BURHAN

Translation et produit d'un vecteur par un réel : exercices, entraînement

3ème Année Collège · Mathématiques

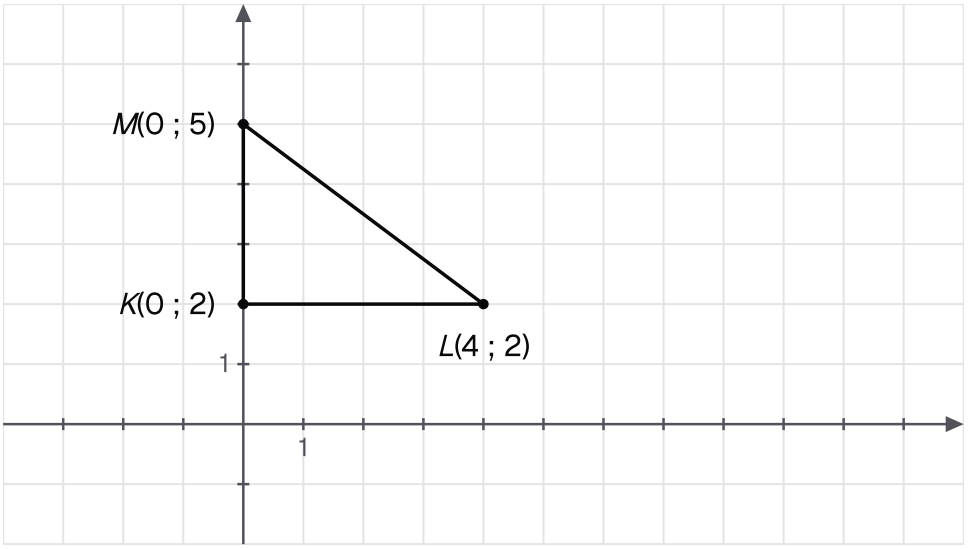
Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/translation-et-vecteurs/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Translation et produit d'un vecteur par un réel	Entraînement	7

Exercice 1

Le motif d'une frise décorative

Une frise décorative répète le même motif triangulaire. Sur un quadrillage où un carreau mesure 1 cm, le premier motif est le triangle KLM, avec $K(0;2)$, $L(4;2)$ et $M(0;5)$. Le motif suivant est son image par la translation t qui déplace chaque point de 6 carreaux vers la droite.



Le premier motif de la frise : le triangle KLM, à gauche du quadrillage.

1.

Donne les coordonnées des sommets K', L' et M' du deuxième motif.

INDICE

Outil : la seconde coordonnée ne change pas ; ajoute 6 à la première.

2.

Le triangle KLM est rectangle en K. Calcule LM, puis déduis-en $L'M'$.

INDICE

Début : lis KL et KM sur le quadrillage. **Ensuite :** pour $L'M'$, aucun calcul n'est utile.

3.

Donne la mesure de l'angle $\widehat{L'K'M'}$ et l'aire du triangle $K'L'M'$.

INDICE

Outil : une translation conserve les mesures des angles et les aires.

4.

Quelle est l'image de la droite (KL) ? Et celle de la droite (LM) ? Précise leur position par rapport à la droite de départ.

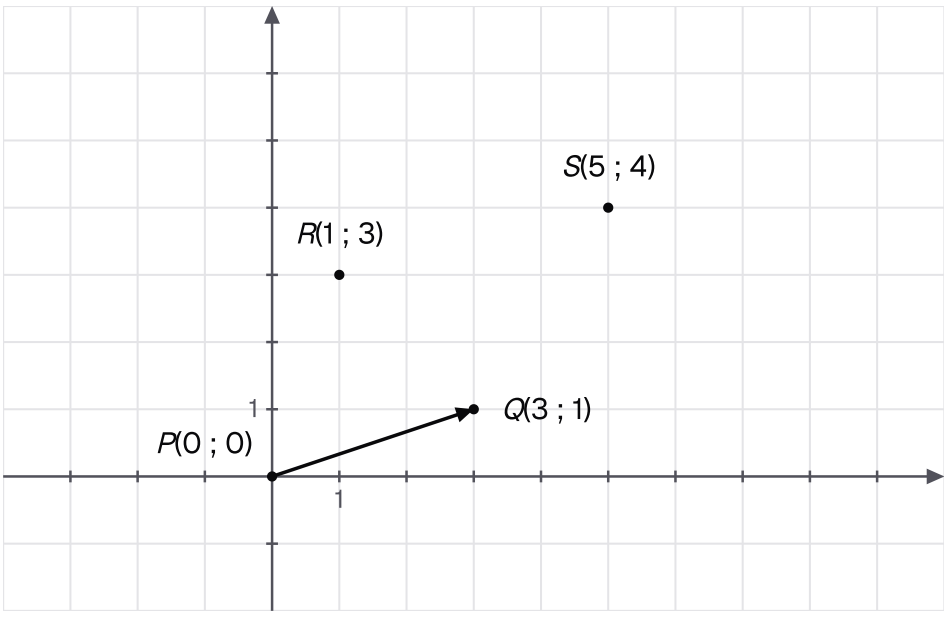
INDICE

Point délicat : regarde si K' et L' sont encore sur la droite (KL).

Exercice 2

Justifier un parallélisme par une translation

On place sur un quadrillage les points $P(0;0)$, $Q(3;1)$, $R(1;3)$ et $S(5;4)$. On note t la translation qui transforme P en Q.



Les points P, Q, R et S, avec la flèche de P vers Q qui donne la translation t.

1.

Construis les images R' et S' de R et S par t.

INDICE

Outil : de P à Q, on avance de 3 carreaux à droite et de 1 carreau en haut.

2.

Justifie que les droites $(R'S')$ et (RS) sont parallèles.

INDICE

Début : cite l'image d'une droite par une translation. **Point délicat :** écarte le cas où les deux droites sont confondues.

3.

Quelle est la nature du quadrilatère $RR'S'S$? Justifie.

INDICE

Outil : t est aussi la translation qui transforme R en R'.

4.

Vérifie ce résultat : trouve les milieux des diagonales $[RS']$ et $[R'S]$ en comptant les carreaux.

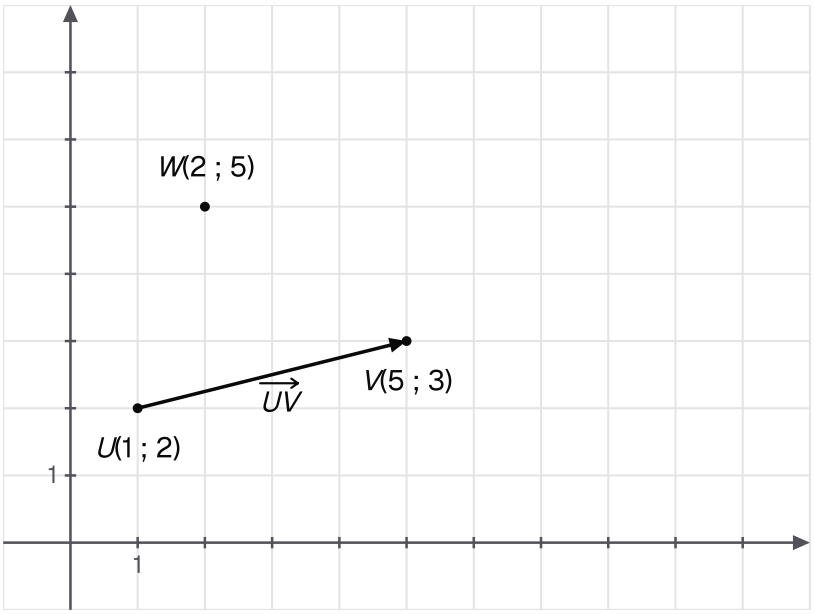
INDICE

Outil : le milieu d'un segment s'obtient en faisant la moitié du déplacement d'une extrémité à l'autre.

Exercice 3

Une translation, un parallélogramme et un milieu

Sur un quadrillage, on place $U(1;2)$, $V(5;3)$ et $W(2;5)$. On appelle t la translation qui transforme U en V.



Les points U, V et W, et la flèche de U vers V qui définit la translation t.

1.

Construis l'image W' de W par t et donne ses coordonnées.

INDICE

Outil : décris d'abord le déplacement de U vers V.

2.

Quelle est la nature du quadrilatère $UVW'W$? Justifie en citant une définition du cours.

INDICE

Début : vérifie que W n'est pas sur la droite (UV).

3.

On appelle X l'image de V par t. Donne ses coordonnées, puis justifie que V est le milieu de $[UX]$.

INDICE

Outil : compare les vecteurs $\overrightarrow{UV}$ et $\overrightarrow{VX}$.

4.

Complète l'égalité $\overrightarrow{UX} = \ldots \overrightarrow{UV}$. Que peut-on dire des points U, V et X ?

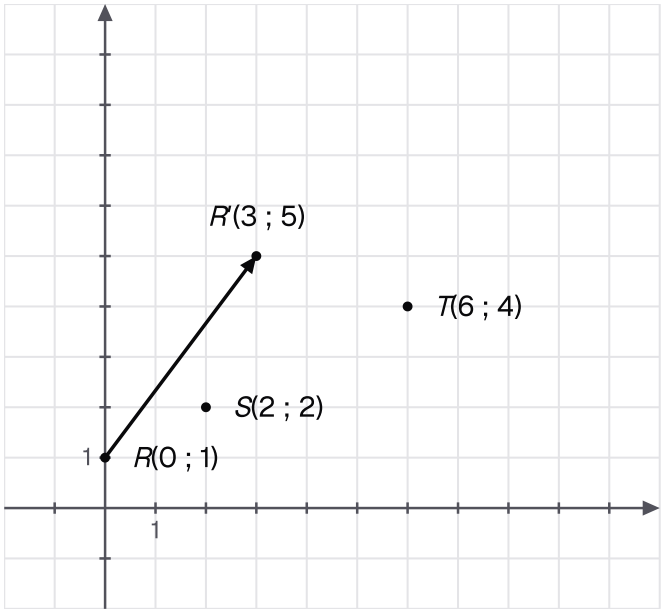
INDICE

Point délicat : compare le déplacement de U vers X à celui de U vers V.

Exercice 4

Trois points alignés et leurs images

Un carreau du quadrillage mesure 1 cm. On place $R(0;1)$, $S(2;2)$ et $T(6;4)$, puis on considère la translation qui transforme R en $R'(3;5)$.



Les points R, S et T, et la flèche de R vers R' de la translation de l'exercice.

1.

Trouve le réel k tel que $\overrightarrow{RT} = k\overrightarrow{RS}$. Déduis-en que R, S et T sont alignés.

INDICE

Début : compare le déplacement de R vers T à celui de R vers S.

2.

Construis les images S' et T' de S et T.

INDICE

Outil : le déplacement de R vers R' est de 3 carreaux à droite et de 4 en haut.

3.

Sans calcul, justifie que R', S' et T' sont alignés.

INDICE

Outil : cite la propriété de conservation qui convient.

4.

Calcule la valeur exacte de RT, puis donne $R'T'$.

INDICE

Début : place le point $(6;1)$ pour former un triangle rectangle. **Ensuite :** applique le théorème de Pythagore.

Exercice 5

Une ligne de bus sur le plan de la ville

Sur le plan quadrillé d'une ville, un carreau représente 100 m. La ligne 1 d'un bus dessert en ligne droite les arrêts $G(1;3)$, $H(5;6)$ et $K(9;9)$. La mairie crée la ligne 2 : ses arrêts sont les images de ceux de la ligne 1 par la translation qui transforme G en $G'(4;1)$.

1.

Compare les vecteurs $\overrightarrow{GH}$ et $\overrightarrow{HK}$. Que représente l'arrêt H pour le segment $[GK]$?

INDICE

Outil : décris les deux déplacements en carreaux.

2.

Donne les positions H' et K' des arrêts de la ligne 2.

INDICE

Début : de G à G', on va de 3 carreaux vers la droite et de 2 vers le bas.

3.

Calcule la distance GH en mètres, puis la distance $G'H'$.

INDICE

Début : forme un triangle rectangle avec le point $(5;3)$. **Ensuite :** convertis les carreaux en mètres.

4.

Les arrêts de la ligne 2 sont-ils alignés ? Quelle distance le bus de la ligne 2 parcourt-il de G' à K' ?

INDICE

Outil : une translation conserve l'alignement et les distances. **Point délicat :** $GK = GH + HK$.

Exercice 6

Les trous du montant d'une étagère

Le montant vertical d'une étagère est dessiné sur un quadrillage où un carreau représente 10 cm. Le trou R est en $R(2;1)$, le trou suivant en $S(2;3)$. Les autres trous sont placés à l'aide du vecteur $\overrightarrow{RS}$.

1.

Calcule RS en centimètres. Place le trou T tel que $\overrightarrow{RT} = 3\overrightarrow{RS}$, puis calcule RT.

INDICE

Outil : $3 > 0$: T est au-dessus de R, du côté de S.

2.

Place le trou U tel que $\overrightarrow{RU} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{RS}$.

INDICE

Début : calcule $\dfrac{3}{2} \times 20$.

3.

On note I le milieu de $[RT]$. Donne sa position. Que remarques-tu ?

INDICE

Outil : I est le milieu de $[RT]$ si $\overrightarrow{RI} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{RT}$.

4.

Un dernier trou V vérifie $\overrightarrow{RV} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{RS}$. Où est-il ? Calcule RV.

INDICE

Point délicat : le nombre est négatif, mais une longueur ne l'est jamais.

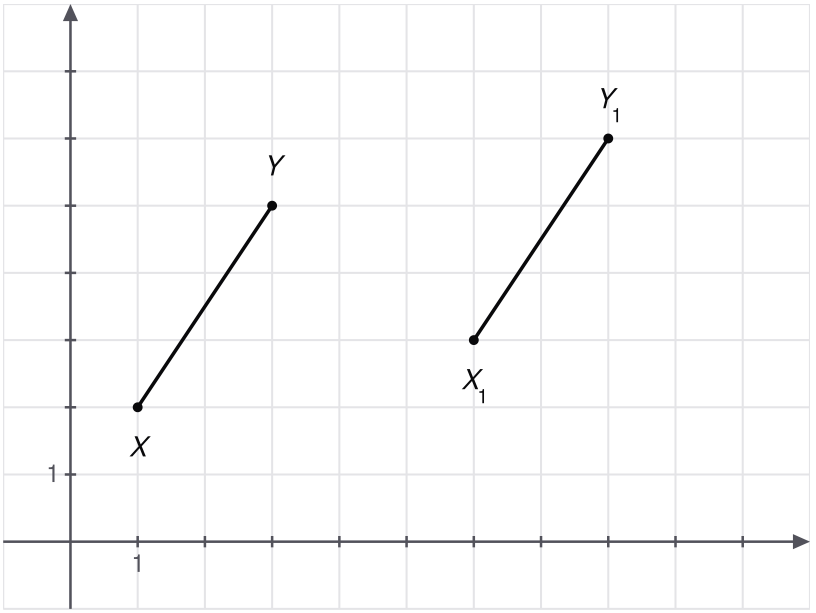
Exercice 7

Quelle transformation ?

Sur un quadrillage, on trace le segment $[XY]$, avec $X(1;2)$ et $Y(3;5)$. Trois transformations différentes l'envoient sur trois segments : $[X_1Y_1]$, $[X_2Y_2]$ et $[X_3Y_3]$. Pour chacune, X a pour image le point d'indice correspondant, et Y aussi.

1.

On donne $X_1(6;3)$ et $Y_1(8;6)$. Quelle est la transformation ?



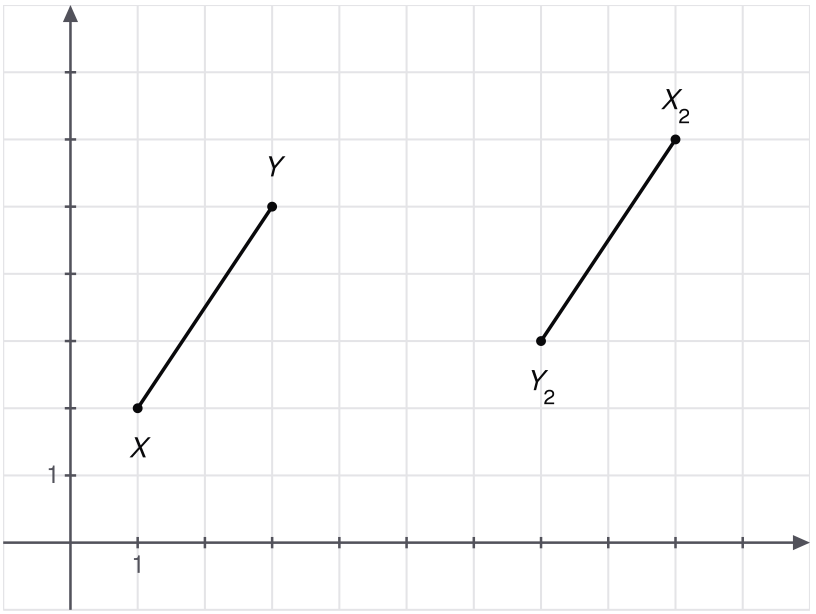
Le segment [XY] et le segment [X1Y1] donnés par la première transformation.

INDICE

Outil : compare les déplacements de X vers X_1 et de Y vers Y_1.

2.

On donne $X_2(9;6)$ et $Y_2(7;3)$. Quelle est la transformation ?



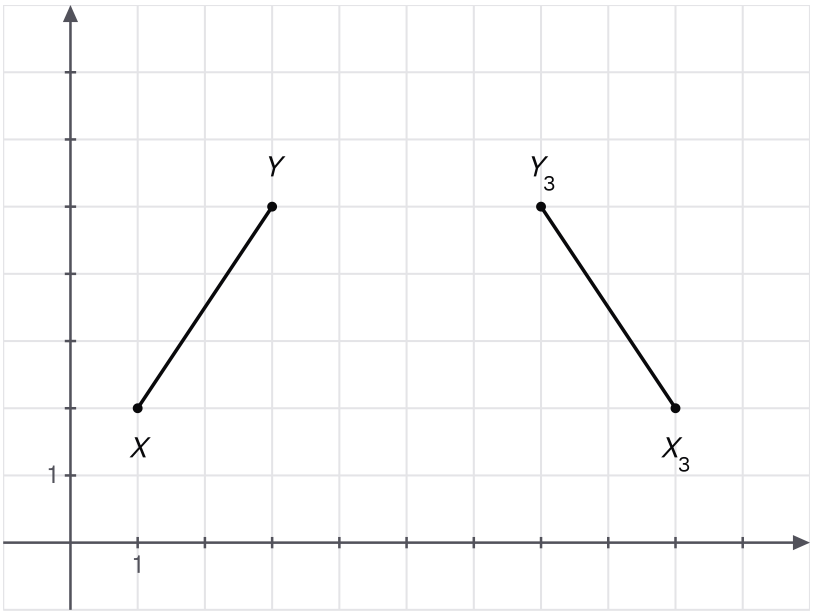
Le segment [XY] et le segment [X2Y2] donnés par la deuxième transformation.

INDICE

Outil : compare les milieux des segments $[XX_2]$ et $[YY_2]$, trouvés en comptant les carreaux.

3.

On donne $X_3(9;2)$ et $Y_3(7;5)$. Quelle est la transformation ?



Le segment [XY] et le segment [X3Y3] donnés par la troisième transformation.

INDICE

Outil : regarde si une même droite passe par le milieu de $[XX_3]$ et par celui de $[YY_3]$, à angle droit de ces deux segments.