois points de la droite (EF) par :

$$\overrightarrow{EP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{EF},$$
$$\overrightarrow{EQ} = -2\overrightarrow{EF},$$
$$\overrightarrow{FR} = \frac{1}{2}\overrightarrow{FE}.$$



La droite (EF) avec les deux points de départ E et F, distants de 6 cm.

1.

Donner l'abscisse de P, puis celle de Q, dans le repère (E, F).

INDICE

Outil : la définition de l'abscisse : on lit le réel x dans $\overrightarrow{EM} = x\overrightarrow{EF}$.

2.

Calculer l'abscisse de R dans le repère (E, F). Que représente le point R pour le segment $[EF]$?

INDICE

Outil : la relation de Chasles. **Point délicat :** le vecteur donné part de F, alors que l'abscisse se lit sur un vecteur qui part de E.

3.

Situer chacun des points P, Q, R par rapport au segment $[EF]$ et à la demi-droite $[EF)$, puis calculer EP, EQ et ER.

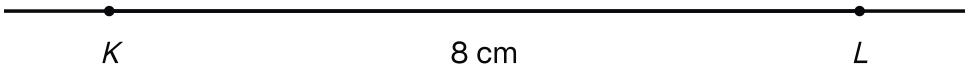
INDICE

Outil : la propriété qui relie l'abscisse au segment et à la demi-droite. **Point délicat :** pour une abscisse négative, la longueur se calcule avec l'opposé de l'abscisse.

Exercice 7

Un point défini par une égalité vectorielle

K et L sont deux points tels que $KL = 8$ cm. Le point M vérifie $\overrightarrow{KM} = 3\,\overrightarrow{ML}$.



La droite (KL) avec les deux points donnés K et L, distants de 8 cm.

1.

Écrire $\overrightarrow{ML}$ en passant par le point K, puis remplacer dans l'égalité qui définit M.

INDICE

Outil : la relation de Chasles. **Début :** $\overrightarrow{ML} = \overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KL}$.

2.

En déduire $\overrightarrow{KM}$ en fonction de $\overrightarrow{KL}$, puis l'abscisse de M dans le repère (K, L).

INDICE

Début : regroupe les termes en $\overrightarrow{KM}$ dans le membre de gauche. **Ensuite :** divise par le coefficient obtenu.

3.

Situer le point M, puis calculer KM et ML. Contrôler que $KM = 3 \times ML$.

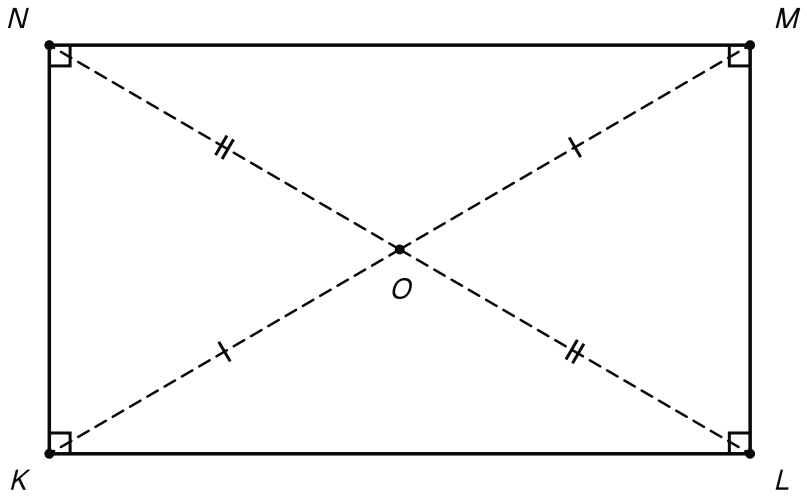
INDICE

Outil : la propriété « abscisse, segment et demi-droite ». **Point délicat :** $ML = KL - KM$, car M est entre K et L.

Exercice 8

Le centre d'un rectangle

$KLMN$ est un rectangle de centre O. Rappel du collège : ses diagonales $[KM]$ et $[LN]$ ont le même milieu, le point O.



Le rectangle KLMN et ses diagonales [KM] et [LN], qui ont le même milieu O.

1.

Justifier que $\overrightarrow{OK} + \overrightarrow{OM} = \vec{0}$ et que $\overrightarrow{OL} + \overrightarrow{ON} = \vec{0}$.

INDICE

Outil : les caractérisations du milieu. **Début :** de quels segments O est-il le milieu ?

2.

Exprimer $\overrightarrow{NK} + \overrightarrow{NM}$ en fonction de $\overrightarrow{NO}$.

INDICE

Outil : la caractérisation « pour tout point » du milieu, appliquée au segment $[KM]$ et au point N.

3.

En déduire que $\overrightarrow{NK} + \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NL}$.

INDICE

Outil : O est aussi le milieu de $[NL]$. **Point délicat :** écris $\overrightarrow{NO}$ comme la moitié d'un vecteur.