BURHAN

Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues : exercices, niveau examen

3ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/systemes-de-deux-equations/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues	Niveau examen	5

Exercice 1 5 pts

Une sortie au parc de loisirs

Un collège organise une sortie dans un parc de loisirs. Le billet d'entrée coûte x DH pour un élève et y DH pour un accompagnateur.

Un premier groupe de 30 élèves et 3 accompagnateurs paie $1\,380$ DH. Un second groupe de 25 élèves et 2 accompagnateurs paie $1\,120$ DH.

1. 1,5 pts

Écrire un système de deux équations d'inconnues x et y qui traduit l'énoncé.

INDICE

Début : écris le prix payé par le premier groupe en fonction de x et de y, puis fais de même pour le second.

CORRIGÉ

Le premier groupe paie $30x + 3y$ DH et le second $25x + 2y$ DH.

Conclusion. L'énoncé se traduit par le système :

$$\begin{cases} 30x + 3y = 1\,380 \\ 25x + 2y = 1\,120 \end{cases}$$

2. 2,5 pts

Résoudre ce système, puis donner le prix de chaque billet.

INDICE

Début : divise la première équation par 3.

CORRIGÉ

Diviser. Les nombres 30, 3 et $1\,380$ sont divisibles par 3. On divise chaque terme de la première équation par 3 :

$$10x + y = 460$$

Isoler. On soustrait $10x$ aux deux membres : $y = 460 - 10x$.

Substituer. On remplace y par $460 - 10x$ dans la seconde équation :

$$25x + 2(460 - 10x) = 1\,120$$

On développe : $25x + 920 - 20x = 1\,120$. On réduit :

$$5x + 920 = 1\,120$$

Résoudre. On soustrait 920 aux deux membres : $5x = 200$. On divise par 5 : $x = 40$. Puis $y = 460 - 10 \times 40 = 60$.

Vérifier.

- $30 \times 40 + 3 \times 60 = 1\,200 + 180 = 1\,380$;
- $25 \times 40 + 2 \times 60 = 1\,000 + 120 = 1\,120$.

Conclusion. Le système a pour solution le couple $(40 ; 60)$: un billet d'élève coûte 40 DH et un billet d'accompagnateur 60 DH.

3. 1 pts

Un troisième groupe vient avec 4 accompagnateurs et dispose de $2\,000$ DH pour les billets. En déduire le nombre maximal d'élèves de ce groupe.

INDICE

Début : choisis une inconnue pour le nombre d'élèves, puis traduis la condition sur le budget. **Point délicat :** la réponse est un nombre entier.

CORRIGÉ

Inéquation. Soit n le nombre d'élèves. Avec les prix trouvés, le groupe paie $40n + 4 \times 60 = 40n + 240$ DH. Le budget impose :

$$40n + 240 \leq 2\,000$$

Résoudre. Rappel : on peut soustraire un même nombre aux deux membres d'une inéquation. On soustrait 240 : $40n \leq 1\,760$.

On divise les deux membres par 40. Ce nombre est positif, donc le sens de l'inégalité ne change pas : $n \leq 44$.

Contrôle. Pour 44 élèves : $40 \times 44 + 240 = 2\,000$, ce qui respecte le budget. Pour 45 élèves : $40 \times 45 + 240 = 2\,040$, ce qui le dépasse.

Réponse. Ce groupe peut compter 44 élèves au plus.

Exercice 2 5 pts

Deux offres pour louer un vélo

À Essaouira, un loueur propose deux offres pour un vélo. Offre A : 10 DH de frais fixes, puis 4 DH par heure. Offre B : 6 DH par heure, sans frais fixes.

On note x la durée de location, en heures, et y le prix payé, en DH.

1. 1 pts

Calculer le prix payé avec chaque offre pour une location de 3 heures.

INDICE

Outil : pour l'offre A, ajoute les frais fixes au prix des heures.

CORRIGÉ

Offre A. On ajoute les frais fixes au prix des 3 heures : $10 + 4 \times 3 = 10 + 12 = 22$.

Offre B. On paie seulement les heures : $6 \times 3 = 18$.

Conclusion. Pour 3 heures, on paie 22 DH avec l'offre A et 18 DH avec l'offre B. L'offre B est alors la moins chère.

2. 1,5 pts

Exprimer y en fonction de x pour chaque offre. On note (D) la droite qui représente le prix de l'offre A et (Δ) celle qui représente le prix de l'offre B.

Dans un repère, avec 1 cm pour 1 heure en abscisse et 1 cm pour 5 DH en ordonnée, tracer sur ton cahier (D) et (Δ). Lire les coordonnées de leur point commun.

INDICE

Début : pour x heures, l'offre A coûte 10 DH plus 4 DH répétés x fois. **Ensuite :** choisis deux valeurs de x pour chaque droite, par exemple 0 et 2 pour (D).

CORRIGÉ

Équations. Avec l'offre A, on paie 10 DH puis $4x$ DH : $(D) : y = 4x + 10$. Avec l'offre B, on paie $6x$ DH : $(\Delta) : y = 6x$.

Rappel : ce sont des équations réduites de droites, de coefficients directeurs 4 et 6.

Tracé. (D) passe par $(0; 10)$ et par $(2; 18)$, car $4 \times 2 + 10 = 18$. (Δ) passe par $(0; 0)$ et par $(3; 18)$, car $6 \times 3 = 18$.

Lecture. Les droites semblent se couper au point $(5; 30)$. Cette lecture est approchée.

Conclusion. Le prix vaut $y = 4x + 10$ avec l'offre A et $y = 6x$ avec l'offre B. Le point commun lu sur le tracé est $(5; 30)$.

3. 1,5 pts

Résoudre par le calcul le système suivant, puis interpréter la solution :

$$\begin{cases} y = 4x + 10 \\ y = 6x \end{cases}$$

INDICE

Outil : les deux équations donnent y : écris que les deux expressions de y sont égales.

CORRIGÉ

Substituer. Les deux équations donnent y. On écrit que les deux expressions de y sont égales :

$$6x = 4x + 10$$

On soustrait $4x$ aux deux membres : $2x = 10$. On divise par 2 : $x = 5$. Puis $y = 6 \times 5 = 30$.

Vérifier. $4 \times 5 + 10 = 30$ et $6 \times 5 = 30$.

Conclusion. Le système a pour solution le couple $(5 ; 30)$: la lecture est confirmée. Pour 5 heures, les deux offres coûtent 30 DH.

4. 1 pts

Samir veut louer un vélo pendant 7 heures. Karim le gardera plus de 5 heures, sans savoir encore combien. En déduire l'offre la moins chère pour chacun d'eux, en justifiant par un calcul.

INDICE

Début : pour une durée de x heures, calcule la différence entre le prix de l'offre B et celui de l'offre A.

CORRIGÉ

Lecture. Sur le tracé, à droite du point $(5;30)$, la droite (D) semble plus basse que (Δ) : l'offre A paraît moins chère. Le calcul doit le confirmer.

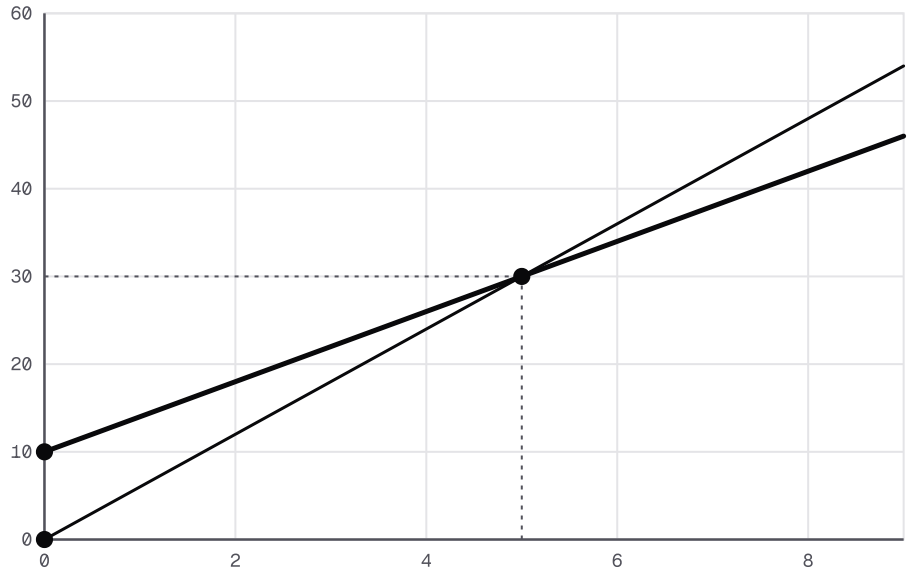
Différence. Pour une durée de x heures, on calcule le prix de l'offre B moins celui de l'offre A :

$$\begin{aligned} &6x-(4x+10)\\ &=6x-4x-10\\ &=2x-10 \end{aligned}$$

Signe. Si $x>5$, alors $2x>10$, donc $2x-10>0$. Pour plus de 5 heures, le prix de l'offre B est donc plus grand que celui de l'offre A.

Pour Samir. Offre A : $10+4\times 7=38$ DH. Offre B : $6\times 7=42$ DH.

Réponse. Samir et Karim doivent choisir l'offre A. Pour 7 heures, Samir paie 38 DH au lieu de 42 DH.



Prix des deux offres selon la durée : les droites se croisent pour 5 heures et 30 DH ; au-delà, celle de l'offre A est plus basse.

Exercice 3 — 5 pts

Un car entre autoroute et route

Un car roule toujours à la même vitesse x sur l'autoroute et à la même vitesse y sur la route, en kilomètres par heure.

Lors d'un premier trajet, il roule 2 h sur l'autoroute puis 1 h sur la route, et parcourt 270 km.

Lors d'un second trajet, il roule 1 h sur l'autoroute puis 3 h sur la route, et parcourt 310 km.

1. — 1,5 pts

Traduire les deux trajets par un système d'inconnues x et y.

INDICE

Outil : en physique, la distance parcourue est égale à la vitesse multipliée par la durée.

CORRIGÉ

Premier trajet. En 2 h sur l'autoroute, le car parcourt $2x$ km. En 1 h sur la route, il parcourt y km. On obtient $2x + y = 270$.

Second trajet. De la même façon, on obtient $x + 3y = 310$.

Conclusion. Les deux trajets se traduisent par le système :

$$\begin{cases} 2x + y = 270 \\ x + 3y = 310 \end{cases}$$

2. — 0,75 pts

Le couple $(110 ; 50)$ est-il solution de ce système ?

INDICE

Point délicat : teste le couple dans les deux équations, pas dans une seule.

CORRIGÉ

On remplace x par 110 et y par 50 dans chacune des deux équations.

Première équation. $2 \times 110 + 50 = 270$: l'égalité est vraie.

Seconde équation. $110 + 3 \times 50 = 260$. Or $260 \neq 310$: l'égalité est fausse.

Conclusion. Le couple $(110 ; 50)$ ne vérifie pas la seconde équation : il n'est pas solution du système.

3. 1,75 pts

Résoudre ce système. Donner la vitesse du car sur chaque voie.

INDICE

Début : multiplie la première équation par -3, puis additionne-la à la seconde.

CORRIGÉ

Multiplier. Les coefficients de y sont 1 et 3. On multiplie les deux membres de la première équation par -3 :

$$-6x - 3y = -810$$

Additionner. Avec $x + 3y = 310$, membre à membre, les termes $-3y$ et $3y$ disparaissent :

$$-6x + x = -810 + 310$$
$$-5x = -500$$

On divise les deux membres par -5 : $x = 100$.

Remplacer. Dans $2x + y = 270$: $200 + y = 270$. On soustrait 200 aux deux membres : $y = 70$.

Vérifier. $2 \times 100 + 70 = 270$ et $100 + 3 \times 70 = 310$.

Conclusion. Le système a pour solution le couple $(100; 70)$: le car roule à 100 km/h sur l'autoroute et à 70 km/h sur la route.

4. 1 pts

Lors d'un troisième trajet, le car roule deux fois plus longtemps sur la route que sur l'autoroute, et parcourt 480 km. En déduire la durée totale de ce trajet.

INDICE

Début : choisis pour inconnue l'une des deux durées, puis exprime l'autre avec elle.

CORRIGÉ

Inconnue. Soit t la durée sur l'autoroute, en heures. Le car roule deux fois plus longtemps sur la route : la durée sur la route vaut $2t$.

Équation. Sur l'autoroute, le car parcourt $100t$ km. Sur la route, il parcourt $70 \times 2t = 140t$ km. Le trajet mesure 480 km :

$$100t + 140t = 480$$

Résoudre. Rappel : on réduit, puis on divise les deux membres par le coefficient de l'inconnue. On obtient $240t = 480$, donc $t = 2$. La durée sur la route vaut $2 \times 2 = 4$ h.

Contrôle. $100 \times 2 + 70 \times 4 = 200 + 280 = 480$.

Réponse. Ce troisième trajet dure $2 + 4 = 6$ heures.

Exercice 4 5 pts

Une droite qui passe par deux points

Dans un repère, on donne les points $A(-1;1)$ et $B(3;9)$, et la droite (Δ) d'équation $x+y=6$.

1. 1 pts

Les points A, B et $C(4;2)$ appartiennent-ils à la droite (Δ) ?

INDICE

Outil : un point appartient à une droite lorsque ses coordonnées vérifient l'équation de cette droite.

CORRIGÉ

Pour chaque point, on calcule $x+y$ avec ses coordonnées et on compare à 6.

Point A. $-1+1=0$. Or $0\neq 6$: A n'appartient pas à (Δ).

Point B. $3+9=12$. Or $12\neq 6$: B n'appartient pas à (Δ).

Point C. $4+2=6$: l'égalité est vraie, donc C appartient à (Δ).

Conclusion. Parmi les trois points, seul C appartient à la droite (Δ).

2. 1,5 pts

On note (D) la droite qui passe par A et B. Elle a une équation réduite de la forme $y = mx + p$.

Écrire un système de deux équations d'inconnues m et p qui traduit que A et B appartiennent à (D), puis le résoudre.

En déduire l'équation réduite de (D).

INDICE

Début : remplace x et y par les coordonnées de A dans $y = mx + p$, puis fais de même avec celles de B.

CORRIGÉ

Système. Le point A appartient à (D) : avec $x = -1$ et $y = 1$, l'égalité $y = mx + p$ donne $1 = -m + p$, soit $-m + p = 1$. De même, le point B donne $9 = 3m + p$, soit $3m + p = 9$. D'où le système :

$$\begin{cases} -m + p = 1 \\ 3m + p = 9 \end{cases}$$

Multiplier. On multiplie les deux membres de la première équation par -1 : $m - p = -1$.

Additionner. Avec $3m + p = 9$, membre à membre, les termes $-p$ et p disparaissent :

$$\begin{aligned} m + 3m &= -1 + 9 \\ 4m &= 8 \end{aligned}$$

On divise les deux membres par 4 : $m = 2$.

Remplacer. Dans $-m + p = 1$: $-2 + p = 1$. On ajoute 2 aux deux membres : $p = 3$.

Vérifier. $-2 + 3 = 1$ et $3 \times 2 + 3 = 9$.

Conclusion. Le système a pour solution le couple $(2; 3)$, soit $m = 2$ et $p = 3$. La droite (D) a pour équation réduite $y = 2x + 3$.

3. 1,5 pts

Tracer sur ton cahier les droites (D) et (Δ) dans un même repère. Lire les coordonnées de leur point commun E, puis contrôler cette lecture par le calcul.

INDICE

Début : écris l'équation de (Δ) sous la forme $y = mx + p$. **Ensuite :** pour le calcul, écris que les deux expressions de y sont égales.

CORRIGÉ

Équation réduite. On soustrait x aux deux membres de $x + y = 6$: $(\Delta) : y = -x + 6$.

Tracé. (Δ) passe par $(0; 6)$ et $(6; 0)$. (D) passe par $A(-1; 1)$ et $B(3; 9)$, et aussi par $(0; 3)$.

Lecture. Les droites semblent se couper au point $(1; 5)$. Cette lecture est approchée.

Calcul. On résout le système formé par les équations réduites des deux droites :

$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = -x + 6 \end{cases}$$

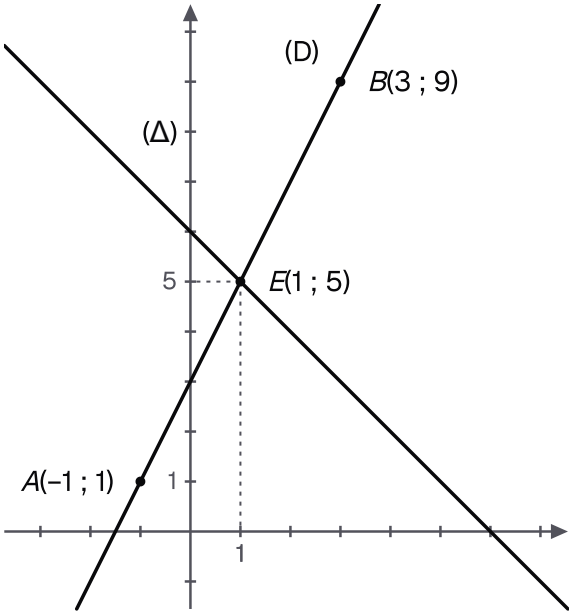
Les deux expressions de y sont égales :

$$2x + 3 = -x + 6$$

On ajoute x aux deux membres : $3x + 3 = 6$. On soustrait 3 : $3x = 3$. On divise par 3 : $x = 1$. Puis $y = 2 \times 1 + 3 = 5$.

Vérifier. Dans $y = 2x + 3$: $2 \times 1 + 3 = 5$. Dans $x + y = 6$: $1 + 5 = 6$.

Conclusion. Le système a pour solution le couple $(1; 5)$: la lecture est confirmée, et $E(1; 5)$.



La droite (D) passe par A et B, la droite (Δ) a pour équation x + y = 6 : elles se coupent en E(1 ; 5).

4. 1 pts

La droite (Δ) passe-t-elle par le milieu du segment d'extrémités A et B ? Justifier.

INDICE

Début : calcule les coordonnées du milieu de ce segment. **Ensuite :** teste-les dans l'équation de (Δ).

CORRIGÉ

Milieu. Rappel : le milieu d'un segment a pour abscisse la moyenne des abscisses de ses extrémités, et pour ordonnée la moyenne de leurs ordonnées.

Pour le segment d'extrémités A et B :

- abscisse : $\dfrac{-1+3}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$;
- ordonnée : $\dfrac{1+9}{2} = \dfrac{10}{2} = 5$.

Le milieu de ce segment a donc pour coordonnées $(1;5)$.

Tester. $1+5=6$: les coordonnées du milieu vérifient l'équation $x+y=6$.

Réponse. Oui : la droite (Δ) passe par le milieu du segment d'extrémités A et B. Ce milieu est le point $E(1;5)$ trouvé à la question 3.

Exercice 5 5 pts

Les âges d'un père et de sa fille

Aujourd'hui, Hamid a x ans et sa fille Salma a y ans. La somme de leurs âges est égale à 44 ans. Dans 4 ans, l'âge de Hamid sera le triple de celui de Salma.

1. 1 pts

Salma peut-elle avoir aujourd'hui 12 ans ? Justifier.

INDICE

Début : calcule l'âge de Hamid avec la somme des âges, puis leurs âges dans 4 ans.

CORRIGÉ

Âge de Hamid. La somme des âges vaut 44 ans. Avec 12 ans pour Salma, Hamid aurait $44 - 12 = 32$ ans.

Dans quatre ans. Hamid aurait $32 + 4 = 36$ ans et Salma $12 + 4 = 16$ ans. Le triple de l'âge de Salma serait $3 \times 16 = 48$. Or $36 \neq 48$.

Réponse. Non : avec 12 ans pour Salma, la seconde condition n'est pas vérifiée.

2. 1,5 pts

Traduire l'énoncé par un système de deux équations d'inconnues x et y, en écrivant les deux inconnues dans le premier membre de chaque équation.

INDICE

Point délicat : dans 4 ans, l'âge de Hamid et celui de Salma augmentent tous les deux.

CORRIGÉ

Première équation. La somme des âges donne $x + y = 44$.

Seconde équation. Dans 4 ans, Hamid aura $x + 4$ ans et Salma $y + 4$ ans. L'âge de Hamid sera alors le triple de celui de Salma :

$$x + 4 = 3(y + 4)$$

On développe le second membre : $x + 4 = 3y + 12$. On soustrait 4 et $3y$ aux deux membres : $x - 3y = 8$.

Conclusion. L'énoncé se traduit par le système :

$$\begin{cases} x + y = 44 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$$

3. 1,5 pts

Résoudre ce système, puis donner l'âge de chacun aujourd'hui.

INDICE

Début : exprime x en fonction de y à l'aide de la première équation.

CORRIGÉ

Exprimer. On soustrait y aux deux membres de la première équation : $x = 44 - y$.

Substituer. On remplace x par $44 - y$ dans la seconde équation, puis on réduit :

$$\begin{aligned}(44 - y) - 3y &= 8\\ 44 - 4y &= 8\end{aligned}$$

Résoudre. On soustrait 44 aux deux membres : $-4y = -36$. On divise par -4 : $y = 9$. Puis $x = 44 - 9 = 35$.

Vérifier.

- Somme des âges : $35 + 9 = 44$.
- Seconde équation : $35 - 3 \times 9 = 35 - 27 = 8$.
- Dans 4 ans : $35 + 4 = 39$ et $3 \times (9 + 4) = 3 \times 13 = 39$.

Conclusion. Le système a pour solution le couple $(35; 9)$: Hamid a 35 ans et Salma 9 ans.

4. 1 pts

En déduire dans combien d'années l'âge de Hamid sera le double de celui de Salma.

INDICE

Début : choisis une inconnue pour le nombre d'années, puis écris l'âge de chacun à ce moment-là.

CORRIGÉ

Inconnue. Soit t le nombre d'années cherché. Dans t ans, Hamid aura $35 + t$ ans et Salma $9 + t$ ans.

Équation. L'âge de Hamid sera le double de celui de Salma. On développe le second membre :

$$\begin{aligned}35 + t &= 2(9 + t)\\ 35 + t &= 18 + 2t\end{aligned}$$

Résoudre. Rappel : on regroupe les termes en t dans un même membre. On soustrait t aux deux membres : $35 = 18 + t$. On soustrait 18 : $t = 17$.

Contrôle. $35 + 17 = 52$ et $2 \times (9 + 17) = 2 \times 26 = 52$.

Réponse. Dans 17 ans, Hamid aura le double de l'âge de Salma : il aura 52 ans et elle 26 ans.