BURHAN

Translation et produit d'un vecteur par un réel : exercices, niveau examen

3ème Année Collège · Mathématiques

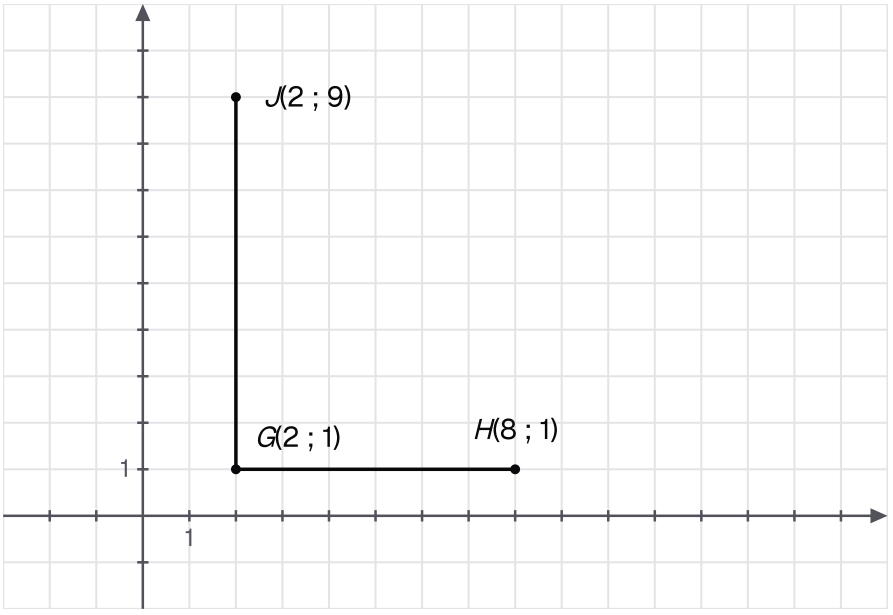
Version en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/translation-et-vecteurs/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Translation et produit d'un vecteur par un réel	Niveau examen	5

Exercice 1 — 5 pts

Un rectangle et un cercle obtenus par translation

Le plan est muni d'un quadrillage dont le carreau mesure 1 cm. On place $G(2;1)$, $H(8;1)$ et $J(2;9)$. On note t la translation qui transforme G en H.



Les trois points G, H et J de l'énoncé, sur un quadrillage assez large pour leurs images.

1. — 1 pts

Construire les images J' et H' des points J et H par t, et donner leurs coordonnées. Nommer t d'une autre façon, à l'aide des points H et H'.

INDICE

Outil : de G à H, on avance de 6 carreaux vers la droite, sans monter.

CORRIGÉ

Images. Par définition de t, chaque point avance de 6 carreaux vers la droite, sans monter. Donc $J'(8;9)$ et $H'(14;1)$.

Autre nom. Comme $t(H) = H'$, on a :

$$\overrightarrow{HH'} = \overrightarrow{GH}$$

Conclusion. Les images sont $J'(8;9)$ et $H'(14;1)$. La translation t est aussi la translation qui transforme H en H'.

2. 1 pts

Justifier que $GHJ'J$ est un parallélogramme. Sachant que $\widehat{HGJ} = 90°$, préciser sa nature.

INDICE

Début : vérifie d'abord que J n'est pas sur la droite (GH). **Point délicat :** regarde l'angle $\widehat{HGJ}$ que l'énoncé te donne.

CORRIGÉ

Position de J. De G à H : 6 carreaux à droite, sans monter. De G à J : 8 carreaux en haut, sans aller à droite. Les directions diffèrent : J n'est pas sur la droite (GH).

Parallélogramme. On a $t(J) = J'$, avec J hors de (GH). D'après la définition de la translation qui transforme G en H, $GHJ'J$ est un parallélogramme.

Nature. Ce parallélogramme a un angle droit en G, car $\widehat{HGJ} = 90°$. Un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle.

Conclusion. Le quadrilatère $GHJ'J$ est un parallélogramme, et plus précisément un rectangle.

3. 1 pts

Calculer HJ. En déduire le périmètre du triangle $HJ'H'$.

INDICE

Début : le triangle GHJ est rectangle en G ; applique le théorème de Pythagore. **Ensuite :** H, J' et H' sont les images de G, J et H par t.

CORRIGÉ

Pythagore. Rappel du premier semestre : le théorème de Pythagore. On lit $GH = 6$ cm et $GJ = 8$ cm. Dans le triangle GHJ rectangle en G :

$$HJ^2 = 6^2 + 8^2 = 100$$

Donc $HJ = 10$ cm.

Conservation. On a $t(G) = H$, $t(J) = J'$ et $t(H) = H'$. D'après la conservation des distances :

- $HJ' = GJ = 8$ cm ;
- $J'H' = JH = 10$ cm ;
- $H'H = HG = 6$ cm.

Conclusion. On a $HJ = 10$ cm, et le triangle $HJ'H'$ a pour périmètre $8 + 10 + 6 = 24$ cm.

4. 1 pts

Justifier que H est le milieu du segment $[GH']$. En déduire le réel k tel que $\overrightarrow{GH'} = k\overrightarrow{GH}$.

INDICE

Début : utilise l'égalité de vecteurs trouvée à la question 1. **Ensuite :** compare GH' et GH.

CORRIGÉ

Alignement. De H à H', le déplacement est de 6 carreaux vers la droite, sans monter : H' reste sur la ligne du quadrillage qui porte G et H. Les points G, H et H' sont alignés.

Milieu. D'après la question 1, $\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{HH'}$. Rappel de 2AC : H est donc le milieu de $[GH']$.

Produit. Le point H' est sur $[GH)$, et $GH' = 12$ cm, soit $GH' = 2 \times GH$. Donc :

$$\overrightarrow{GH'} = 2\overrightarrow{GH}$$

Conclusion. Le point H est le milieu de $[GH']$, et le réel cherché est $k = 2$.

5. 1 pts

On note $(\mathcal{C})$ le cercle de centre G qui passe par J. Déterminer son image $(\mathcal{C}')$ par t, et justifier que J' est sur $(\mathcal{C}')$.

INDICE

Outil : l'image d'un cercle est un cercle de même rayon, de centre l'image du centre.

CORRIGÉ

Rayon. Le cercle $(\mathcal{C})$ a pour centre G et passe par J : son rayon est $GJ = 8$ cm.

Image. D'après l'image d'un cercle par une translation, $(\mathcal{C}')$ a pour centre $t(G) = H$ et garde le rayon 8 cm.

Point J'. D'après la conservation des distances, $HJ' = GJ = 8$ cm. Le point J' est donc à 8 cm du centre H.

Conclusion. Le cercle $(\mathcal{C}')$ a pour centre H et pour rayon 8 cm, et le point J' est sur $(\mathcal{C}')$.

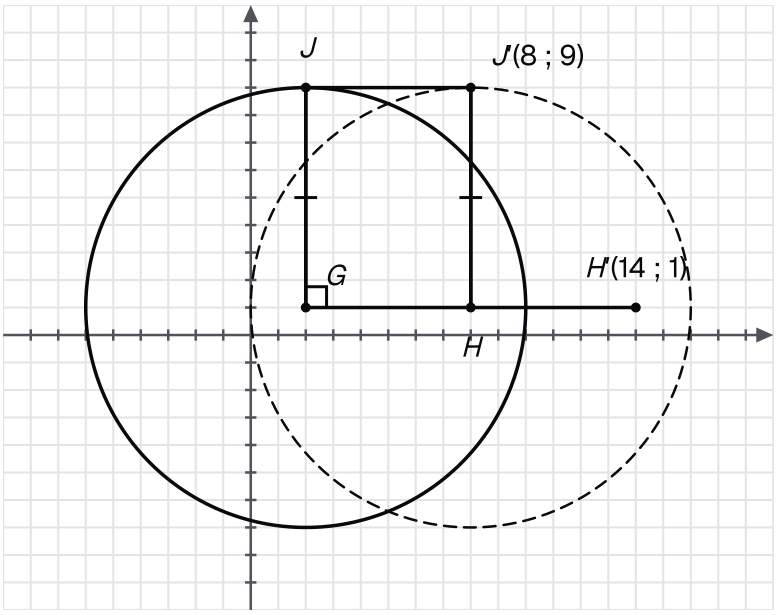


Figure complète : le rectangle GHJ'J, le point H' et le cercle de centre G avec son image de centre H.

Exercice 2 — 5 pts

La cabine glisse le long de son câble

Le câble d'une télécabine est une droite. Sur un schéma quadrillé où un carreau mesure 1 cm, la cabine est accrochée au câble en $P(0;5)$. Son plancher est le segment $[RS]$, avec $R(0;1)$ et $S(2;1)$. La cabine glisse sans tourner : son point d'accroche passe de P à $Q(8;9)$. On note t la translation qui transforme P en Q.

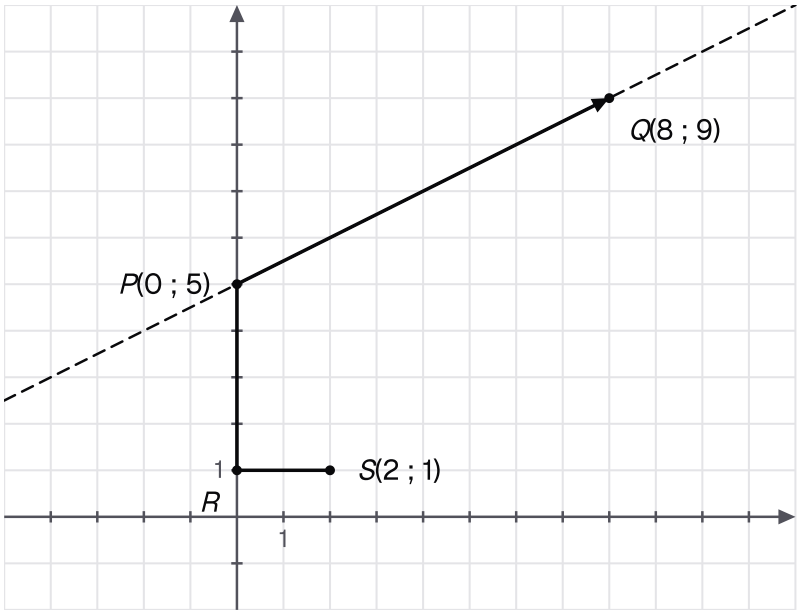


Schéma de la télécabine : le câble (PQ), la tige [PR] et le plancher [RS], avant le glissement.

1. — 1 pts

Donner les coordonnées des images R' et S' de R et S par t. Le point $(10;6)$ est-il l'image de S par t ? Justifier.

INDICE

Outil : de P à Q, on avance de 8 carreaux vers la droite et de 4 vers le haut.

CORRIGÉ

Déplacement. De $P(0;5)$ à $Q(8;9)$: 8 carreaux vers la droite et 4 vers le haut. Chaque point du plancher fait ce déplacement.

Images. À partir de $R(0;1)$ et de $S(2;1)$, on obtient $R'(8;5)$ et $S'(10;5)$.

Contrôle. De $S(2;1)$ à $(10;6)$: 8 carreaux à droite, mais 5 en haut. Ce n'est pas le déplacement de t.

Conclusion. Les images sont $R'(8;5)$ et $S'(10;5)$, et le point $(10;6)$ n'est pas l'image de S par t.

2. 1 pts

Le plancher reste-t-il horizontal ? Justifier à l'aide de l'image d'une droite.

INDICE

Début : l'image de (RS) est $(R'S')$. **Point délicat :** écarte le cas « confondues ».

CORRIGÉ

Image. D'après l'image d'une droite par une translation, la droite $(R'S')$ est parallèle à (RS) ou confondue avec elle.

Cas écarté. De R à S, on va 2 carreaux à droite sans monter. De R à R', on va 8 à droite et 4 en haut : une autre direction. Le point R' n'est donc pas sur (RS).

Conclusion. Les droites $(R'S')$ et (RS) sont parallèles :

$$(R'S') \parallel (RS)$$

Le plancher reste donc horizontal.

3. 1 pts

La tige $[PR]$ est perpendiculaire au plancher : $\widehat{PRS} = 90°$. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{QR'S'}$. Quelle est l'image de la demi-droite $[PR)$?

INDICE

Outil : Q, R' et S' sont les images de P, R et S. **Ensuite :** l'image d'une demi-droite a pour origine l'image de son origine.

CORRIGÉ

Angle. On a $t(P) = Q, t(R) = R'$ et $t(S) = S'$. D'après la conservation des mesures des angles :

$$\widehat{QR'S'} = \widehat{PRS} = 90°$$

Demi-droite. D'après l'image d'une demi-droite, l'image de $[PR)$ est la demi-droite $[QR')$, d'origine Q.

Conclusion. L'angle $\widehat{QR'S'}$ est droit, et la demi-droite $[PR)$ a pour image $[QR')$.

4. 1 pts

Calculer la valeur exacte de la distance PS. En déduire QS'.

INDICE

Début : le triangle PRS est rectangle en R. **Ensuite :** cite la conservation des distances.

CORRIGÉ

Pythagore. Rappel du premier semestre : le théorème de Pythagore. On lit $PR = 4$ cm et $RS = 2$ cm. Dans le triangle PRS rectangle en R :

$$PS^2 = 4^2 + 2^2 = 20$$

Comme $20 = 4 \times 5$, on obtient $PS = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ cm.

Conservation. Les points Q et S' sont les images de P et S. D'après la conservation des distances, $QS' = PS$.

Conclusion. On a $PS = 2\sqrt{5}$ cm et $QS' = 2\sqrt{5}$ cm, soit environ $4{,}5$ cm.

5. 1 pts

Quelle est la nature du quadrilatère $PQR'R$? En déduire que le point R se déplace parallèlement au câble.

INDICE

Début : vérifie que R n'est pas sur la droite (PQ). **Ensuite :** dans un parallélogramme, les côtés opposés sont parallèles.

CORRIGÉ

Position de R. De P à Q : 8 carreaux à droite et 4 en haut. De P à R : 4 carreaux en bas, sans aller à droite. Les directions diffèrent : R n'est pas sur le câble (PQ).

Nature. On a $t(R) = R'$. D'après la définition de la translation qui transforme P en Q, $PQR'R$ est un parallélogramme.

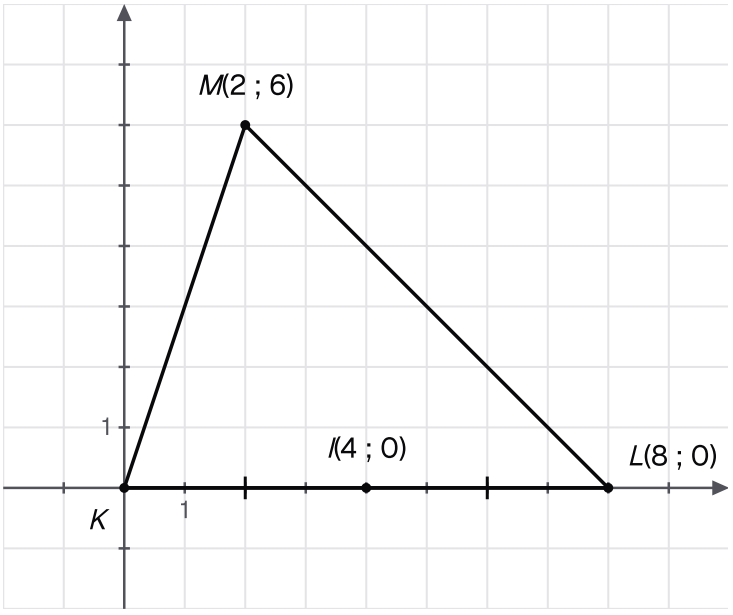
Parallélisme. Les côtés opposés $[RR']$ et $[PQ]$ de ce parallélogramme sont parallèles : $(RR') \parallel (PQ)$.

Conclusion. Le quadrilatère $PQR'R$ est un parallélogramme, donc le point R se déplace parallèlement au câble.

Exercice 3 — 5 pts

Une translation et le milieu d'un côté

Sur un quadrillage dont le carreau mesure 1 cm, on considère le triangle KLM avec $K(0;0)$, $L(8;0)$ et $M(2;6)$. Le point $I(4;0)$ est le milieu de $[KL]$. On note t la translation qui transforme K en I.



Le triangle KLM et le milieu I de son côté [KL], placés sur le quadrillage.

1. — 0,5 pts

Justifier que l'image de I par t est le point L.

INDICE

Outil : compare les vecteurs $\overrightarrow{KI}$ et $\overrightarrow{IL}$.

CORRIGÉ

Égalité. Le point I est le milieu de $[KL]$, donc les vecteurs $\overrightarrow{KI}$ et $\overrightarrow{IL}$ sont égaux :

$$\overrightarrow{IL} = \overrightarrow{KI}$$

Conclusion. D'après la définition de la translation qui transforme K en I, l'image de I par t est L : $t(I) = L$.

2. 1 pts

Construire le point M', image de M par t. Justifier que $ILM'M$ est un parallélogramme.

INDICE

Début : t déplace chaque point de 4 carreaux vers la droite. **Ensuite :** t est aussi la translation qui transforme I en L.

CORRIGÉ

Image. La translation t déplace chaque point de 4 carreaux vers la droite. À partir de $M(2;6)$, on obtient $M'(6;6)$.

Position de M. La droite (IL) suit la ligne du quadrillage qui passe par K, I et L. Le point M est 6 carreaux plus haut : il n'est pas sur (IL).

Parallélogramme. D'après la question 1, t est aussi la translation qui transforme I en L, et $t(M) = M'$. D'après la définition de la translation, $ILM'M$ est un parallélogramme.

Conclusion. Le point M' est construit, et le quadrilatère $ILM'M$ est un parallélogramme.

3. 1 pts

On note J le point d'intersection des diagonales $[LM]$ et $[IM']$. Que représente J pour le segment $[LM]$? Donner ses coordonnées.

INDICE

Outil : les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu. **Ensuite :** compte les carreaux de L à M.

CORRIGÉ

Milieu. Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu. Le point J, commun aux diagonales de $ILM'M$, est donc le milieu de $[LM]$ et de $[IM']$.

Coordonnées. De $L(8;0)$ à $M(2;6)$: 6 carreaux à gauche et 6 en haut. La moitié, soit 3 à gauche et 3 en haut, mène de L au point $J(5;3)$.

Conclusion. Le point J est le milieu du segment $[LM]$, et ses coordonnées sont $(5;3)$.

4. 1 pts

Quelle est l'image de la droite (KM) par t ? En déduire que les droites (IJ) et (KM) sont parallèles.

INDICE

Début : $t(K) = I$ et $t(M) = M'$. **Point délicat :** J est sur la droite (IM').

CORRIGÉ

Image. On a $t(K) = I$ et $t(M) = M'$. D'après l'image d'une droite, l'image de (KM) est la droite (IM'), parallèle à (KM) ou confondue avec elle.

Cas écarté. De K à M, on fait 2 carreaux à droite et 6 en haut. De K à I, on fait 4 carreaux à droite, sans monter. Les directions diffèrent : I n'est pas sur (KM), donc (IM') et (KM) sont parallèles.

Droite (IJ). Le point J est sur la diagonale $[IM']$, donc la droite (IJ) est la droite (IM').

Conclusion. L'image de (KM) par t est la droite (IM'), et :

$$(IJ) \parallel (KM)$$

5. 1,5 pts

On place $H(2;0)$. Calculer la valeur exacte de KM. En déduire IJ à l'aide du théorème de Thalès dans le triangle LKM.

INDICE

Début : le triangle KHM est rectangle en H. **Ensuite :** dans le triangle LKM, I est sur $[LK]$, J sur $[LM]$ et $(IJ) \parallel (KM)$.

CORRIGÉ

Pythagore. Rappel du premier semestre : le théorème de Pythagore. On lit $KH = 2$ cm et $HM = 6$ cm. Dans le triangle KHM rectangle en H :

$$KM^2 = 2^2 + 6^2 = 40$$

Comme $40 = 4 \times 10$, on obtient $KM = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ cm.

Thalès. Rappel du premier semestre : le théorème de Thalès. Dans le triangle LKM, le point I est sur $[LK]$, le point J sur $[LM]$, et $(IJ) \parallel (KM)$. D'après ce théorème :

$$\frac{LI}{LK} = \frac{IJ}{KM}$$

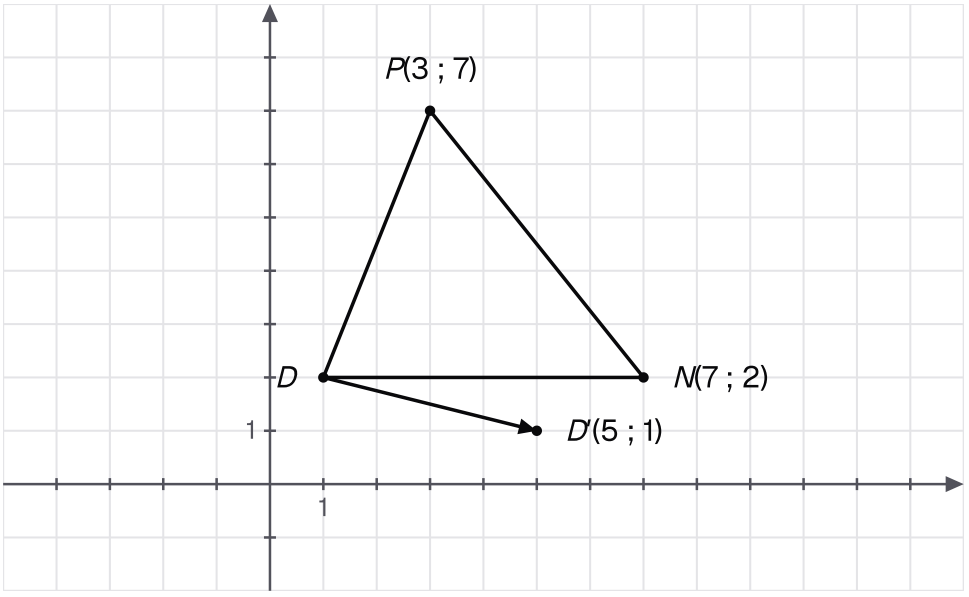
Rapport. On lit $LI = 4$ cm et $LK = 8$ cm, donc $\dfrac{LI}{LK} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$.

Conclusion. On a $KM = 2\sqrt{10}$ cm, et $IJ = \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{10} = \sqrt{10}$ cm.

Exercice 4 — 5 pts

Un milieu et une aire qui se conservent

Sur un quadrillage dont le carreau mesure 1 cm, on place les sommets du triangle DNP : $D(1;2)$, $N(7;2)$ et $P(3;7)$. On note t la translation qui transforme D en $D'(5;1)$.



Le triangle DNP et la flèche de D vers D' qui définit la translation t.

1. — 1 pts

Décrire le déplacement de t. Construire l'image N' du point N par t et donner ses coordonnées.

INDICE

Outil : compte les carreaux de D à D', puis fais le même déplacement à partir de N.

CORRIGÉ

Déplacement. De $D(1;2)$ à $D'(5;1)$, on avance de 4 carreaux vers la droite et de 1 vers le bas.

Image. Par définition de t, le point N fait ce déplacement : $7+4=11$ et $2-1=1$.

Conclusion. La translation t fait glisser chaque point de 4 carreaux à droite et de 1 en bas, et l'image de N est $N'(11;1)$.

2. 1 pts

Le point $I(4;2)$ est le milieu de $[DN]$. Donner les coordonnées de son image I' par t. En déduire, à l'aide de deux propriétés de conservation, que I' est le milieu de $[D'N']$.

INDICE

Début : les points D, I et N sont alignés, et $DI = IN$. **Ensuite :** cherche ce que deviennent l'alignement et les distances par t.

CORRIGÉ

Image. À partir de $I(4;2)$, on fait le déplacement de t : $I'(8;1)$.

Alignement. Les points D, I et N sont alignés. D'après la conservation de l'alignement, leurs images D', I' et N' sont alignées.

Distances. On a $DI = IN = 3$ cm. D'après la conservation des distances, $D'I' = DI = 3$ cm et $I'N' = IN = 3$ cm.

Conclusion. Le point $I'(8;1)$ est sur la droite $(D'N')$, à 3 cm de D' et à 3 cm de N' : c'est le milieu de $[D'N']$.

3. 1 pts

Calculer l'aire du triangle DNP. En déduire l'aire du triangle $D'N'P'$, où P' est l'image de P par t. Cette aire servira de contrôle à la question suivante.

INDICE

Début : le côté $[DN]$ suit une ligne du quadrillage ; compte de combien de carreaux P est au-dessus de la droite (DN). **Ensuite :** cite une propriété de conservation.

CORRIGÉ

Aire de DNP. On prend $[DN]$ pour base : $DN = 6$ cm. Le point $P(3;7)$ est 5 carreaux au-dessus de la droite (DN), donc la hauteur issue de P mesure 5 cm. L'aire vaut $\dfrac{6 \times 5}{2} = 15\ \text{cm}^2$.

Image. Le triangle $D'N'P'$ est l'image du triangle DNP par t. D'après la conservation des aires, son aire vaut aussi $15\ \text{cm}^2$.

Conclusion. Les triangles DNP et $D'N'P'$ ont tous deux une aire de $15\ \text{cm}^2$.

4. 1 pts

Sur son cahier, un camarade a placé l'image de P par t au point $K(7;8)$. Calculer l'aire du triangle $D'N'K$. En déduire que K n'est pas l'image de P par t, puis donner la bonne image P'.

INDICE

Début : le côté $[D'N']$ suit lui aussi une ligne du quadrillage. **Point délicat :** si K était l'image de P, quel triangle serait l'image de DNP ?

CORRIGÉ

Aire de $D'N'K$. On prend $[D'N']$ pour base : $D'N' = 6$ cm. Le point $K(7;8)$ est 7 carreaux au-dessus de la droite $(D'N')$. L'aire vaut $\dfrac{6 \times 7}{2} = 21\ \text{cm}^2$.

Raisonnement. Si K était l'image de P par t, le triangle $D'N'K$ serait l'image du triangle DNP. D'après la conservation des aires, son aire serait $15\ \text{cm}^2$.

Contradiction. Or cette aire vaut $21\ \text{cm}^2$. Donc K n'est pas l'image de P par t : le camarade est monté de 1 carreau au lieu de descendre de 1.

Conclusion. À partir de $P(3;7)$, le déplacement de t, soit 4 carreaux vers la droite et 1 vers le bas, mène à la bonne image $P'(7;6)$.

5. 1 pts

Le point $L'(6;4)$ est l'image par t d'un point L. Traduire l'égalité $t(L) = L'$ par une égalité de vecteurs. En déduire le déplacement qui mène de L' à L, puis les coordonnées de L.

INDICE

Début : la translation t est définie par le vecteur $\overrightarrow{DD'}$. **Ensuite :** pour aller de L' à L, on parcourt le vecteur $\overrightarrow{LL'}$ à l'envers.

CORRIGÉ

Égalité de vecteurs. Par définition de t, l'égalité $t(L) = L'$ s'écrit :

$$\overrightarrow{LL'} = \overrightarrow{DD'}$$

Déplacement de L' à L. Le déplacement de L vers L' est celui de D vers D'. Pour aller de L' à L, on fait donc le déplacement de D' vers D : 4 carreaux vers la gauche et 1 vers le haut. Ce n'est pas le déplacement de t : il est de sens contraire.

Point L. À partir de $L'(6;4)$: $6 - 4 = 2$ et $4 + 1 = 5$. On obtient $L(2;5)$.

Contrôle. À partir de $L(2;5)$, le déplacement de t mène bien en $(6;4)$: on retrouve L'.

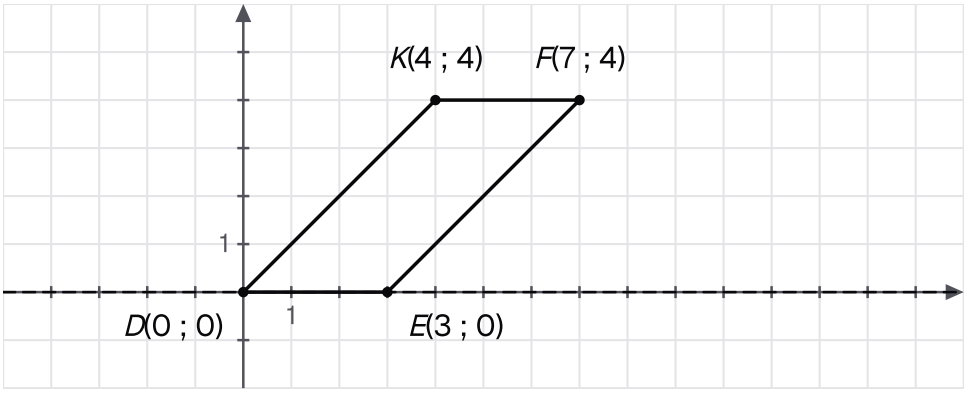
Conclusion. On a $\overrightarrow{LL'} = \overrightarrow{DD'}$, on va de L' à L par 4 carreaux à gauche et 1 en haut, et $L(2;5)$.

Exercice 5

5 pts

Les places d'un parking se répètent

Dans un parking, les places sont dessinées en épi le long d'un trottoir rectiligne. Sur un plan quadrillé où un carreau représente 1 m, le bord du trottoir est la droite qui passe par $D(0;0)$ et $E(3;0)$. La première place est le quadrilatère $DEFK$, avec $F(7;4)$ et $K(4;4)$. Chaque place suivante est l'image de la précédente par la translation t qui transforme D en E.



Plan du parking : le bord du trottoir et la première place DEFK, tracée en épi.

1.

0,5 pts

Décrire le déplacement de t et justifier que $t(K) = F$.

INDICE

Outil : compte les carreaux de D à E, puis fais le même déplacement à partir de K.

CORRIGÉ

Déplacement. De $D(0;0)$ à $E(3;0)$, on avance de 3 carreaux vers la droite, sans monter.

Image de K. Par définition de t, le point K fait ce déplacement. À partir de $K(4;4)$, on arrive en $(7;4)$, c'est-à-dire au point F.

Conclusion. La translation t fait glisser chaque point de 3 carreaux à droite. Donc $t(K) = F$.

2. 1 pts

Donner les coordonnées des images E' et F' de E et F par t. En déduire l'image du côté $[DK]$, puis nommer la deuxième place. Préciser enfin la nature de la première place.

INDICE

Début : l'image d'un segment a pour extrémités les images des extrémités. **Ensuite :** pour la nature, traduis $t(K) = F$ par une égalité de vecteurs.

CORRIGÉ

Images. Le déplacement de t est de 3 carreaux vers la droite, sans monter. Donc $E'(6;0)$ et $F'(10;4)$.

Côté $[DK]$. On a $t(D) = E$ et $t(K) = F$. D'après l'image d'un segment, l'image de $[DK]$ est le segment $[EF]$: c'est le trait commun aux deux premières places.

Deuxième place. C'est l'image de $DEFK$ par t : le quadrilatère $EE'F'F$.

Nature de la première place. L'égalité $t(K) = F$ s'écrit $\overrightarrow{KF} = \overrightarrow{DE}$. Le point K est 4 carreaux au-dessus du trottoir : il n'est pas sur la droite (DE).

Rappel de 2AC : l'égalité $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{KF}$, avec K hors de la droite (DE), donne le parallélogramme $DEFK$.

Conclusion. On a $E'(6;0)$ et $F'(10;4)$, l'image de $[DK]$ est $[EF]$, la deuxième place est $EE'F'F$, et la première place est un parallélogramme.

3. 1 pts

Le trait $[DK]$ fait avec le trottoir l'angle $\widehat{KDE} = 45°$. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{FEE'}$, puis celle de l'angle $\widehat{DEF}$.

INDICE

Début : F, E et E' sont les images de K, D et E. **Point délicat :** les points D, E et E' sont sur le trottoir, et E est entre D et E'.

CORRIGÉ

Angle conservé. On a $t(K) = F$, $t(D) = E$ et $t(E) = E'$. D'après la conservation des mesures des angles :

$$\widehat{FEE'} = \widehat{KDE} = 45°$$

Angle plat. Les points D, E et E' sont alignés, et E est entre D et E' : l'angle $\widehat{DEE'}$ est plat. Donc $\widehat{DEF} + \widehat{FEE'} = 180°$, puis :

$$\widehat{DEF} = 180° - 45° = 135°$$

Conclusion. L'angle $\widehat{FEE'}$ mesure $45°$, et l'angle $\widehat{DEF}$ mesure $135°$.

4. 1 pts

La troisième place $E'MNF'$ est l'image de la deuxième par t, avec $M = t(E')$ et $N = t(F')$. Donner les coordonnées de M et de N. En déduire la translation qui transforme D, E, F et K en E', M, N et F', nommée à l'aide de deux points.

INDICE

Début : compte le déplacement de D vers E'. **Ensuite :** vérifie que les trois autres sommets font le même déplacement.

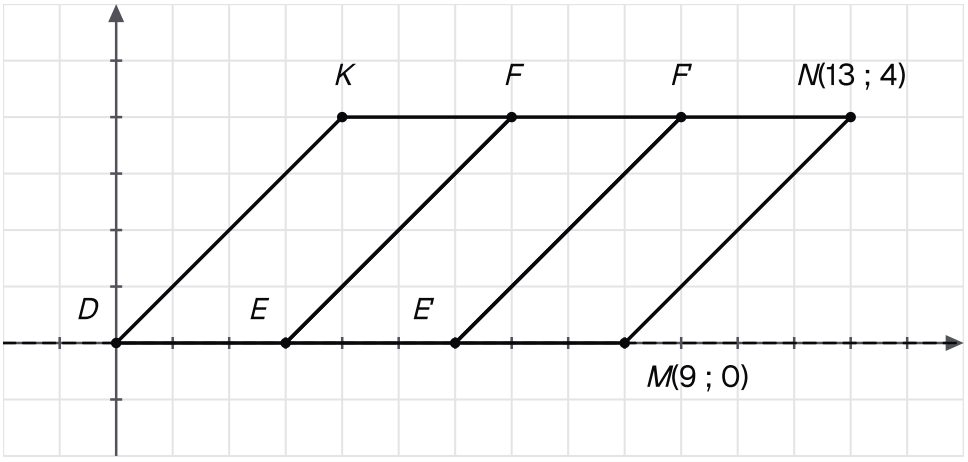
CORRIGÉ

Sommets. Avec le déplacement de t : $M(9;0)$ et $N(13;4)$.

Déplacements. De $D(0;0)$ à $E'(6;0)$: 6 carreaux vers la droite, sans monter. De E à M, de F à N et de K à F' : le même déplacement. Donc :

$$\overrightarrow{DE'} = \overrightarrow{EM} = \overrightarrow{FN} = \overrightarrow{KF'}$$

Conclusion. D'après la définition de la translation, la translation qui transforme D en E' transforme aussi E, F et K en M, N et F' : elle envoie la première place sur la troisième. Ce n'est pas t : elle déplace chaque point de 6 carreaux, et non de 3.



Les trois premières places du parking, chacune obtenue en faisant glisser la précédente de 3 carreaux.

5. 1,5 pts

On place $H(4;0)$. Calculer la valeur exacte de la longueur DK, puis une valeur approchée au dixième près. En déduire la longueur totale de peinture des quatre traits obliques $[DK]$, $[EF]$, $[E'F']$ et $[MN]$.

INDICE

Début : le triangle DHK est rectangle en H. **Ensuite :** chaque trait oblique est l'image du précédent par t.

CORRIGÉ

Pythagore. Rappel du premier semestre : le théorème de Pythagore. On lit $DH = 4$ m et $HK = 4$ m. Dans le triangle DHK rectangle en H :

$$DK^2 = 4^2 + 4^2 = 32$$

Comme $32 = 16 \times 2$, on obtient $DK = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ m, soit environ $5{,}7$ m au dixième près.

Conservation. On a $t(D) = E$ et $t(K) = F$, puis $t(E) = E'$ et $t(F) = F'$, puis $t(E') = M$ et $t(F') = N$. D'après la conservation des distances, $EF = DK$, puis $E'F' = EF$, puis $MN = E'F'$. Les quatre traits mesurent donc $4\sqrt{2}$ m.

Total. La longueur totale de peinture est :

$$4 \times 4\sqrt{2} = 16\sqrt{2}\ \text{m}$$

Conclusion. On a $DK = 4\sqrt{2}$ m, soit environ $5{,}7$ m, et il faut $16\sqrt{2}$ m de peinture, soit environ $22{,}6$ m au dixième près.