BURHAN

Calcul trigonométrique : exercices, application

Tronc Commun · Sciences · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/tc/sciences/mathematiques/calcul-trigonometrique/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Calcul trigonométrique	Application	8

Exercice 1

Trois conversions et une horloge

Dans chaque question, utilise la conversion entre degré, radian et grade. Donne les mesures en radians sous forme exacte, avec π.

1.

Exprimer un angle de $36°$ en radians, puis en grades.

INDICE

Outil : écris $\frac{36}{180} = \frac{r}{\pi}$, puis $\frac{36}{180} = \frac{g}{200}$.

2.

Exprimer un angle de $\frac{3\pi}{10}\ \text{rad}$ en degrés, puis en grades.

INDICE

Outil : ici $\frac{r}{\pi} = \frac{3}{10}$; multiplie cette fraction par 180, puis par 200.

3.

Exprimer un angle de $120\ \text{gr}$ en degrés, puis en radians.

INDICE

Outil : ici $\frac{g}{200} = \frac{120}{200} = \frac{3}{5}$.

4.

En 12 minutes, l'aiguille des minutes d'une horloge balaie quel angle ? Donner sa mesure en degrés, en radians et en grades.

INDICE

Début : en 60 minutes, l'aiguille fait un tour complet. Quelle fraction de tour fait-elle en 12 minutes ?

Exercice 2

Quatre points à placer sur le cercle

On considère le cercle trigonométrique $\mathcal{C}$ d'origine I, avec les points J, I' et J'. Fais la figure sur ton cahier. On note M_1, M_2, M_3 et M_4 les points de $\mathcal{C}$ d'abscisses curvilignes $\frac{17\pi}{6}$, $-\frac{13\pi}{4}$, $\frac{17\pi}{3}$ et 9π.

1.

Déterminer l'abscisse curviligne principale de M_1, puis placer M_1.

INDICE

Outil : cherche le multiple de 2π le plus proche de $\frac{17\pi}{6}$, puis vérifie que le reste est dans $]-\pi, \pi]$.

2.

Même travail pour M_2.

INDICE

Outil : l'abscisse est négative ; ajoute un multiple de 2π, ici 4π.

3.

Même travail pour M_3.

INDICE

Outil : $\frac{17\pi}{3}$ est proche de $6\pi = \frac{18\pi}{3}$.

4.

Même travail pour M_4. Quel point connu obtient-on ?

INDICE

Attention : la borne π appartient à l'intervalle $]-\pi, \pi]$, la borne $-\pi$ non.

Exercice 3

Relation de Chasles pour trois demi-droites

Trois demi-droites $[Ox)$, $[Oy)$ et $[Oz)$ ont la même origine O. On sait que $([Ox),[Oy)) \equiv \frac{5\pi}{6}\ [2\pi]$ et $([Oy),[Oz)) \equiv \frac{2\pi}{3}\ [2\pi]$.

1.

Donner une mesure de l'angle orienté $([Ox),[Oz))$.

INDICE

Outil : la relation de Chasles pour les demi-droites, en passant par $[Oy)$.

2.

Déterminer la mesure principale de $([Ox),[Oz))$.

INDICE

Outil : $\frac{3\pi}{2}$ dépasse π ; retire un tour complet.

3.

En déduire la mesure principale de $([Oz),[Ox))$. Que peut-on dire des demi-droites $[Ox)$ et $[Oz)$?

INDICE

Outil : d'après la relation de Chasles, inverser l'ordre change le signe de la mesure. **Ensuite :** place l'origine d'un cercle trigonométrique de centre O sur $[Oz)$.

Exercice 4

Changer un vecteur en son opposé

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs non nuls tels que $(\vec{u}, \vec{v}) \equiv \dfrac{5\pi}{6}\ [2\pi]$. Donne chaque résultat par sa mesure principale.

1.

Mesurer les angles orientés $(-\vec{u}, \vec{v})$ et $(\vec{u}, -\vec{v})$.

INDICE

Outil : remplacer l'un des deux vecteurs par son opposé ajoute π à la mesure.

2.

Mesurer les angles orientés $(-\vec{u}, -\vec{v})$ et $(\vec{v}, -\vec{u})$.

INDICE

Outil : deux opposés ne changent rien. Pour le second angle, pense à l'angle $(-\vec{u}, \vec{v})$ de la question 1.

3.

Mesurer l'angle orienté $(3\,\vec{u}, -2\,\vec{v})$.

INDICE

Outil : un coefficient strictement positif devant un vecteur laisse l'angle intact ; écris $-2\,\vec{v} = 2\,(-\vec{v})$.

Exercice 5

Calculs avec les angles usuels

Calcule chaque expression sous forme exacte, sans calculatrice, à l'aide des lignes trigonométriques des angles usuels.

1.

$A = 2\cos\dfrac{\pi}{3} - \sqrt{2}\,\sin\dfrac{\pi}{4} + \tan\dfrac{\pi}{6} \times \tan\dfrac{\pi}{3}$.

INDICE

Outil : le tableau des angles usuels ; calcule chaque terme séparément.

2.

$B = \sin^2\dfrac{\pi}{3} - \cos^2\dfrac{\pi}{4}$.

INDICE

Attention : $\sin^2\dfrac{\pi}{3}$ est le carré du sinus.

3.

$C = 2\sin 45° \times \cos 45° - \cos 30° \times \tan 30°$.

INDICE

Début : convertis d'abord : $45° = \dfrac{\pi}{4}\ \text{rad}$ et $30° = \dfrac{\pi}{6}\ \text{rad}$.

Exercice 6

Un cosinus négatif donné

Soit x un réel de l'intervalle $\left]-\pi, -\frac{\pi}{2}\right[$ tel que $\cos x = -\frac{5}{13}$.

1.

Calculer $\sin x$.

INDICE

Outil : la relation fondamentale donne $\sin^2 x$; l'intervalle donne le signe de $\sin x$.

2.

En déduire $\tan x$.

INDICE

Outil : $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$, avec $\cos x \neq 0$.

Exercice 7

Les angles associés à un angle a

Soit a un réel tel que $\cos a = \frac{3}{5}$ et $\sin a = \frac{4}{5}$.

1.

Calculer $\cos(-a)$, $\sin(-a)$, $\cos(\pi - a)$ et $\sin(\pi + a)$.

INDICE

Outil : les angles associés pour l'opposé, la différence avec π et la somme avec π.

2.

Calculer $\cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right)$.

INDICE

Outil : avec $\frac{\pi}{2}$, le cosinus et le sinus s'échangent.

3.

Calculer $\tan a$, puis $\tan(\pi + a)$ et $\tan\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$.

INDICE

Outil : $\tan a = \frac{\sin a}{\cos a}$; puis les relations des angles associés pour la tangente.

Exercice 8

Calculatrice et triangle rectangle

Tu as besoin d'une calculatrice scientifique. Arrondis chaque résultat comme indiqué.

1.

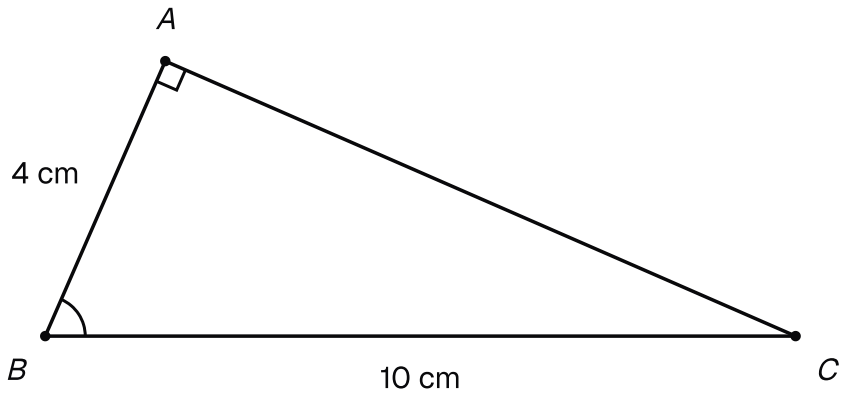
Donner une valeur approchée au millième de $\cos 25^\circ$, de $\sin 1{,}2$ (où $1{,}2$ est en radians) et de $\tan 70^\circ$.

INDICE

Attention : règle le mode DEG pour les mesures en degrés, puis le mode RAD pour la mesure en radians.

2.

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 4$ cm et $BC = 10$ cm. Calculer $\cos \widehat{ABC}$, puis une valeur approchée au dixième de degré de l'angle $\widehat{ABC}$.



Le triangle ABC rectangle en A, avec AB = 4 cm et BC = 10 cm ; l'angle en B est celui qu'on cherche.

INDICE

Rappel du collège : dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est le quotient du côté adjacent par l'hypoténuse.

3.

Donner une valeur approchée au centième de la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ en radians.

INDICE

Outil : passe la calculatrice en mode RAD et recommence avec la touche réciproque.