BURHAN

Triangle rectangle : théorème de Pythagore et trigonométrie : exercices, niveau examen

3ème Année Collège · Mathématiques

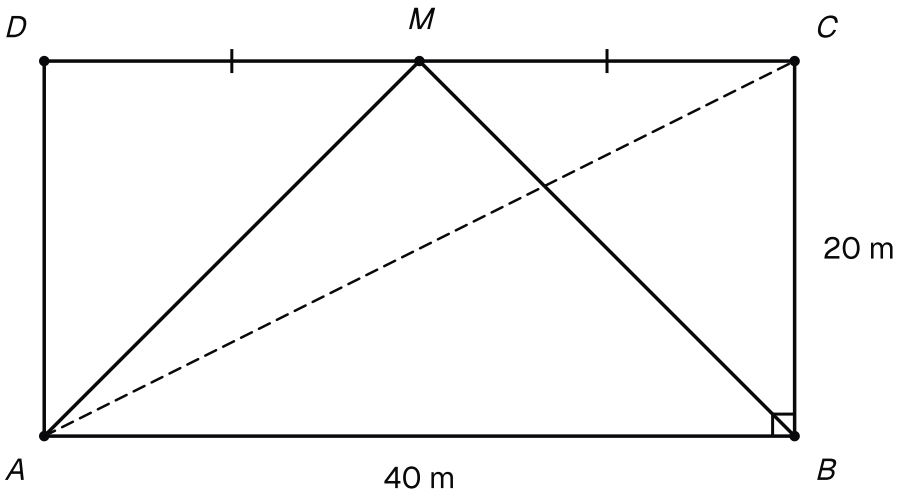
Version en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/triangle-rectangle-et-trigonometrie/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Triangle rectangle : théorème de Pythagore et trigonométrie	Niveau examen	5

Exercice 1 — 5 pts

Un terrain de sport rectangulaire

Un terrain de sport est un rectangle $ABCD$, avec $AB = 40$ m et $BC = 20$ m. Le point M est le milieu du côté $[DC]$. Trace la figure sur ton cahier.



Le terrain rectangulaire ABCD de 40 m sur 20 m, le milieu M de [DC], les segments [AM] et [BM] et la diagonale [AC].

1. — 1 pts

Calculer la longueur exacte de la diagonale $[AC]$, puis son arrondi au dixième de mètre.

INDICE

Outil : le triangle ABC est rectangle en B.

CORRIGÉ

Égalité. Le terrain $ABCD$ est un rectangle, donc le triangle ABC est rectangle en B, d'hypoténuse $[AC]$. D'après le théorème de Pythagore, $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

Calcul. Avec $40^2 = 1\,600$ et $20^2 = 400$:

$$\begin{aligned} AC^2 &= 1\,600 + 400 \\ &= 2\,000. \end{aligned}$$

Racine. On écrit $2\,000 = 400 \times 5$, avec $400 = 20^2$. Une longueur est positive, donc $AC = \sqrt{400 \times 5} = 20\sqrt{5}$ m.

Conclusion. La diagonale mesure exactement $20\sqrt{5}$ m, soit $AC \approx 44{,}7$ m au dixième.

2. 1 pts

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$, au degré près.

INDICE

Outil : pour l'angle en A, tu connais le côté opposé et le côté adjacent.

CORRIGÉ

Rapport. Dans le triangle ABC, rectangle en B, le côté $[BC]$ est opposé à l'angle en A et $[AB]$ lui est adjacent. Donc $\tan\widehat{CAB} = \dfrac{20}{40} = 0{,}5$.

Calculatrice. En degrés, « Shift » puis « tan » donne $\widehat{CAB} \approx 27^\circ$ au degré près.

Conclusion. L'angle $\widehat{CAB}$ mesure environ 27°.

3. 1 pts

Calculer les longueurs exactes AM et BM.

INDICE

Début : $DM = MC = 20$ m.

Ensuite : les triangles ADM et BCM sont rectangles.

CORRIGÉ

Longueur AM. Le point M est le milieu de $[DC]$, donc $DM = \dfrac{40}{2} = 20$ m. Le triangle ADM est rectangle en D, avec $AD = DM = 20$ m. D'après le théorème de Pythagore, $AM^2 = 400 + 400 = 800$. On écrit $800 = 400 \times 2$, donc $AM = \sqrt{400 \times 2} = 20\sqrt{2}$ m.

Longueur BM. De même, le triangle BCM est rectangle en C, avec $BC = CM = 20$ m. Le même calcul donne $BM = 20\sqrt{2}$ m.

Conclusion. On a $AM = BM = 20\sqrt{2}$ m.

4. 1 pts

En déduire la nature du triangle AMB. Justifier.

INDICE

Outil : que doit-on comparer pour savoir si un triangle est rectangle ?

Point délicat : regarde aussi les longueurs AM et BM.

CORRIGÉ

Calculs à part. Le plus long côté du triangle AMB est $[AB]$. D'une part, $AB^2 = 1\,600$. D'autre part, $AM^2 + BM^2 = 800 + 800 = 1\,600$. Donc $AB^2 = AM^2 + BM^2$.

Angle droit. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AMB est rectangle en M.

Longueurs. De plus, $AM = BM$ d'après la question 3.

Conclusion. Le triangle AMB est rectangle et isocèle en M.

5. 1 pts

Donner, sans calculatrice, la mesure de l'angle $\widehat{MAB}$. Calculer ensuite la valeur exacte de $\cos\widehat{MAB}$, et la comparer au tableau des valeurs remarquables.

INDICE

Outil : la nature du triangle AMB, trouvée à la question 4.

Ensuite : le cosinus dans ce triangle, rectangle en M.

CORRIGÉ

Mesure. D'après la question 4, le triangle AMB est rectangle et isocèle en M. Dans un triangle isocèle, les angles à la base sont égaux (rappel de 1re année). Ses deux angles aigus sont donc égaux, et ils ont pour somme $90°$ (somme des angles d'un triangle). Chacun mesure la moitié de $90°$: $\widehat{MAB} = 45°$.

Cosinus. Dans AMB, rectangle en M, l'hypoténuse est $[AB]$ et le côté $[AM]$ est adjacent à l'angle en A :

$$\begin{aligned}\cos\widehat{MAB} &= \frac{AM}{AB} \\ &= \frac{20\sqrt{2}}{40} = \frac{\sqrt{2}}{2}.\end{aligned}$$

Contrôle. D'après le tableau des valeurs remarquables, $\cos 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$: c'est bien la valeur trouvée.

Conclusion. L'angle $\widehat{MAB}$ mesure $45°$, et son cosinus vaut $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, comme dans le tableau.

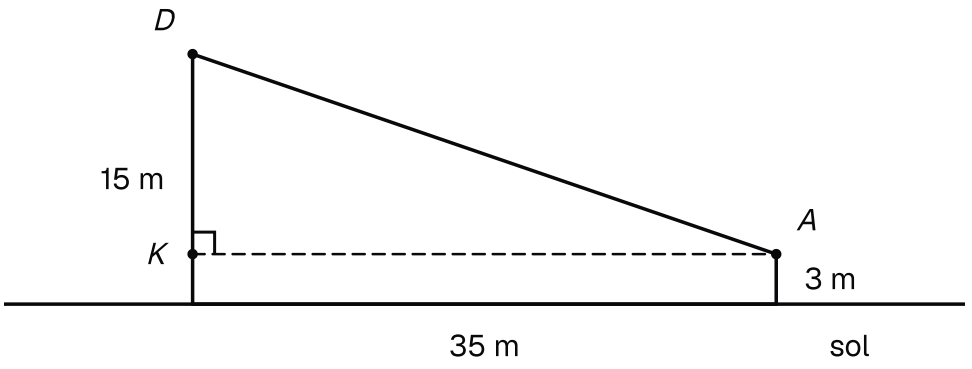
Exercice 2 5 pts

Une tyrolienne au-dessus d'une vallée

Une tyrolienne relie une plateforme de départ D à un poteau d'arrivée A.

- D est à 15 m de hauteur ; A est à 3 m de hauteur.
- Les deux supports sont verticaux, distants de 35 m.
- Le câble $[DA]$ est tendu en ligne droite.
- Le point K est sur le support de départ, à 3 m de hauteur : le triangle DKA est rectangle en K.

Trace la figure sur ton cahier.



La tyrolienne : le câble [DA] relie le haut du support de départ, à 15 m, au poteau d'arrivée, à 3 m, distant de 35 m.

1. 1 pts

Justifier que $DK = 12$ m et $KA = 35$ m. Calculer la longueur du câble.

INDICE

Début : DK est la différence des deux hauteurs.

Ensuite : le théorème de Pythagore dans DKA.

CORRIGÉ

Côtés. Le point K est sur le support de départ, à 3 m du sol, et D est à 15 m. Donc $DK = 15 - 3 = 12$ m. Les points K et A sont à la même hauteur : le segment $[KA]$ est horizontal, et sa longueur est la distance entre les supports, $KA = 35$ m.

Pythagore. Le triangle DKA est rectangle en K, d'hypoténuse le câble $[DA]$:

$$\begin{aligned} DA^2 &= DK^2 + KA^2 \\ &= 144 + 1\,225 \\ &= 1\,369. \end{aligned}$$

Racine. Une longueur est positive et $37^2 = 1\,369$. Donc $DA = \sqrt{1\,369} = 37$ m.

Conclusion. Le câble mesure 37 m.

2. 1,5 pts

Calculer l'angle $\widehat{DAK}$ du câble avec l'horizontale, au degré près.

INDICE

Outil : les deux côtés de l'angle droit sont connus.

Point délicat : choisis le rapport qui les utilise.

CORRIGÉ

Rapport. Pour l'angle en A, le côté $[DK]$ est opposé et $[KA]$ est adjacent. Ce sont les deux côtés de l'angle droit, reliés par la tangente : $\tan \widehat{DAK} = \dfrac{12}{35}$.

Calculatrice. En degrés, « Shift » puis « tan » donne $\widehat{DAK} \approx 19^\circ$ au degré près.

Conclusion. Le câble fait un angle d'environ 19° avec l'horizontale.

3. 1 pts

Écrire les valeurs exactes de $\cos \widehat{DAK}$ et de $\sin \widehat{DAK}$. Vérifier avec ces valeurs la relation entre cosinus et sinus.

INDICE

Outil : l'hypoténuse est le câble, de longueur 37 m.

CORRIGÉ

Rapports. L'hypoténuse est le câble, de 37 m. Donc $\cos \widehat{DAK} = \dfrac{35}{37}$ et $\sin \widehat{DAK} = \dfrac{12}{37}$.

Carrés. On calcule la somme des carrés de ces deux rapports :

$$\begin{aligned} &\frac{35^2}{37^2} + \frac{12^2}{37^2} \\ &= \frac{1\,225 + 144}{1\,369} = \frac{1\,369}{1\,369}. \end{aligned}$$

Conclusion. La somme $\cos^2 \widehat{DAK} + \sin^2 \widehat{DAK}$ vaut 1 : la relation entre cosinus et sinus est vérifiée.

4. 1,5 pts

Une règle de sécurité impose un angle d'au plus 15° avec l'horizontale. Les hauteurs ne changent pas. Calculer la distance horizontale d qui donne un angle de 15°, au dixième de mètre. En déduire de combien il faut éloigner le poteau d'arrivée.

INDICE

Outil : dans le triangle DKA, quel rapport relie 12 et d pour l'angle de 15° ?

Ensuite : produit en croix, puis calculatrice réglée en degrés.

CORRIGÉ

Rapport. Les hauteurs ne changent pas : le côté opposé à l'angle reste $DK = 12$ m, et la distance horizontale d est le côté adjacent. Pour un angle de 15°, on a donc $\tan 15^\circ = \dfrac{12}{d}$.

Produit en croix. $d = \dfrac{12}{\tan 15^\circ}$. La calculatrice, réglée en degrés, donne $d \approx 44{,}8$ m au dixième.

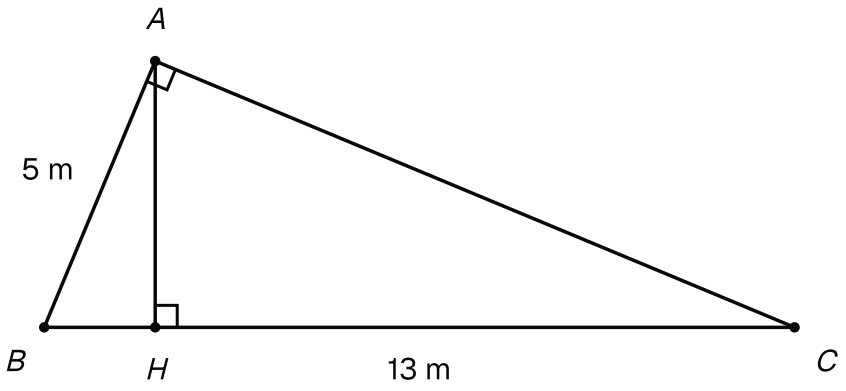
Écart. Les supports sont aujourd'hui distants de 35 m. On calcule $44{,}8 - 35 = 9{,}8$ m.

Conclusion. Il faut éloigner le poteau d'arrivée d'environ $9{,}8$ m.

Exercice 3 — 5 pts

La charpente d'un toit

La charpente d'un toit est un triangle ABC rectangle en A. La poutre horizontale $[BC]$ mesure 13 m. Le pan $[AB]$ mesure 5 m. Le poinçon $[AH]$ est vertical : H est sur $[BC]$ et (AH) est perpendiculaire à (BC).



La charpente : le triangle ABC rectangle en A, la poutre [BC] de 13 m, le pan [AB] de 5 m et le poinçon [AH].

1. — 1 pts

Calculer la longueur du pan $[AC]$.

INDICE

Outil : le théorème de Pythagore.

Point délicat : l'hypoténuse est la poutre $[BC]$.

CORRIGÉ

Égalité. Le triangle ABC est rectangle en A, d'hypoténuse la poutre $[BC]$. D'après le théorème de Pythagore, $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Calcul. On isole AC^2, avec $13^2 = 169$ et $5^2 = 25$: $AC^2 = 169 - 25 = 144$. Comme $12^2 = 144$, on a $AC = 12$ m.

Conclusion. Le pan $[AC]$ mesure 12 m.

2. 1,5 pts

Calculer la valeur exacte de $\cos \widehat{ABC}$, puis la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ au degré près. En déduire celle de l'angle $\widehat{ACB}$.

INDICE

Outil : le cosinus de l'angle en B.

Ensuite : les deux angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires.

CORRIGÉ

Cosinus. Pour l'angle en B, le côté $[AB]$ est adjacent et $[BC]$ est l'hypoténuse. Donc $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{5}{13}$.

Calculatrice. En degrés, « Shift » puis « cos » donne $\widehat{ABC} \approx 67^\circ$ au degré près.

Angle complémentaire. La somme des angles du triangle vaut 180° et l'angle en A est droit. Donc $\widehat{ACB} = 90^\circ - \widehat{ABC}$, soit $\widehat{ACB} \approx 23^\circ$ au degré près.

Conclusion. On a $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{5}{13}$, $\widehat{ABC} \approx 67^\circ$ et $\widehat{ACB} \approx 23^\circ$.

3. 1,5 pts

Écrire l'aire du triangle ABC de deux façons. En déduire la hauteur AH du poinçon : valeur exacte, puis arrondi au dixième.

INDICE

Début : une aire avec la base $[AB]$, une autre avec la base $[BC]$.

Ensuite : égale les deux écritures.

CORRIGÉ

Deux écritures. Avec la base $[AB]$, la hauteur est $[AC]$, car le triangle est rectangle en A. Avec la base $[BC]$, la hauteur est le poinçon $[AH]$. L'aire vaut donc $\dfrac{AB \times AC}{2}$, et aussi $\dfrac{BC \times AH}{2}$.

Égalité. On multiplie les deux écritures par 2 : $AB \times AC = BC \times AH$, soit $5 \times 12 = 13 \times AH$.

Résultat. On divise 60 par 13 : $AH = \dfrac{60}{13}$ m.

Conclusion. La hauteur du poinçon vaut exactement $\dfrac{60}{13}$ m, soit $AH \approx 4{,}6$ m au dixième.

4. 1 pts

Le triangle ABH est rectangle en H. Écrire $\cos\widehat{ABC}$ dans ce triangle. En déduire la longueur exacte BH, puis son arrondi au dixième.

INDICE

Outil : dans ABH, l'hypoténuse est $[AB]$.

Ensuite : utilise la valeur exacte du cosinus trouvée à la question 2.

CORRIGÉ

Cosinus. Le point H est sur $[BC]$, donc l'angle $\widehat{ABH}$ est l'angle $\widehat{ABC}$. Dans le triangle ABH, rectangle en H, le côté $[BH]$ est adjacent à l'angle en B et $[AB]$ est l'hypoténuse. Donc $\cos\widehat{ABC} = \dfrac{BH}{5}$.

Égalité. La question 2 donne la valeur exacte de ce cosinus. Ainsi :

$$\frac{BH}{5} = \frac{5}{13}.$$

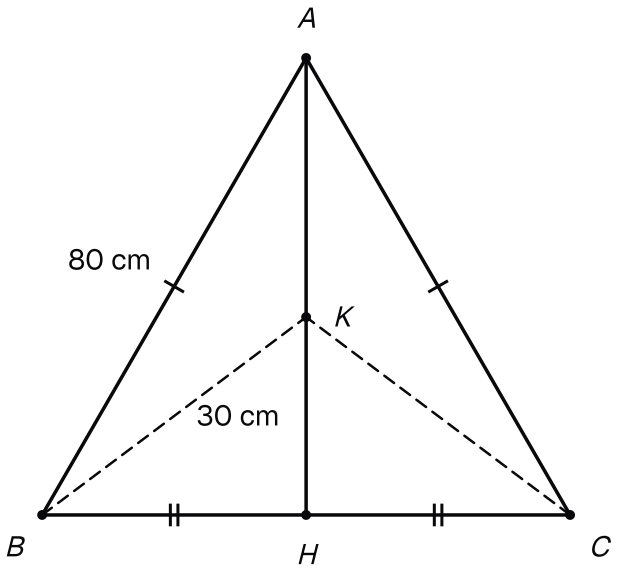
Résultat. On multiplie les deux membres par 5 : $BH = \dfrac{25}{13}$ m.

Conclusion. La longueur exacte est $\dfrac{25}{13}$ m, soit $BH \approx 1{,}9$ m au dixième.

Exercice 4 5 pts

Un panneau de signalisation triangulaire

Un panneau de signalisation a la forme d'un triangle équilatéral ABC de côté 80 cm. Le point H est le milieu du côté $[BC]$. Le point K est sur le segment $[AH]$, avec $HK = 30$ cm : on y fixe le panneau sur son support. Trace la figure sur ton cahier.



Le panneau triangulaire ABC, équilatéral de côté 80 cm, le milieu H de [BC] et le point K de [AH] à 30 cm de H.

1. 1 pts

Justifier que le triangle ABH est rectangle en H. Calculer la longueur exacte AH, puis son arrondi au dixième de centimètre.

INDICE

Outil : un triangle équilatéral est isocèle en A ; que dire de sa médiane issue de A ?

Ensuite : le théorème de Pythagore dans ABH, avec $BH = 40$ cm.

CORRIGÉ

Angle droit. Le triangle ABC est équilatéral, donc isocèle en A. Le point H est le milieu de $[BC]$, donc $[AH]$ est une médiane. Rappel de 1re année : pour ce triangle isocèle en A, la médiane $[AH]$ est aussi la hauteur relative à $[BC]$. Ainsi (AH) est perpendiculaire à (BC) : le triangle ABH est rectangle en H, avec $BH = \dfrac{80}{2} = 40$ cm.

Pythagore. L'hypoténuse est $[AB]$. Le théorème de Pythagore donne $AB^2 = AH^2 + BH^2$. On isole AH^2 : $AH^2 = 6\,400 - 1\,600 = 4\,800$.

Racine. On écrit $4\,800 = 1\,600 \times 3$, avec $1\,600 = 40^2$. Donc $AH = \sqrt{1\,600 \times 3} = 40\sqrt{3}$ cm.

Conclusion. Le triangle ABH est rectangle en H, et $AH = 40\sqrt{3}$ cm, soit $AH \approx 69{,}3$ cm au dixième.

2. 1 pts

Calculer la valeur exacte de $\tan \widehat{BAH}$, en rendant le dénominateur rationnel. En déduire, sans calculatrice, la mesure de l'angle $\widehat{BAH}$.

INDICE

Outil : pour l'angle en A du triangle ABH, repère le côté opposé et le côté adjacent.

Ensuite : compare le résultat au tableau des valeurs remarquables.

CORRIGÉ

Rapport. Dans ABH, rectangle en H, le côté $[BH]$ est opposé à l'angle en A et $[AH]$ est adjacent. Avec la question 1 :

$$\tan \widehat{BAH} = \frac{40}{40\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Dénominateur rationnel. On multiplie le numérateur et le dénominateur par $\sqrt{3}$:

$$\tan \widehat{BAH} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Angle. D'après le tableau des valeurs remarquables, $\tan 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Donc $\widehat{BAH} = 30^\circ$.

Contrôle. Les angles d'un triangle équilatéral mesurent 60°. Dans ABH, les angles aigus sont complémentaires : $\widehat{BAH} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

Conclusion. On a $\tan \widehat{BAH} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, et l'angle $\widehat{BAH}$ mesure 30°.

3. 1 pts

Calculer les longueurs BK et CK.

INDICE

Début : le point K est sur $[AH]$, donc les triangles BHK et CHK sont rectangles en H.

CORRIGÉ

Longueur BK. Le point K est sur la droite (AH), perpendiculaire à (BC) en H. Le triangle BHK est donc rectangle en H, avec $BH = 40$ cm et $HK = 30$ cm. D'après le théorème de Pythagore, $BK^2 = 1\,600 + 900 = 2\,500$. Donc $BK = \sqrt{2\,500} = 50$ cm.

Longueur CK. De même, le triangle CHK est rectangle en H, avec $CH = 40$ cm et $HK = 30$ cm. Le même calcul donne $CK = 50$ cm.

Conclusion. On a $BK = CK = 50$ cm.

4. 1 pts

En déduire si le triangle BKC est rectangle. Justifier.

INDICE

Outil : repère le côté le plus long du triangle BKC.

Point délicat : fais les deux calculs séparément avant de comparer.

CORRIGÉ

Calculs à part. Le côté le plus long est $[BC]$, de 80 cm. D'une part, $BC^2 = 6\,400$. D'autre part, avec la question 3, $BK^2 + CK^2 = 2\,500 + 2\,500 = 5\,000$.

Comparaison. On a $6\,400 \neq 5\,000$. D'après la propriété du triangle qui n'est pas rectangle, BKC n'a pas d'angle droit.

Conclusion. Le triangle BKC n'est pas rectangle.

5. 1 pts

On déplace le point K sur le segment $[AH]$. Calculer la longueur HK pour laquelle le triangle BKC est rectangle en K. Vérifier ensuite que ce triangle est bien rectangle.

INDICE

Début : quelle que soit la position de K, on a $BK^2 = CK^2 = 1\,600 + HK^2$.

Ensuite : écris l'égalité de Pythagore dans BKC, rectangle en K, puis trouve HK^2.

CORRIGÉ

Égalité. Supposons BKC rectangle en K. Son hypoténuse est alors $[BC]$, et le théorème de Pythagore donne $BC^2 = BK^2 + CK^2$. Pour toute position de K sur $[AH]$, les triangles BHK et CHK sont rectangles en H, donc $BK^2 = CK^2 = 1\,600 + HK^2$. On obtient :

$$6\,400 = 3\,200 + 2 \times HK^2.$$

Calcul. Donc $2 \times HK^2 = 3\,200$, soit $HK^2 = 1\,600$. Une longueur est positive : $HK = 40$ cm. Comme $AH = 40\sqrt{3}$ et $\sqrt{3} > 1$, on a $40 < AH$: le point K est bien sur le segment $[AH]$.

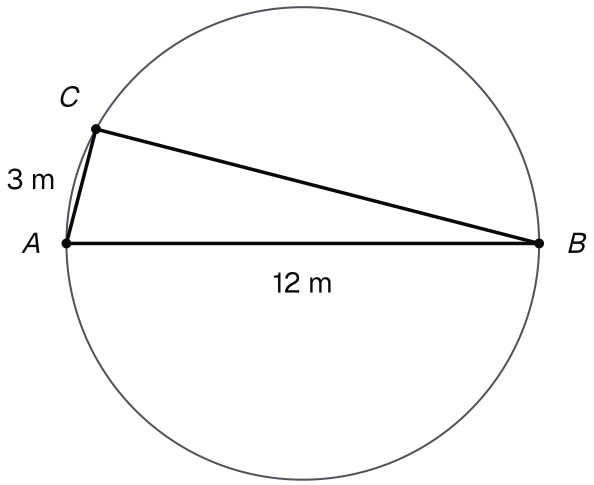
Vérification. Avec $HK = 40$ cm, on a $BK^2 = CK^2 = 3\,200$, donc $BK^2 + CK^2 = 3\,200 + 3\,200 = 6\,400 = BC^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle BKC est rectangle en K.

Conclusion. Le triangle BKC est rectangle en K pour $HK = 40$ cm, et seulement pour cette longueur.

Exercice 5 5 pts

Les allées d'un bassin circulaire

Le bord d'un bassin est un cercle de diamètre $[AB]$, avec $AB = 12$ m. Le point C est sur le bord du bassin. Deux allées droites relient A à C et C à B, avec $AC = 3$ m. Trace la figure sur ton cahier.



Le bassin circulaire de diamètre [AB] de 12 m, le point C sur son bord et les allées [AC], de 3 m, et [CB].

1. 1 pts

Montrer que ABC est rectangle en C. Calculer la valeur exacte de $\cos\widehat{CAB}$.

INDICE

Outil : un triangle inscrit dans un cercle, avec un côté pour diamètre, est rectangle.

Ensuite : pour l'angle en A, repère le côté adjacent et l'hypoténuse.

CORRIGÉ

Angle droit. Le point C est sur le cercle, et il est distinct de A et de B car $AC = 3$ m. Le côté $[AB]$ du triangle ABC est un diamètre de ce cercle. D'après la propriété du triangle inscrit dans un demi-cercle (rappel de 2e année), ABC est rectangle en C, d'hypoténuse $[AB]$.

Cosinus. Pour l'angle en A, le côté $[AC]$ est adjacent :

$$\cos\widehat{CAB} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}.$$

Conclusion. Le triangle ABC est rectangle en C, et $\cos\widehat{CAB} = \dfrac{1}{4}$.

2. 1,5 pts

Sans utiliser la longueur BC, calculer la valeur exacte de $\sin\widehat{CAB}$. En déduire la valeur exacte de $\tan\widehat{CAB}$.

INDICE

Outil : la relation entre le cosinus et le sinus d'un angle aigu.

Point délicat : le sinus d'un angle aigu est positif.

CORRIGÉ

Sinus. D'après la relation entre cosinus et sinus, avec $\cos\widehat{CAB} = \dfrac{1}{4}$:

$$\begin{aligned}&\sin^2\widehat{CAB}\\&= 1 - \cos^2\widehat{CAB}\\&= 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}.\end{aligned}$$

L'angle $\widehat{CAB}$ est aigu, donc son sinus est positif. Ainsi $\sin\widehat{CAB} = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$.

Tangente. D'après la relation entre tangente, sinus et cosinus, on divise le sinus par $\dfrac{1}{4}$, c'est-à-dire qu'on le multiplie par $\dfrac{4}{1}$:

$$\tan\widehat{CAB} = \frac{\sqrt{15}}{4} \times \frac{4}{1} = \sqrt{15}.$$

Conclusion. On a $\sin\widehat{CAB} = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$ et $\tan\widehat{CAB} = \sqrt{15}$.

3. 1 pts

En déduire la longueur exacte de l'allée $[CB]$ à l'aide du sinus, puis son arrondi au dixième de mètre. Contrôler le résultat avec le théorème de Pythagore.

INDICE

Outil : pour l'angle en A, le côté $[BC]$ est opposé.

Ensuite : écris $\sin \widehat{CAB}$ avec les longueurs, puis fais un produit en croix.

CORRIGÉ

Rapport. Pour l'angle en A, le côté $[BC]$ est opposé et $[AB]$ est l'hypoténuse. Donc $\sin \widehat{CAB} = \dfrac{BC}{12}$. Avec la question 2, $\dfrac{BC}{12} = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$.

Produit en croix. $BC = \dfrac{12\sqrt{15}}{4} = 3\sqrt{15}$ m, soit $BC \approx 11{,}6$ m au dixième.

Contrôle. D'une part, $BC^2 = 9 \times 15 = 135$. D'autre part, d'après le théorème de Pythagore dans le triangle ABC, rectangle en C :

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 - AC^2 \\ &= 144 - 9 \\ &= 135. \end{aligned}$$

Conclusion. L'allée $[CB]$ mesure exactement $3\sqrt{15}$ m, soit environ $11{,}6$ m, et le théorème de Pythagore confirme ce résultat.

4. 0,5 pts

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$, au degré près.

INDICE

Outil : la valeur exacte du cosinus, trouvée à la question 1, et la calculatrice réglée en degrés.

CORRIGÉ

Calculatrice. D'après la question 1, $\cos \widehat{CAB} = \dfrac{1}{4} = 0{,}25$. En degrés, « Shift » puis « cos » donne $\widehat{CAB} \approx 76°$ au degré près.

Conclusion. L'angle $\widehat{CAB}$ mesure environ $76°$.

5. 1 pts

Sans calculatrice, donner la valeur exacte de $\cos \widehat{CBA}$, puis celle de $\tan \widehat{CBA}$ avec un dénominateur rationnel. Contrôler la valeur de $\cos \widehat{CBA}$ avec les longueurs du triangle.

INDICE

Début : dans le triangle ABC, rectangle en C, que vaut $\widehat{CAB} + \widehat{CBA}$?

Ensuite : la propriété des angles complémentaires.

CORRIGÉ

Angles complémentaires. La somme des angles du triangle vaut $180°$, et l'angle en C est droit. Donc $\widehat{CAB} + \widehat{CBA} = 90°$: ces deux angles sont complémentaires.

Cosinus. D'après la propriété des angles complémentaires et la question 2, $\cos \widehat{CBA} = \sin \widehat{CAB} = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$.

Tangente. La même propriété donne $\tan \widehat{CBA} = \dfrac{1}{\tan \widehat{CAB}} = \dfrac{1}{\sqrt{15}} = \dfrac{\sqrt{15}}{15}$, en multipliant le numérateur et le dénominateur par $\sqrt{15}$.

Contrôle. Pour l'angle en B, le côté $[BC]$ est adjacent. Avec la question 3, $\cos \widehat{CBA} = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{3\sqrt{15}}{12} = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$: c'est bien la valeur trouvée.

Conclusion. On a $\cos \widehat{CBA} = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$ et $\tan \widehat{CBA} = \dfrac{\sqrt{15}}{15}$.