BURHAN

Triangle rectangle : théorème de Pythagore et trigonométrie : exercices, niveau examen

3ème Année Collège · Mathématiques

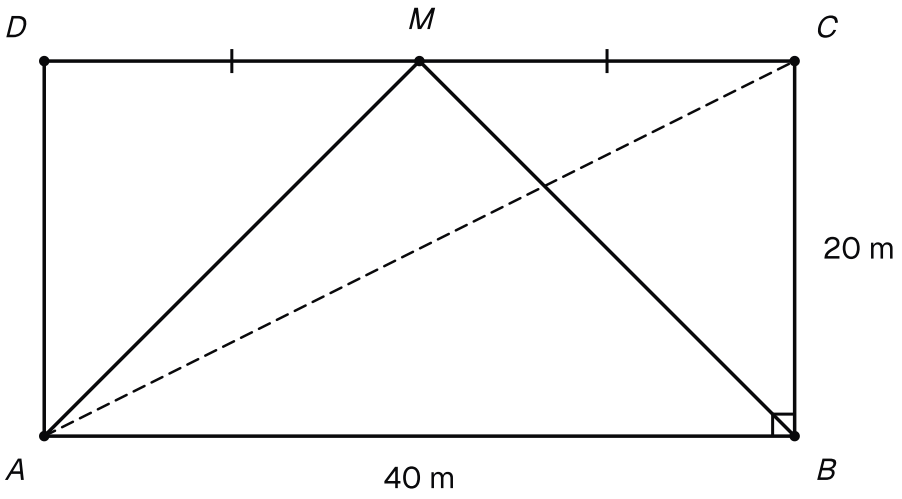
Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/triangle-rectangle-et-trigonometrie/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Triangle rectangle : théorème de Pythagore et trigonométrie	Niveau examen	5

Exercice 1 5 pts

Un terrain de sport rectangulaire

Un terrain de sport est un rectangle $ABCD$, avec $AB = 40$ m et $BC = 20$ m. Le point M est le milieu du côté $[DC]$. Trace la figure sur ton cahier.



Le terrain rectangulaire ABCD de 40 m sur 20 m, le milieu M de [DC], les segments [AM] et [BM] et la diagonale [AC].

1. 1 pts

Calculer la longueur exacte de la diagonale $[AC]$, puis son arrondi au dixième de mètre.

INDICE

Outil : le triangle ABC est rectangle en B.

2. 1 pts

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$, au degré près.

INDICE

Outil : pour l'angle en A, tu connais le côté opposé et le côté adjacent.

3. 1 pts

Calculer les longueurs exactes AM et BM.

INDICE

Début : $DM = MC = 20$ m.

Ensuite : les triangles ADM et BCM sont rectangles.

4. 1 pts

En déduire la nature du triangle AMB. Justifier.

INDICE

Outil : que doit-on comparer pour savoir si un triangle est rectangle ?

Point délicat : regarde aussi les longueurs AM et BM.

5. 1 pts

Donner, sans calculatrice, la mesure de l'angle $\widehat{MAB}$. Calculer ensuite la valeur exacte de $\cos \widehat{MAB}$, et la comparer au tableau des valeurs remarquables.

INDICE

Outil : la nature du triangle AMB, trouvée à la question 4.

Ensuite : le cosinus dans ce triangle, rectangle en M.

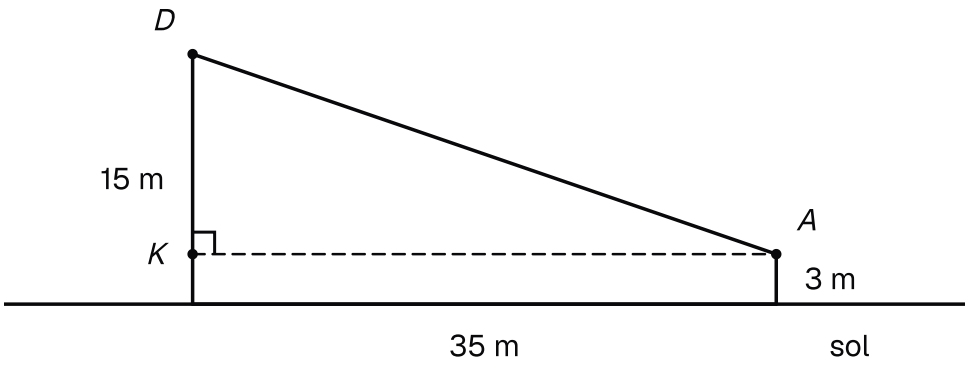
Exercice 2 — 5 pts

Une tyrolienne au-dessus d'une vallée

Une tyrolienne relie une plateforme de départ D à un poteau d'arrivée A.

- D est à 15 m de hauteur ; A est à 3 m de hauteur.
- Les deux supports sont verticaux, distants de 35 m.
- Le câble $[DA]$ est tendu en ligne droite.
- Le point K est sur le support de départ, à 3 m de hauteur : le triangle DKA est rectangle en K.

Trace la figure sur ton cahier.



La tyrolienne : le câble [DA] relie le haut du support de départ, à 15 m, au poteau d'arrivée, à 3 m, distant de 35 m.

1. — 1 pts

Justifier que $DK = 12$ m et $KA = 35$ m. Calculer la longueur du câble.

INDICE

Début : DK est la différence des deux hauteurs.

Ensuite : le théorème de Pythagore dans DKA.

2. — 1,5 pts

Calculer l'angle $\widehat{DAK}$ du câble avec l'horizontale, au degré près.

INDICE

Outil : les deux côtés de l'angle droit sont connus.

Point délicat : choisis le rapport qui les utilise.

3. 1 pts

Écrire les valeurs exactes de $\cos \widehat{DAK}$ et de $\sin \widehat{DAK}$. Vérifier avec ces valeurs la relation entre cosinus et sinus.

INDICE

Outil : l'hypoténuse est le câble, de longueur 37 m.

4. 1,5 pts

Une règle de sécurité impose un angle d'au plus $15°$ avec l'horizontale. Les hauteurs ne changent pas. Calculer la distance horizontale d qui donne un angle de $15°$, au dixième de mètre. En déduire de combien il faut éloigner le poteau d'arrivée.

INDICE

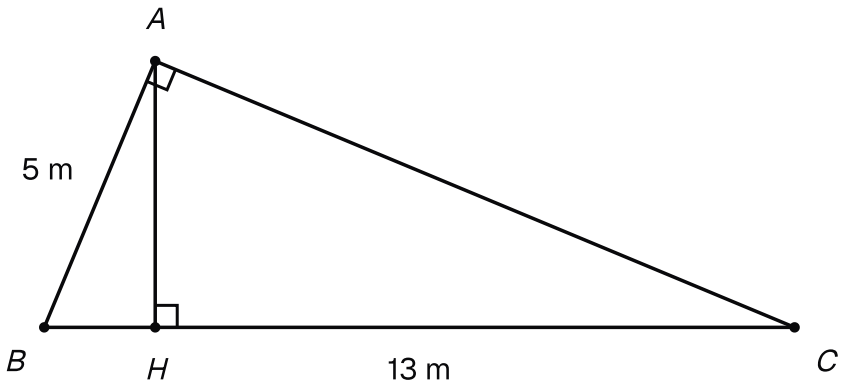
Outil : dans le triangle DKA, quel rapport relie 12 et d pour l'angle de $15°$?

Ensuite : produit en croix, puis calculatrice réglée en degrés.

Exercice 3 — 5 pts

La charpente d'un toit

La charpente d'un toit est un triangle ABC rectangle en A. La poutre horizontale $[BC]$ mesure 13 m. Le pan $[AB]$ mesure 5 m. Le poinçon $[AH]$ est vertical : H est sur $[BC]$ et (AH) est perpendiculaire à (BC).



La charpente : le triangle ABC rectangle en A, la poutre [BC] de 13 m, le pan [AB] de 5 m et le poinçon [AH].

1. — 1 pts

Calculer la longueur du pan $[AC]$.

INDICE

Outil : le théorème de Pythagore.

Point délicat : l'hypoténuse est la poutre $[BC]$.

2. — 1,5 pts

Calculer la valeur exacte de $\cos \widehat{ABC}$, puis la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ au degré près. En déduire celle de l'angle $\widehat{ACB}$.

INDICE

Outil : le cosinus de l'angle en B.

Ensuite : les deux angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires.

3. — 1,5 pts

Écrire l'aire du triangle ABC de deux façons. En déduire la hauteur AH du poinçon : valeur exacte, puis arrondi au dixième.

INDICE

Début : une aire avec la base $[AB]$, une autre avec la base $[BC]$.

Ensuite : égale les deux écritures.

4. 1 pts

Le triangle ABH est rectangle en H. Écrire $\cos\widehat{ABC}$ dans ce triangle. En déduire la longueur exacte BH, puis son arrondi au dixième.

INDICE

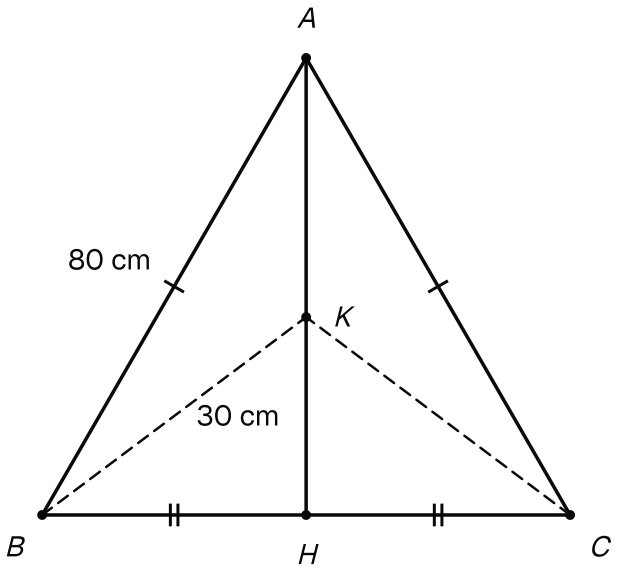
Outil : dans ABH, l'hypoténuse est $[AB]$.

Ensuite : utilise la valeur exacte du cosinus trouvée à la question 2.

Exercice 4 5 pts

Un panneau de signalisation triangulaire

Un panneau de signalisation a la forme d'un triangle équilatéral ABC de côté 80 cm. Le point H est le milieu du côté $[BC]$. Le point K est sur le segment $[AH]$, avec $HK = 30$ cm : on y fixe le panneau sur son support. Trace la figure sur ton cahier.



Le panneau triangulaire ABC, équilatéral de côté 80 cm, le milieu H de [BC] et le point K de [AH] à 30 cm de H.

1. 1 pts

Justifier que le triangle ABH est rectangle en H. Calculer la longueur exacte AH, puis son arrondi au dixième de centimètre.

INDICE

Outil : un triangle équilatéral est isocèle en A ; que dire de sa médiane issue de A ?

Ensuite : le théorème de Pythagore dans ABH, avec $BH = 40$ cm.

2. 1 pts

Calculer la valeur exacte de $\tan \widehat{BAH}$, en rendant le dénominateur rationnel. En déduire, sans calculatrice, la mesure de l'angle $\widehat{BAH}$.

INDICE

Outil : pour l'angle en A du triangle ABH, repère le côté opposé et le côté adjacent.

Ensuite : compare le résultat au tableau des valeurs remarquables.

3. 1 pts

Calculer les longueurs BK et CK.

INDICE

Début : le point K est sur $[AH]$, donc les triangles BHK et CHK sont rectangles en H.

4. 1 pts

En déduire si le triangle BKC est rectangle. Justifier.

INDICE

Outil : repère le côté le plus long du triangle BKC.

Point délicat : fais les deux calculs séparément avant de comparer.

5. 1 pts

On déplace le point K sur le segment $[AH]$. Calculer la longueur HK pour laquelle le triangle BKC est rectangle en K. Vérifier ensuite que ce triangle est bien rectangle.

INDICE

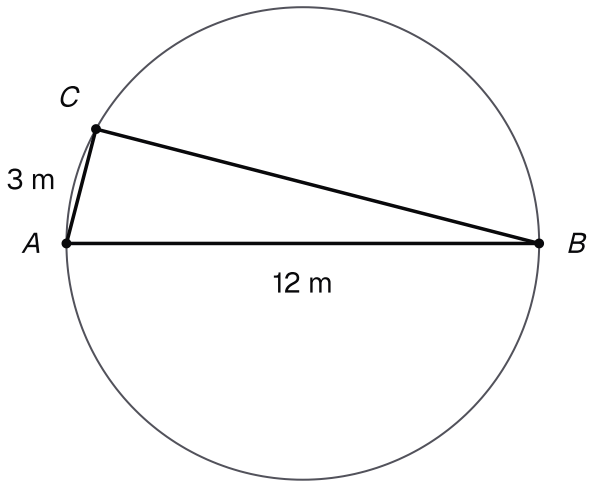
Début : quelle que soit la position de K, on a $BK^2 = CK^2 = 1\,600 + HK^2$.

Ensuite : écris l'égalité de Pythagore dans BKC, rectangle en K, puis trouve HK^2.

Exercice 5 — 5 pts

Les allées d'un bassin circulaire

Le bord d'un bassin est un cercle de diamètre $[AB]$, avec $AB = 12$ m. Le point C est sur le bord du bassin. Deux allées droites relient A à C et C à B, avec $AC = 3$ m. Trace la figure sur ton cahier.



Le bassin circulaire de diamètre [AB] de 12 m, le point C sur son bord et les allées [AC], de 3 m, et [CB].

1. — 1 pts

Montrer que ABC est rectangle en C. Calculer la valeur exacte de $\cos \widehat{CAB}$.

INDICE

Outil : un triangle inscrit dans un cercle, avec un côté pour diamètre, est rectangle.

Ensuite : pour l'angle en A, repère le côté adjacent et l'hypoténuse.

2. — 1,5 pts

Sans utiliser la longueur BC, calculer la valeur exacte de $\sin \widehat{CAB}$. En déduire la valeur exacte de $\tan \widehat{CAB}$.

INDICE

Outil : la relation entre le cosinus et le sinus d'un angle aigu.

Point délicat : le sinus d'un angle aigu est positif.

3. 1 pts

En déduire la longueur exacte de l'allée $[CB]$ à l'aide du sinus, puis son arrondi au dixième de mètre. Contrôler le résultat avec le théorème de Pythagore.

INDICE

Outil : pour l'angle en A, le côté $[BC]$ est opposé.

Ensuite : écris $\sin \widehat{CAB}$ avec les longueurs, puis fais un produit en croix.

4. 0,5 pts

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$, au degré près.

INDICE

Outil : la valeur exacte du cosinus, trouvée à la question 1, et la calculatrice réglée en degrés.

5. 1 pts

Sans calculatrice, donner la valeur exacte de $\cos \widehat{CBA}$, puis celle de $\tan \widehat{CBA}$ avec un dénominateur rationnel. Contrôler la valeur de $\cos \widehat{CBA}$ avec les longueurs du triangle.

INDICE

Début : dans le triangle ABC, rectangle en C, que vaut $\widehat{CAB} + \widehat{CBA}$?

Ensuite : la propriété des angles complémentaires.