BURHAN

Triangles isométriques et triangles semblables : exercices, niveau examen

3ème Année Collège · Mathématiques

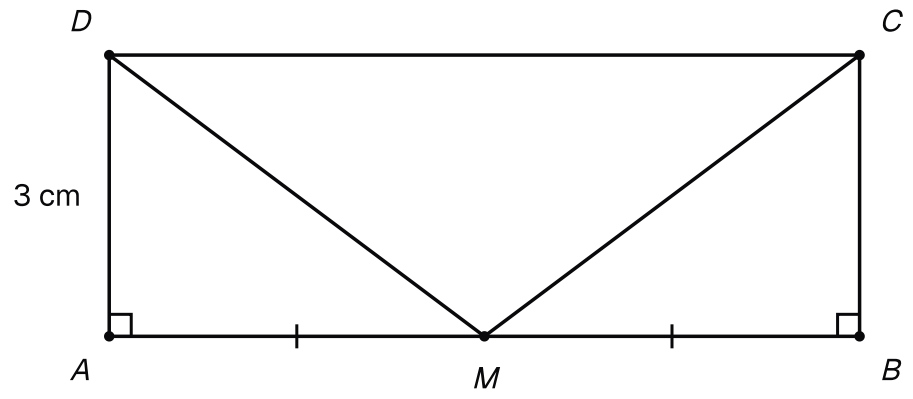
Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/triangles-isometriques-et-semblables/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Triangles isométriques et triangles semblables	Niveau examen	5

Exercice 1 5 pts

Un point au milieu d'un côté de rectangle

$ABCD$ est un rectangle avec $AB = 8$ cm et $AD = 3$ cm. Le point M est le milieu du segment $[AB]$. Construis la figure sur ton cahier, puis trace les segments $[MD]$ et $[MC]$.



Le rectangle ABCD, M milieu de [AB], et les segments [MD] et [MC] tracés depuis M.

1. 0,5 pts

Calculer MA et MB.

INDICE

Outil : la définition du milieu d'un segment.

2. 1,5 pts

Justifier que les triangles MAD et MBC sont isométriques. Préciser le cas utilisé.

INDICE

Début : cherche deux côtés égaux et l'angle qu'ils forment. **Outil :** dans un rectangle, les côtés opposés sont égaux et les angles sont droits.

3. 1 pts

En déduire que $MD = MC$. Quelle est la nature du triangle MDC ?

INDICE

Début : écris la correspondance : M avec M, A avec B, D avec C.

4. 1 pts

Calculer MD.

INDICE

Outil : le théorème de Pythagore dans le triangle MAD. **Point délicat :** l'angle droit est en A.

5. 1 pts

En déduire le périmètre du triangle MDC.

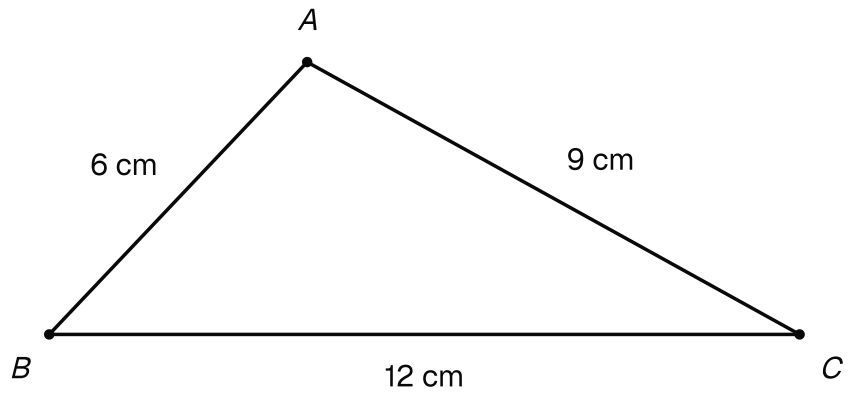
INDICE

Début : utilise les questions 3 et 4. **Ensuite :** $[DC]$ est un côté du rectangle.

Exercice 2 — 5 pts

Un angle commun et un angle codé

Dans un triangle ABC, on a $AB = 6$ cm, $AC = 9$ cm et $BC = 12$ cm. Un point D du segment $[AC]$ vérifie $\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$. Construis le triangle ABC sur ton cahier. Le point D est défini par l'égalité d'angles ; tu le placeras à la question 4.



Le triangle ABC de côtés AB = 6 cm, AC = 9 cm et BC = 12 cm ; le point D n'est pas encore placé.

1. — 0,5 pts

Quel angle les triangles ABD et ACB ont-ils en commun ?

INDICE

Point délicat : le point D est sur le segment $[AC]$.

2. — 1 pts

En déduire que les triangles ABD et ACB sont semblables. Préciser le cas utilisé et les sommets homologues.

INDICE

Outil : l'égalité $\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$ de l'énoncé fournit un second angle.

3. — 1 pts

Écrire les trois quotients égaux, puis calculer le rapport k du triangle ABD par rapport au triangle ACB.

INDICE

Début : chaque quotient a au numérateur un côté de ABD et au dénominateur son homologue dans ACB.

4. 1 pts

Calculer AD et BD. Place alors le point D sur ta figure.

INDICE

Outil : une longueur de ABD s'obtient en multipliant par k la longueur homologue de ACB.

5. 1,5 pts

Calculer DC. Les triangles BDC et ABC sont-ils semblables ?

INDICE

Début : range les côtés de chaque triangle dans l'ordre croissant. **Ensuite :** compare les trois quotients.

Exercice 3 5 pts

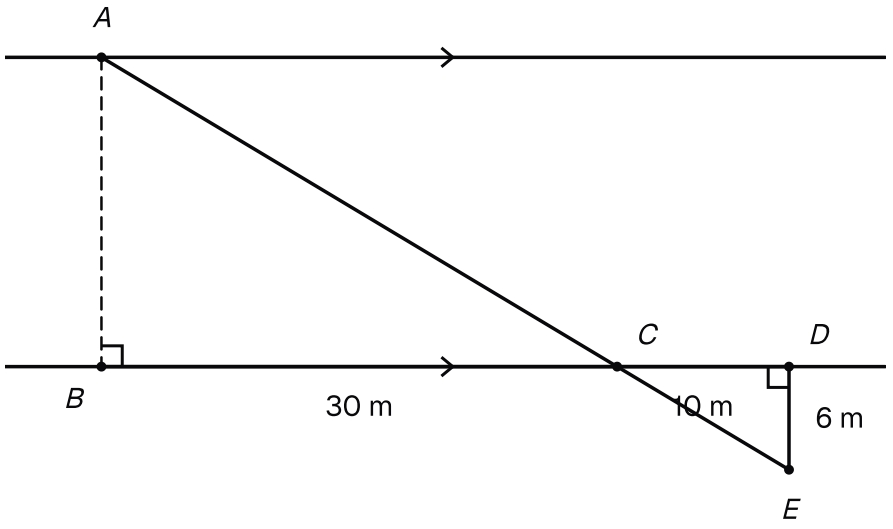
La largeur d'une rivière avant de construire un pont

Une commune veut construire un pont sur une rivière aux bords parallèles. Pour mesurer sa largeur sans la traverser, un technicien procède ainsi.

- Il choisit un arbre A sur l'autre rive, et se place en B, sur sa rive, face à l'arbre : (AB) est perpendiculaire au bord.
- Il marche le long du bord jusqu'au point C, avec $BC = 30$ m, et y plante un piquet.
- Il continue tout droit jusqu'au point D, avec $CD = 10$ m.
- De D, il s'éloigne de la rivière perpendiculairement au bord. Il s'arrête au point E d'où il voit le piquet C devant l'arbre A. Il mesure $DE = 6$ m.

Ainsi, les points B, C, D sont alignés dans cet ordre, et les points A, C, E aussi.

Fais un schéma sur ton cahier, avec 1 cm pour 5 m : $BC = 6$ cm, $CD = 2$ cm et $DE = 1{,}2$ cm.



Le relevé du technicien : l'arbre A sur l'autre rive, les points B, C et D sur sa rive, le point E, et les longueurs mesurées BC, CD et DE.

1. 1 pts

Justifier que $\widehat{ABC} = \widehat{EDC}$ et que $\widehat{ACB} = \widehat{ECD}$.

INDICE

Outil : les angles opposés par le sommet. **Début :** les droites (AB) et (DE) sont perpendiculaires au bord.

2. 1 pts

En déduire que les triangles ABC et EDC sont semblables, en précisant les sommets homologues.

INDICE

Outil : deux angles égaux suffisent.

3. 0,5 pts

Calculer le rapport k du triangle ABC par rapport au triangle EDC.

INDICE

Début : $[BC]$ et $[DC]$ sont homologues, et leurs longueurs sont connues.

4. 1 pts

En déduire la largeur AB de la rivière.

INDICE

Outil : $[AB]$ est homologue de $[ED]$.

5. 1,5 pts

Calculer la valeur exacte de EC. En déduire la valeur exacte de AC, puis une valeur approchée de AC au dixième près. Une valeur exacte peut rester écrite avec une racine carrée.

INDICE

Outil : le théorème de Pythagore dans le triangle EDC, rectangle en D. **Point délicat :** calcule AC avec le rapport k, avant d'arrondir.

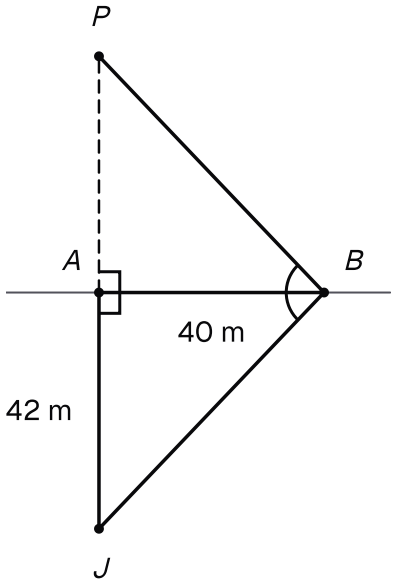
Exercice 4 5 pts

La distance d'un pylône dans un terrain clôturé

Un chemin droit longe un terrain clôturé, où l'on ne peut pas entrer. Un pylône P est planté dans ce terrain. Nadia, géomètre, veut connaître sa distance au point A du bord du chemin situé face au pylône : la droite (AP) est perpendiculaire au bord (AB). De l'autre côté du bord, le pré est libre. Elle procède ainsi.

- Elle marche le long du bord jusqu'au point B, avec $AB = 40$ m. Avec un appareil de visée, elle mesure l'angle $\widehat{ABP}$.
- Dans le pré, elle trace à partir de B une demi-droite qui fait le même angle avec le bord : $\widehat{ABJ} = \widehat{ABP}$.
- Dans le pré, elle trace la perpendiculaire au bord passant par A. Elle coupe la demi-droite précédente au point J. Nadia mesure $AJ = 42$ m.

Les points P et J sont ainsi de part et d'autre de la droite (AB). Représente la situation par un croquis, sur lequel tu reportes les longueurs et les angles connus.



Le croquis de Nadia : le bord (AB) du chemin, le pylône P d'un côté, le point J de l'autre, avec AB = 40 m et AJ = 42 m.

1. 0,5 pts

Quel côté les triangles ABP et ABJ ont-ils en commun ? Dans chaque triangle, quels sont les deux angles adjacents à ce côté ?

INDICE

Outil : les deux angles adjacents à un côté ont leurs sommets aux extrémités de ce côté.

2. 1,5 pts

En déduire que les triangles ABP et ABJ sont isométriques. Préciser le cas utilisé.

INDICE

Début : compare deux par deux les angles trouvés à la question 1. **Point délicat :** l'angle en B a été reporté ; l'angle en A est droit dans les deux triangles.

3. 1 pts

En déduire la distance AP entre le point A et le pylône.

INDICE

Début : écris la correspondance : A avec A, B avec B, P avec J.

4. 1 pts

Calculer BJ. En déduire la distance BP entre le point B et le pylône.

INDICE

Outil : le théorème de Pythagore dans le triangle ABJ, rectangle en A. **Ensuite :** cherche le côté homologue de $[BJ]$.

5. 1 pts

Justifier que les points P, A et J sont alignés, puis calculer la distance PJ entre le pylône et le point J.

INDICE

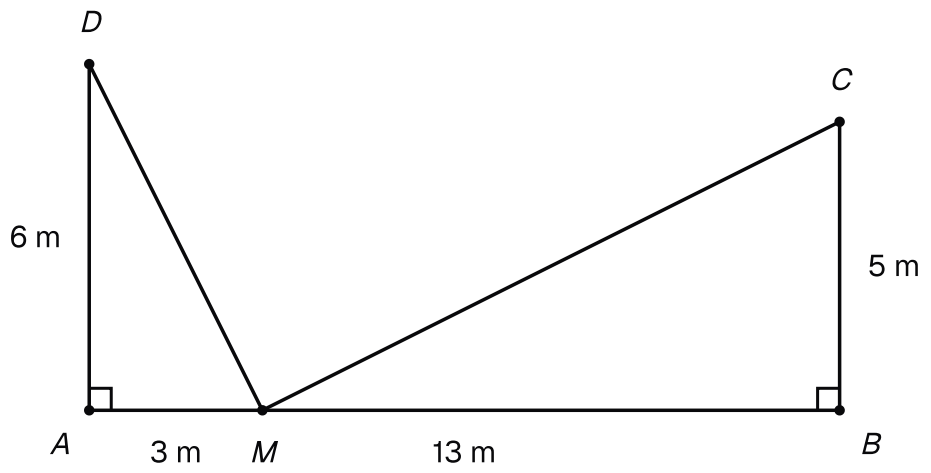
Début : les droites (AP) et (AJ) sont perpendiculaires à (AB) au même point A. **Ensuite :** utilise la question 3.

Exercice 5 5 pts

Deux câbles tendus entre deux mâts

Sur un sol horizontal, deux mâts verticaux $[AD]$ et $[BC]$ ont leurs pieds A et B distants de $AB = 13$ m, avec $AD = 6$ m et $BC = 5$ m. Un piquet M est planté sur le segment $[AB]$, avec $AM = 3$ m. On tend un câble de M au sommet D et un autre de M au sommet C (D et C du même côté de (AB)). Les deux câbles forment-ils un angle droit en M ?

Fais la figure sur ton cahier, avec 1 cm pour 1 m.



Les deux mâts verticaux [AD] de 6 m et [BC] de 5 m, leurs pieds distants de 13 m, le piquet M à 3 m de A et les deux câbles [MD] et [MC].

1. 0,5 pts

Calculer MB.

INDICE

Outil : le point M est sur le segment $[AB]$.

2. 1 pts

Calculer les quotients $\dfrac{AD}{BM}$ et $\dfrac{AM}{BC}$.

INDICE

Début : utilise les longueurs de l'énoncé et de la question 1.

3. 1,5 pts

En déduire que les triangles DAM et MBC sont semblables : nommer le cas de similitude employé, puis associer chaque sommet de DAM à son homologue dans MBC.

INDICE

Début : cherche un angle égal dans les deux triangles, à partir de la position des mâts. **Point délicat :** vérifie que cet angle est compris entre les côtés des quotients de la question 2.

4. 1 pts

En déduire que $\widehat{ADM} = \widehat{BMC}$.

INDICE

Outil : deux triangles semblables ont leurs angles homologues égaux. **Début :** l'angle $\widehat{ADM}$ a pour sommet D.

5. 1 pts

En déduire la mesure de l'angle $\widehat{DMC}$. Les deux câbles forment-ils un angle droit en M ?

INDICE

Début : dans le triangle DAM, rectangle en A, calcule $\widehat{ADM} + \widehat{AMD}$. **Ensuite :** les points A, M et B sont alignés.