BURHAN

Triangle rectangle : théorème de Pythagore et trigonométrie : exercices, entraînement

3ème Année Collège · Mathématiques

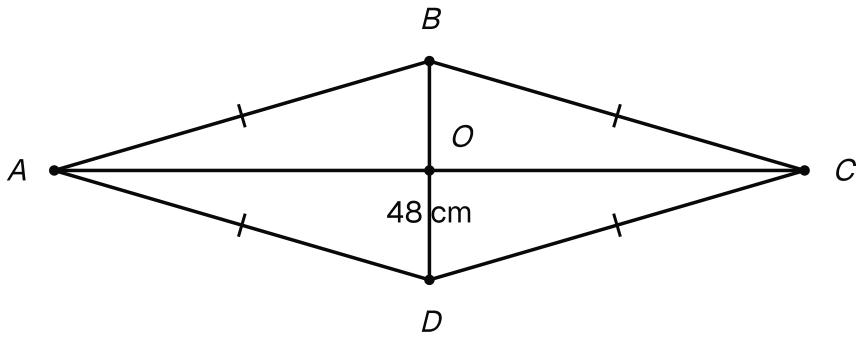
Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/triangle-rectangle-et-trigonometrie/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Triangle rectangle : théorème de Pythagore et trigonométrie	Entraînement	7

Exercice 1

Un cerf-volant en forme de losange

La toile d'un cerf-volant a la forme d'un losange $ABCD$. Ses diagonales mesurent $AC = 48$ cm et $BD = 14$ cm. Elles se coupent au point O.



La toile en losange ABCD, sa grande diagonale [AC] de 48 cm et sa petite diagonale [BD], sécantes en O.

1.

Justifier que le triangle AOB est rectangle en O.

INDICE

Outil : les propriétés des diagonales d'un losange.

Début : quel angle les deux diagonales font-elles entre elles ?

2.

Calculer OA et OB.

INDICE

Outil : une autre propriété des diagonales d'un losange.

Début : où le point O se trouve-t-il sur chacune d'elles ?

3.

Calculer la longueur AB d'un côté du losange.

INDICE

Outil : le théorème de Pythagore dans le triangle AOB.

Point délicat : l'hypoténuse est $[AB]$.

4.

Le bord de la toile est entouré d'un ruban. Quelle longueur de ruban faut-il ?

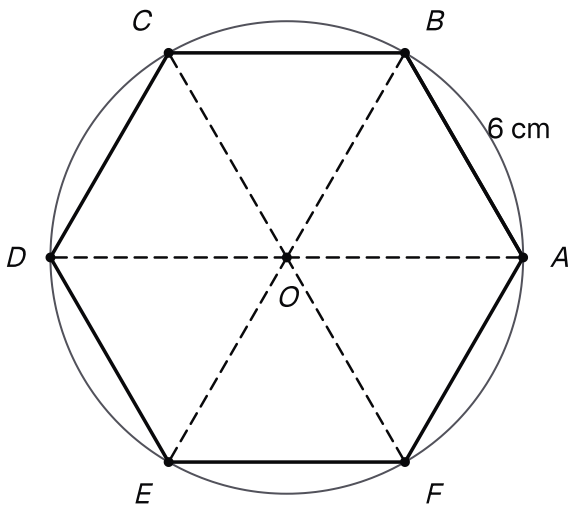
INDICE

Outil : un losange a quatre côtés de même longueur.

Exercice 2

Une dalle en forme d'hexagone régulier

Une dalle a la forme d'un hexagone régulier $ABCDEF$ de côté 6 cm. Ses six sommets sont sur un cercle de centre O. Les six angles $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$, $\widehat{DOE}$, $\widehat{EOF}$ et $\widehat{FOA}$ sont égaux. Trace la figure sur ton cahier.



La dalle hexagonale ABCDEF de côté 6 cm, ses sommets sur le cercle de centre O, reliés au centre par six rayons.

1.

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$.

INDICE

Début : six angles égaux font un tour complet de $360°$.

2.

En déduire que le triangle AOB est équilatéral.

INDICE

Début : A et B sont sur le cercle de centre O.

Ensuite : calcule les angles en A et en B.

3.

Le point H est le milieu de $[AB]$. Calculer la valeur exacte de la distance OH du centre au côté.

INDICE

Outil : dans un triangle équilatéral, une médiane est aussi une hauteur.

Ensuite : le théorème de Pythagore dans le triangle OHA.

4.

Les points A, O et D sont alignés. Justifier que le triangle ACD est rectangle en C.

INDICE

Outil : rappel de 2e année, la propriété du triangle inscrit dans un demi-cercle : un triangle dont les sommets sont sur un cercle, avec un côté pour diamètre, est rectangle.

Début : que représente le segment $[AD]$ pour le cercle ?

5.

En déduire la valeur exacte de la longueur de la petite diagonale $[AC]$.

INDICE

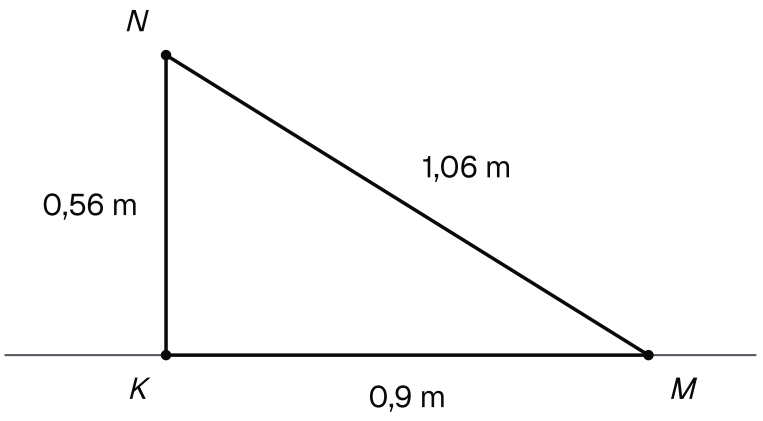
Outil : le théorème de Pythagore dans le triangle ACD.

Point délicat : l'hypoténuse est le diamètre $[AD]$.

Exercice 3

Le support d'un panneau solaire

Un panneau solaire est posé sur un support. Le panneau est le segment $[MN]$, de longueur $1{,}06$ m. Le point M touche le sol. Le montant $[NK]$ mesure $0{,}56$ m. Le point K est au sol, à $0{,}9$ m de M. L'installateur veut vérifier que le montant est vertical.



Le panneau [MN] de 1,06 m, le montant [NK] de 0,56 m et la distance MK de 0,9 m au sol.

1.

Le triangle MKN est-il rectangle en K ?

INDICE

Outil : la réciproque du théorème de Pythagore.

Début : le plus long côté est le panneau $[MN]$.

2.

Calculer l'angle $\widehat{NMK}$ entre le panneau et le sol, au degré près.

INDICE

Outil : nomme les côtés à partir de l'angle en M.

Début : $[MN]$ est l'hypoténuse.

3.

Retrouver ce résultat avec la tangente.

INDICE

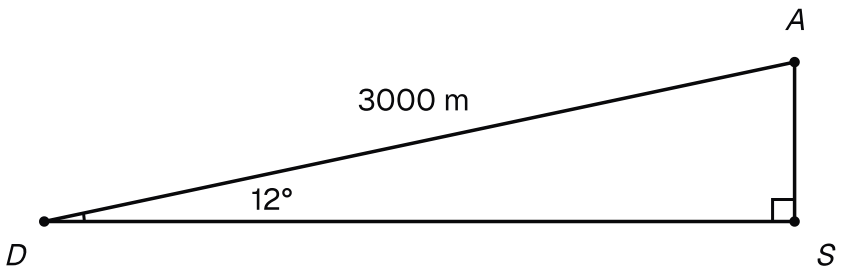
Outil : la tangente utilise le côté opposé et le côté adjacent.

Point délicat : tape le quotient entier, sans l'arrondir.

Exercice 4

Un avion au décollage

Au décollage, un avion part du point D de la piste. Il monte en ligne droite. Sa trajectoire fait un angle de $12°$ avec la piste. Il parcourt $3\,000$ m sur cette trajectoire et arrive au point A. Le point S est au sol, sous l'avion. Le triangle DSA est rectangle en S.



La trajectoire [DA] de l'avion, longue de 3 000 m, monte depuis la piste sous un angle de 12 degrés ; S est au sol sous A.

1.

Calculer l'altitude AS de l'avion au point A, au mètre près.

INDICE

Outil : nomme les trois côtés à partir de l'angle en D.

Ensuite : la trajectoire $[DA]$ est l'hypoténuse.

2.

Calculer la distance DS parcourue au-dessus du sol, au mètre près.

INDICE

Outil : nomme le côté $[DS]$ par rapport à l'angle en D.

3.

Un autre avion doit être à 900 m d'altitude après $3\,000$ m de trajectoire. Quel angle doit faire sa trajectoire avec la piste ? Arrondir au degré près.

INDICE

Outil : quels côtés connais-tu pour l'angle cherché ?

Ensuite : « Shift » puis la touche du rapport choisi.

Exercice 5

Les deux relations au travail

L'angle aigu x vérifie $\cos x = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$.

1.

Calculer la valeur exacte de $\sin x$.

INDICE

Outil : la relation entre cosinus et sinus.

Début : $\left(\dfrac{\sqrt{7}}{4}\right)^2 = \dfrac{7}{16}$.

2.

En déduire la valeur exacte de $\tan x$, avec un dénominateur rationnel.

INDICE

Outil : la tangente est le quotient du sinus par le cosinus.

Point délicat : multiplie par $\sqrt{7}$ en haut et en bas.

3.

Pour l'angle x des questions 1 et 2, calculer $E = (\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2$.

INDICE

Outil : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ et $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (rappel du calcul littéral).

Début : remplace $\cos x$ par $\dfrac{\sqrt{7}}{4}$ et $\sin x$ par $\dfrac{3}{4}$.

4.

Pour un angle aigu quelconque y, prouver que $(\cos y + \sin y)^2 + (\cos y - \sin y)^2 = 2$.

INDICE

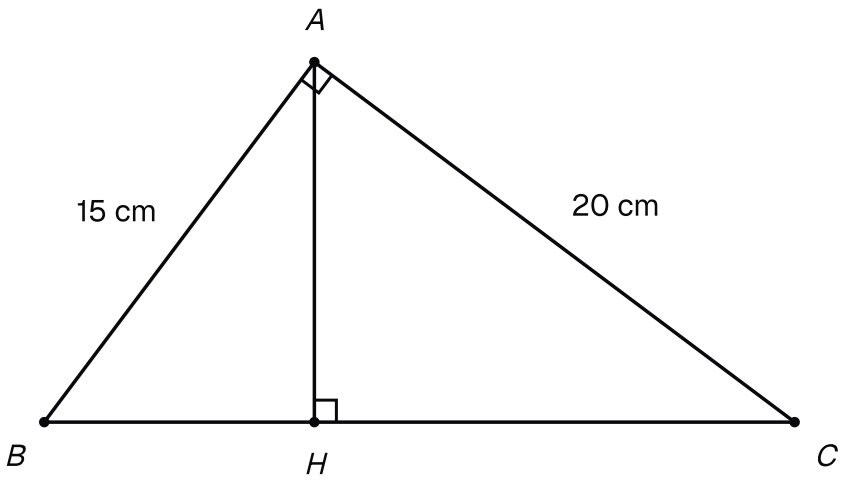
Outil : les identités remarquables de la question 3, avec $a = \cos y$ et $b = \sin y$.

Ensuite : regroupe $\cos^2 y$ et $\sin^2 y$.

Exercice 6

Découvrir des égalités avec la hauteur

Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 15$ cm et $AC = 20$ cm. Le point H est sur $[BC]$, et la droite (AH) est perpendiculaire à (BC). Le segment $[AH]$ est la hauteur issue de A. Trace la figure sur ton cahier.



Le triangle ABC rectangle en A, avec AB = 15 cm et AC = 20 cm, et sa hauteur [AH] perpendiculaire à [BC].

1.

Calculer BC.

INDICE

Outil : le théorème de Pythagore dans le triangle ABC.

2.

Écrire l'aire du triangle ABC de deux façons. En déduire l'égalité $AB \times AC = BC \times AH$, puis la longueur AH.

INDICE

Début : la base $[AB]$ a pour hauteur $[AC]$.

Ensuite : la base $[BC]$ a pour hauteur $[AH]$.

3.

Calculer BH, puis HC.

INDICE

Outil : le triangle ABH est rectangle en H.

Point délicat : son hypoténuse est $[AB]$.

4.

Écrire $\cos\widehat{ABC}$ dans le triangle ABC, puis dans le triangle ABH. En déduire l'égalité $AB^2 = BH \times BC$, et la vérifier.

INDICE

Début : l'angle en B est le même dans les deux triangles.

Ensuite : dans ABH, l'hypoténuse est $[AB]$.

5.

Calculer AH^2 et $BH \times HC$. Que remarques-tu ?

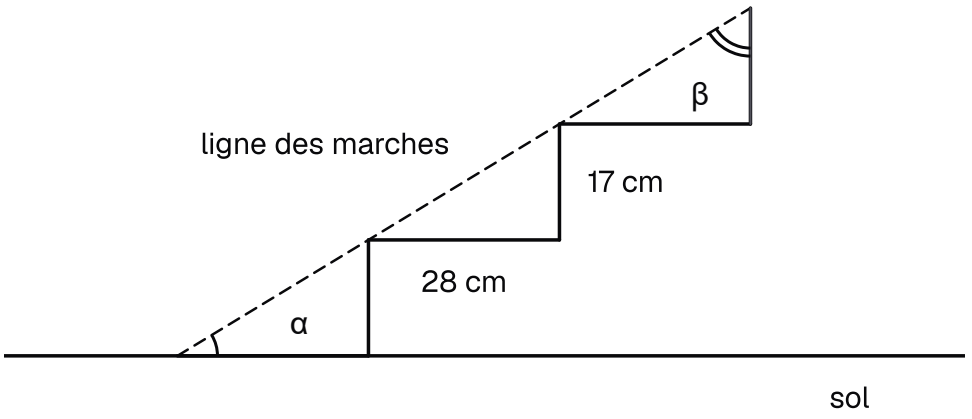
INDICE

Début : utilise les résultats des questions 2 et 3.

Exercice 7

L'angle d'un escalier

Chaque marche d'un escalier a une hauteur de 17 cm et une profondeur de 28 cm. On note α l'angle entre la ligne des marches et le sol. On note β l'angle entre cette ligne et la verticale. Une marche, avec sa hauteur, sa profondeur et la ligne des marches, forme un triangle rectangle.



Trois marches de 17 cm de haut et 28 cm de profondeur, la ligne des marches, l'angle α avec le sol et l'angle β avec la verticale.

1.

Calculer $\tan\alpha$, puis la mesure de α au degré près.

INDICE

Début : dans le triangle d'une marche, nomme la hauteur et la profondeur par rapport à l'angle α.

2.

Justifier que $\alpha+\beta=90°$. En déduire $\tan\beta$ sous forme de fraction, et la mesure de β au degré près.

INDICE

Outil : la somme des angles d'un triangle.

Ensuite : pour la tangente, la propriété des angles complémentaires.

Point délicat : arrondis seulement à la fin.

3.

Sans calculatrice, calculer $F=\sin^2 20°+\sin^2 70°$.

INDICE

Outil : remplace $\sin 70°$ grâce aux angles complémentaires.

Ensuite : la relation entre cosinus et sinus.

4.

Sans calculatrice, calculer $G = \tan 15^\circ \times \tan 75^\circ$.

INDICE

Outil : pour deux angles complémentaires, les tangentes sont inverses l'une de l'autre.