BURHAN

Triangles isométriques et triangles semblables : exercices, entraînement

3ème Année Collège · Mathématiques

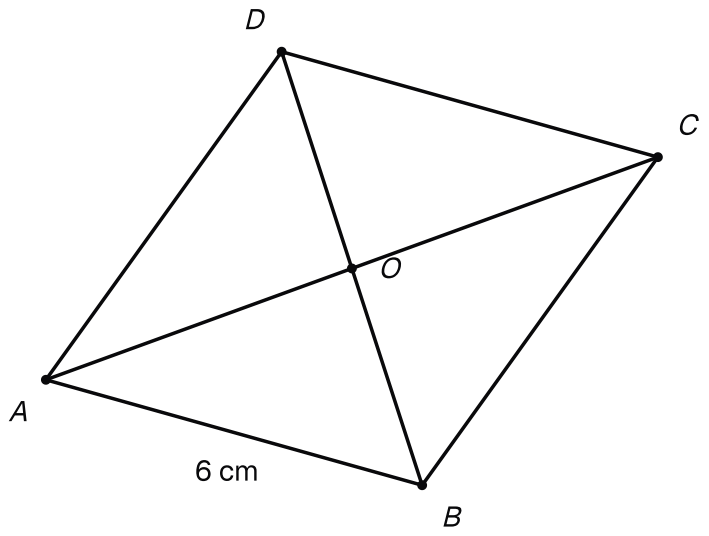
Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/triangles-isometriques-et-semblables/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Triangles isométriques et triangles semblables	Entraînement	7

Exercice 1

Les diagonales d'un parallélogramme

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O : ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en O. On a $AC = 10$ cm, $BD = 7$ cm et $AB = 6$ cm. Fais d'abord un schéma ; tu construiras la figure après la question 1.



Le parallélogramme ABCD, ses diagonales [AC] et [BD] qui se coupent en O, et le côté [AB] de 6 cm.

1.

Calculer OA, OC, OB et OD.

INDICE

Outil : les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

2.

Justifier que les triangles OAB et OCD sont isométriques.

INDICE

Outil : deux angles opposés par le sommet sont égaux. **Ensuite :** quel cas utilise deux côtés et un angle ?

3.

En déduire la longueur CD, puis l'égalité $\widehat{OAB} = \widehat{OCD}$.

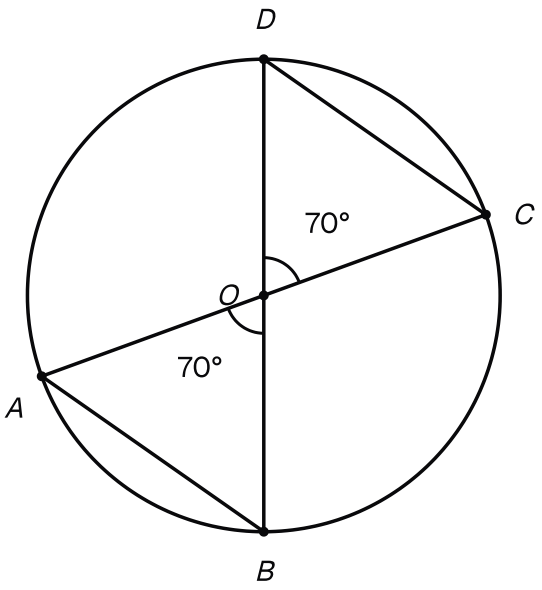
INDICE

Début : écris la correspondance : O avec O, A avec C, B avec D.

Exercice 2

Deux cordes d'un cercle

Sur un cercle de centre O et de rayon 5 cm, on place quatre points A, B, C et D, avec $\widehat{AOB} = \widehat{COD} = 70°$. Les quatre points sont distincts, et C, D sont sur le grand arc d'extrémités A et B. Les segments $[AB]$ et $[CD]$ sont deux cordes du cercle. Construis la figure sur ton cahier.



Le cercle de centre O et de rayon 5 cm, avec deux angles au centre AOB et COD de 70 degrés et les cordes [AB] et [CD].

1.

Pourquoi a-t-on $OA = OB = OC = OD$?

INDICE

Outil : que représentent ces quatre segments pour le cercle ?

2.

Justifier que les triangles AOB et COD sont isométriques.

INDICE

Point délicat : vérifie que l'angle de $70°$ est formé par les deux rayons.

3.

En déduire que les cordes $[AB]$ et $[CD]$ ont la même longueur.

INDICE

Début : dans « AOB et COD », A correspond à C et B à D.

4.

Le triangle AOB est isocèle en O. Calculer $\widehat{OAB}$, puis en déduire $\widehat{OCD}$.

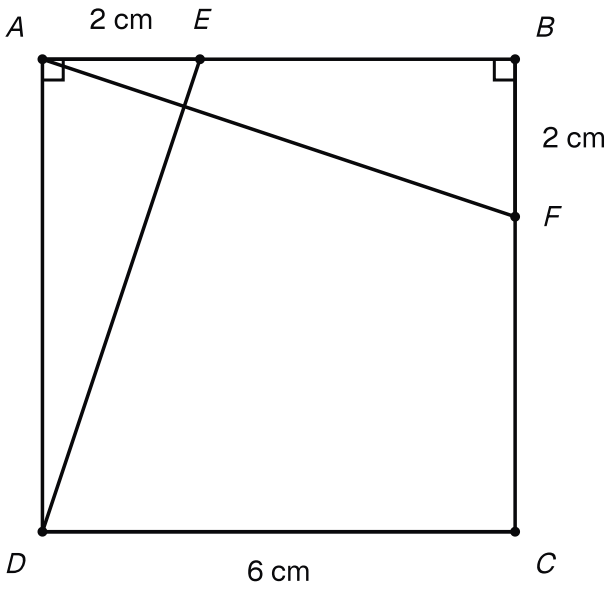
INDICE

Outil : les deux angles à la base d'un triangle isocèle sont égaux. **Ensuite :** la somme des angles vaut $180°$.

Exercice 3

Deux segments dans un carré

$ABCD$ est un carré de côté 6 cm. Le point E est sur le segment $[AB]$, avec $AE = 2$ cm. Le point F est sur le segment $[BC]$, avec $BF = 2$ cm. On trace les segments $[DE]$ et $[AF]$. Fais la figure en vraie grandeur.



Le carré ABCD de côté 6 cm, le point E de [AB] avec AE = 2 cm, le point F de [BC] avec BF = 2 cm, et les segments [DE] et [AF].

1.

Justifier que les triangles DAE et ABF sont isométriques.

INDICE

Outil : un carré a quatre côtés de même longueur et quatre angles droits. **Ensuite :** quel cas utilise deux côtés et l'angle qu'ils forment ?

2.

En déduire que $DE = AF$.

INDICE

Début : la correspondance est D avec A, A avec B, E avec F.

3.

Calculer la valeur exacte de DE, puis une valeur approchée au dixième près.

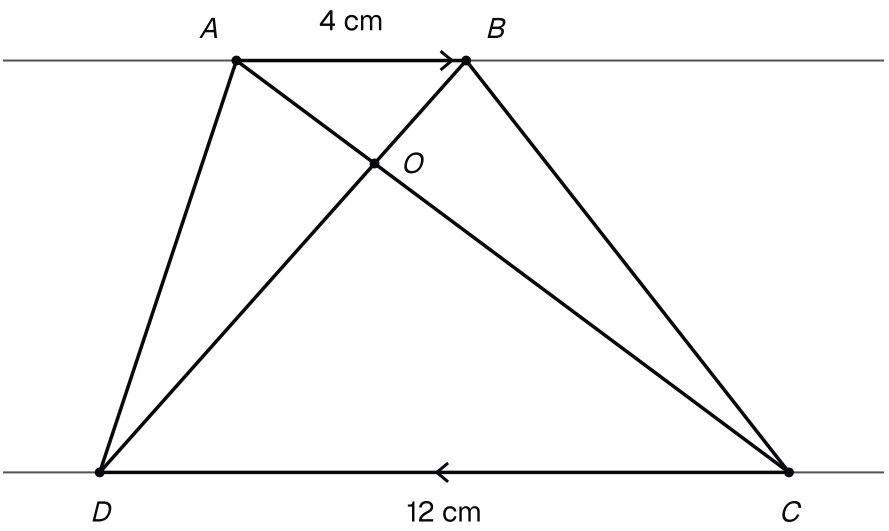
INDICE

Outil : le théorème de Pythagore dans le triangle DAE, rectangle en A.

Exercice 4

Les diagonales d'un trapèze

$ABCD$ est un trapèze : les droites (AB) et (CD) sont parallèles. Ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en O. On a $AB = 4$ cm, $CD = 12$ cm, $OA = 3$ cm et $OB = 2{,}4$ cm. Fais un schéma à main levée et code les données.



Le trapèze ABCD, de bases parallèles [AB] de 4 cm et [CD] de 12 cm, et ses diagonales qui se coupent en O, près de la petite base.

1.

Justifier que $\widehat{OAB} = \widehat{OCD}$ et que $\widehat{AOB} = \widehat{COD}$.

INDICE

Outil : deux parallèles coupées par une sécante forment des angles alternes-internes égaux. **Ensuite :** pense aux angles opposés par le sommet.

2.

En déduire que les triangles OAB et OCD sont semblables.

INDICE

Outil : combien d'angles égaux faut-il pour conclure ?

3.

Calculer le rapport k du triangle OCD par rapport au triangle OAB, puis OC et OD.

INDICE

Début : $[CD]$ et $[AB]$ sont homologues, et tu connais leurs deux longueurs.

4.

En déduire la longueur de la diagonale $[AC]$.

INDICE

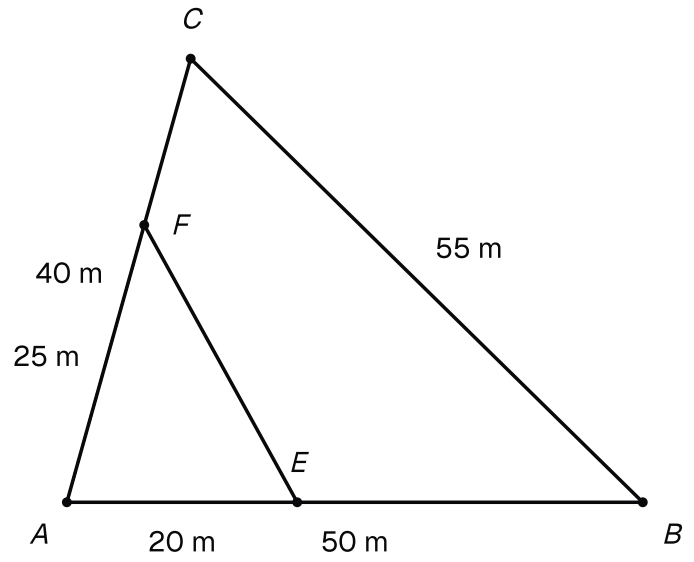
Point délicat : le point O est sur le segment $[AC]$.

Exercice 5

Une clôture dans un champ

Un champ a la forme d'un triangle ABC, avec $AB = 50$ m, $AC = 40$ m et $BC = 55$ m. On plante un piquet E sur le segment $[AB]$, avec $AE = 20$ m, et un piquet F sur le segment $[AC]$, avec $AF = 25$ m. On tend une clôture entre E et F.

Construis le triangle ABC sur ton cahier, avec 1 cm pour 10 m, puis place E et F.



Le champ triangulaire ABC, de côtés 50, 40 et 55 m, avec les piquets E sur [AB] à 20 m de A, F sur [AC] à 25 m de A, et la clôture [EF].

1.

Calculer les quotients $\frac{AE}{AC}$ et $\frac{AF}{AB}$.

INDICE

Point délicat : respecte bien les longueurs demandées au numérateur et au dénominateur.

2.

En déduire que les triangles AEF et ACB sont semblables. Préciser le cas utilisé.

INDICE

Outil : un angle égal, compris entre deux côtés proportionnels. **Début :** quel angle les deux triangles partagent-ils ?

3.

Calculer la longueur EF de la clôture.

INDICE

Début : le rapport du triangle AEF par rapport au triangle ACB vaut $0{,}5$; $[EF]$ est homologue de $[CB]$.

4.

La clôture (EF) est-elle parallèle à la droite (BC) ? Justifier.

INDICE

Outil : le théorème de Thalès. **Début :** calcule $\frac{AE}{AB}$ et $\frac{AF}{AC}$.

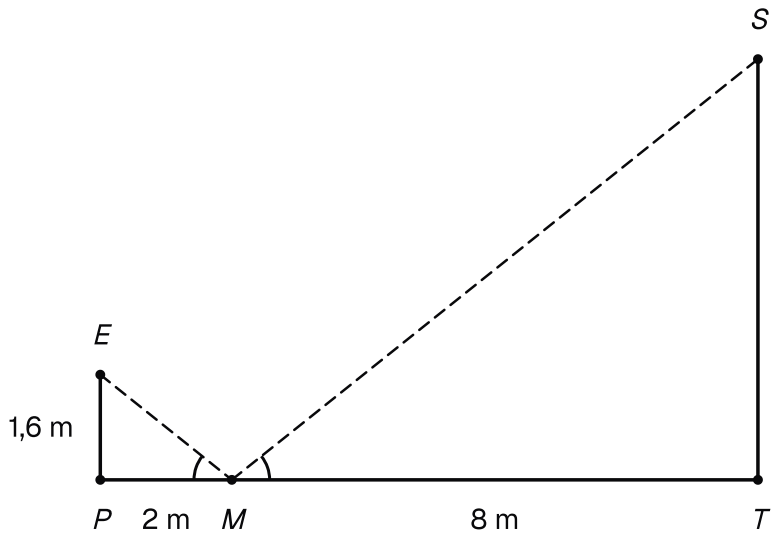
Exercice 6

Un miroir pour mesurer un arbre

Pour mesurer la hauteur d'un arbre, Salma pose un petit miroir M sur le sol horizontal. Elle recule jusqu'à voir le sommet S de l'arbre dans le miroir. Ses yeux E sont à $1{,}6$ m au-dessus du point P du sol. L'arbre $[TS]$ est vertical, de pied T. Les points P, M et T sont alignés dans cet ordre, avec $PM = 2$ m et $MT = 8$ m.

D'après une loi de l'optique, admise ici, $\widehat{EMP} = \widehat{SMT}$.

Fais un schéma : un trait vertical pour Salma ($[PE]$), un trait vertical pour l'arbre ($[TS]$), le miroir M sur le sol entre les deux.



Le schéma de Salma : ses yeux E à 1,6 m au-dessus de P, le miroir M posé au sol, l'arbre [TS], et les deux angles égaux en M.

1.

Quelle est la mesure des angles $\widehat{EPM}$ et $\widehat{STM}$? Pourquoi ?

INDICE

Outil : Salma et l'arbre sont verticaux, le sol est horizontal.

2.

En déduire que les triangles EPM et STM sont semblables.

INDICE

Début : rassemble les deux égalités d'angles dont tu disposes.

3.

Calculer le rapport k du triangle STM par rapport au triangle EPM, puis la hauteur TS de l'arbre.

INDICE

Outil : $[TM]$ et $[PM]$ sont homologues. **Ensuite :** $[TS]$ est homologue de $[PE]$.

Exercice 7

Les pignons de deux cabanes

Le pignon d'une cabane, sous le toit, est un triangle ABC avec $\widehat{BAC} = 47°$ et $\widehat{ABC} = 58°$. Le pignon d'une seconde cabane est un triangle DEF avec $\widehat{EDF} = 75°$ et $\widehat{DEF} = 47°$. On mesure $AB = 6$ m et $EF = 4{,}2$ m.

1.

Calculer $\widehat{ACB}$ et $\widehat{DFE}$.

INDICE

Outil : la somme des angles d'un triangle vaut $180°$.

2.

En déduire que les deux pignons sont semblables. Écrire leurs sommets homologues dans le même ordre.

INDICE

Point délicat : associe les sommets qui portent des angles égaux, et non les lettres qui se suivent.

3.

Calculer le rapport du triangle EFD par rapport au triangle ABC.

INDICE

Début : d'après la question 2, $[EF]$ est homologue de $[AB]$.