BURHAN

Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues : exercices, application

3ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/systemes-de-deux-equations/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues	Application	8

Exercice 1

Des couples pour une même équation

On considère l'équation $2x + 5y = 23$, d'inconnues x et y.

1.

Les couples $(4;3)$, $(9;1)$ et $(3;4)$ sont-ils solutions de cette équation ?

INDICE

Outil : remplace x par la première valeur du couple, y par la seconde, et compare le résultat à 23.

CORRIGÉ

On remplace x et y par les nombres de chaque couple, puis on compare le premier membre $2x + 5y$ au nombre 23.

Couple $(4;3)$.

$$\begin{aligned} 2 \times 4 + 5 \times 3 &= 8 + 15 \\ &= 23 \end{aligned}$$

L'égalité est vraie : ce couple est solution.

Couple $(9;1)$.

$$\begin{aligned} 2 \times 9 + 5 \times 1 &= 18 + 5 \\ &= 23 \end{aligned}$$

L'égalité est vraie : ce couple est solution lui aussi.

Couple $(3;4)$.

$$\begin{aligned} 2 \times 3 + 5 \times 4 &= 6 + 20 \\ &= 26 \end{aligned}$$

Or $26 \neq 23$: ce couple n'est pas solution.

Conclusion. Les couples $(4;3)$ et $(9;1)$ sont solutions de l'équation, le couple $(3;4)$ ne l'est pas. L'ordre des deux nombres d'un couple compte donc.

2.

Trouver le nombre y pour que le couple $(-1;y)$ soit solution de l'équation.

INDICE

Début : remplace x par -1. Tu obtiens une équation d'inconnue y seulement.

CORRIGÉ

Remplacer. On remplace x par -1 dans l'équation. Il reste une équation d'inconnue y :

$$\begin{aligned} 2\times(-1)+5y&=23\\ -2+5y&=23 \end{aligned}$$

Résoudre. On ajoute 2 aux deux membres : $5y=25$. On divise les deux membres par 5 : $y=5$.

Vérifier. On remplace x par -1 et y par 5 :

$$\begin{aligned} &2\times(-1)+5\times5\\ &=-2+25\\ &=23 \end{aligned}$$

Conclusion. Il faut $y=5$: le couple $(-1;5)$ est solution de l'équation.

Exercice 2

Un couple pour deux équations

On considère le système suivant :

$$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ x + 4y = 11 \end{cases}$$

1.

Le couple $(3;2)$ est-il solution de ce système ?

INDICE

Outil : teste le couple dans la première équation, puis dans la seconde.

CORRIGÉ

On remplace x par 3 et y par 2 dans chacune des deux équations.

Première équation. $3 \times 3 - 2 = 9 - 2 = 7$: l'égalité est vraie.

Seconde équation. $3 + 4 \times 2 = 3 + 8 = 11$: l'égalité est vraie.

Conclusion. Le couple $(3;2)$ vérifie les deux équations : c'est une solution du système.

2.

Le couple $(2;-1)$ est-il solution de ce système ?

INDICE

Point délicat : un couple qui vérifie une seule des deux équations ne suffit pas.

CORRIGÉ

On remplace x par 2 et y par -1 dans chacune des deux équations.

Première équation. $3 \times 2 - (-1) = 6 + 1 = 7$: l'égalité est vraie.

Seconde équation. $2 + 4 \times (-1) = 2 - 4 = -2$. Or $-2 \neq 11$: l'égalité est fausse.

Conclusion. Le couple $(2;-1)$ vérifie la première équation, mais pas la seconde. Il n'est donc pas solution du système.

Exercice 3

Isoler une inconnue

1.

À partir de $4x + y = 10$, écrire y en fonction de x.

INDICE

Outil : soustrais $4x$ aux deux membres.

CORRIGÉ

On soustrait $4x$ aux deux membres de l'équation $4x + y = 10$:

$$y = 10 - 4x$$

Conclusion. On écrit le terme en x en premier : $y = -4x + 10$.

2.

À partir de $x - 3y = 2$, écrire x en fonction de y.

INDICE

Outil : ajoute $3y$ aux deux membres.

CORRIGÉ

On ajoute $3y$ aux deux membres de l'équation $x - 3y = 2$. Le terme $-3y$ disparaît du premier membre.

Conclusion. L'équation s'écrit $x = 3y + 2$.

3.

À partir de $6x - 2y = 4$, écrire y en fonction de x.

INDICE

Début : soustrais $6x$ aux deux membres. **Ensuite :** divise par -2, sans oublier aucun terme.

CORRIGÉ

Soustraire. On soustrait $6x$ aux deux membres de l'équation :

$$-2y = -6x + 4$$

Diviser. On divise chaque terme des deux membres par -2. Le terme $-6x$ devient $3x$ et le nombre 4 devient -2 :

$$y = 3x - 2$$

Contrôle. Pour $x = 1$, on trouve $y = 3 \times 1 - 2 = 1$. Dans l'équation de départ, $6 \times 1 - 2 \times 1 = 4$: c'est juste.

Conclusion. L'équation s'écrit $y = 3x - 2$.

Exercice 4

Une substitution directe

On veut résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} y = x + 2 \\ 3x + 2y = 19 \end{cases}$$

1.

Remplacer y par $x + 2$ dans la seconde équation, puis trouver x.

INDICE

Outil : la substitution. **Point délicat :** écris $x + 2$ entre parenthèses avant de développer.

CORRIGÉ

Substituer. Dans la seconde équation, on remplace y par $x + 2$, entre parenthèses :

$$3x + 2(x + 2) = 19$$

Développer. Le produit $2(x + 2)$ devient $2x + 4$. On réduit ensuite le premier membre :

$$\begin{aligned} 3x + 2x + 4 &= 19 \\ 5x + 4 &= 19 \end{aligned}$$

Résoudre. On soustrait 4 aux deux membres : $5x = 15$. On divise les deux membres par 5 : $x = 3$.

Conclusion. La substitution donne $x = 3$.

2.

En déduire y, vérifier, puis conclure.

INDICE

Début : utilise la première équation $y = x + 2$ avec la valeur trouvée.

CORRIGÉ

Calculer. Dans la première équation, on remplace x par 3 : $y = 3 + 2 = 5$.

Vérifier. Première équation : $3 + 2 = 5$. Seconde équation :

$$\begin{aligned} 3 \times 3 + 2 \times 5 &= 9 + 10 \\ &= 19 \end{aligned}$$

Conclusion. Le système a pour solution le couple $(3 ; 5)$.

Exercice 5

Additionner deux équations

1.

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 2x + y = 9 \\ 3x - y = 11 \end{cases}$$

INDICE

Outil : la combinaison. **Début :** les coefficients de y sont 1 et -1 : additionne les deux équations.

CORRIGÉ

Additionner. Les coefficients de y sont 1 et -1. On additionne les deux équations membre à membre : les termes en y disparaissent, car $y - y = 0$.

$$\begin{aligned} 2x + 3x &= 9 + 11 \\ 5x &= 20 \end{aligned}$$

On divise les deux membres par 5 : $x = 4$.

Remplacer. Dans la première équation, on remplace x par 4 : $8 + y = 9$. On soustrait 8 aux deux membres : $y = 1$.

Vérifier. $2 \times 4 + 1 = 9$ et $3 \times 4 - 1 = 11$.

Conclusion. Le système a pour solution le couple $(4 ; 1)$.

2.

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$$

INDICE

Début : multiplie la première équation par 2 pour obtenir $4y$. **Point délicat :** multiplie aussi le second membre.

CORRIGÉ

Multiplier. On multiplie les deux membres de la première équation par 2, pour faire apparaître $4y$:

$$2x + 4y = 8$$

Additionner. On ajoute cette équation et la seconde, membre à membre. Les termes $4y$ et $-4y$ disparaissent :

$$\begin{aligned} 2x + 3x &= 8 + 2 \\ 5x &= 10 \end{aligned}$$

On divise les deux membres par 5 : $x = 2$.

Remplacer. Dans la première équation : $2 + 2y = 4$. On soustrait 2 aux deux membres : $2y = 2$. On divise par 2 : $y = 1$.

Vérifier. $2 + 2 \times 1 = 4$ et $3 \times 2 - 4 \times 1 = 2$.

Conclusion. Le système a pour solution le couple $(2\,;1)$.

Exercice 6

Lire le point commun de deux droites

Dans un repère, on considère les droites (D) d'équation $y = x - 1$ et (Δ) d'équation $y = -2x + 8$.

1.

Calculer l'ordonnée du point de (D) d'abscisse 0, puis de celui d'abscisse 4. Faire de même pour (Δ).

INDICE

Outil : remplace x par l'abscisse dans l'équation réduite.

CORRIGÉ

On remplace x par 0, puis par 4, dans chaque équation réduite.

Droite (D). Pour $x = 0$: $y = 0 - 1 = -1$. Pour $x = 4$: $y = 4 - 1 = 3$. La droite (D) passe donc par les points $(0 ; -1)$ et $(4 ; 3)$.

Droite (Δ). Pour $x = 0$: $y = -2 \times 0 + 8 = 8$. Pour $x = 4$: $y = -8 + 8 = 0$. La droite (Δ) passe donc par les points $(0 ; 8)$ et $(4 ; 0)$.

Conclusion. Sur (D), les ordonnées sont -1 et 3. Sur (Δ), elles sont 8 et 0.

2.

Tracer les deux droites sur ton cahier. Lire les coordonnées de leur point d'intersection.

INDICE

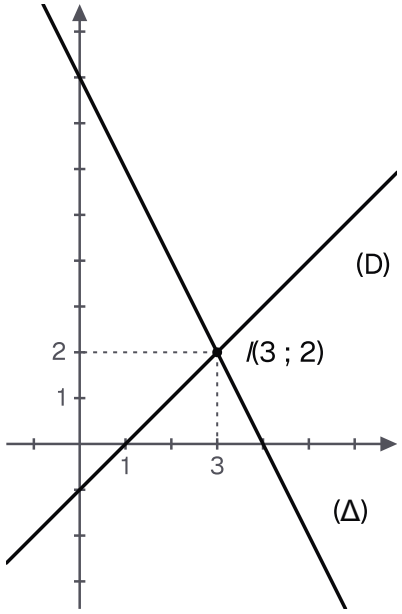
Début : relie les deux points de chaque droite à la règle, en prolongeant le trait.

CORRIGÉ

On trace (D) à la règle par ses deux points de la question 1, puis (Δ) de la même façon.

Les deux droites semblent se couper au point de coordonnées $(3;2)$.

Conclusion. On lit $(3;2)$. Cette lecture est approchée : elle doit être contrôlée par le calcul.



Tracé de (D) et de (Δ) : leur point d'intersection I a pour coordonnées (3 ; 2), à contrôler ensuite par le calcul.

3.

Contrôler la lecture par le calcul. Donner la solution du système suivant :

$$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -2x + 8 \end{cases}$$

INDICE

Outil : un couple solution vérifie les deux équations.

CORRIGÉ

Contrôle. On remplace x par 3 et y par 2 dans chaque équation.

- Dans $y = x - 1$: $3 - 1 = 2$.
- Dans $y = -2x + 8$: $-2 \times 3 + 8 = -6 + 8 = 2$.

Les deux égalités sont vraies : la lecture est confirmée.

Conclusion. Le système a pour solution le couple $(3;2)$.

Exercice 7

Traduire une phrase par une équation

1.

À la librairie, un cahier coûte x DH et un stylo coûte y DH. Trois cahiers et deux stylos coûtent 26 DH en tout. Traduire cette phrase par une équation.

INDICE

Outil : trois cahiers coûtent $3x$ DH.

CORRIGÉ

Trois cahiers coûtent $3x$ DH et deux stylos coûtent $2y$ DH. Ensemble, ils coûtent 26 DH.

Conclusion. La phrase se traduit par l'équation $3x + 2y = 26$.

2.

Un stylo coûte 4 DH. Calculer le prix d'un cahier.

INDICE

Début : remplace y par 4 dans l'équation de la question 1.

CORRIGÉ

Remplacer. Dans l'équation de la question 1, on remplace y par 4 :

$$\begin{aligned} 3x + 2 \times 4 &= 26 \\ 3x + 8 &= 26 \end{aligned}$$

Résoudre. On soustrait 8 aux deux membres : $3x = 18$. On divise les deux membres par 3 : $x = 6$.

Contrôle. $3 \times 6 + 2 \times 4 = 26$: le prix total est bien retrouvé.

Réponse. Un cahier coûte 6 DH.

3.

Dans une ferme, on compte x poules et y lapins. On compte 34 pattes en tout. Écrire une équation, puis vérifier que le couple $(5; 6)$ convient.

INDICE

Outil : une poule a deux pattes, un lapin en a quatre.

CORRIGÉ

Équation. Les x poules ont $2x$ pattes et les y lapins ont $4y$ pattes. On compte 34 pattes en tout :

$$2x + 4y = 34$$

Vérification. On remplace x par 5 et y par 6 :

$$\begin{aligned} 2 \times 5 + 4 \times 6 &= 10 + 24 \\ &= 34 \end{aligned}$$

Conclusion. L'équation est $2x + 4y = 34$, et le couple $(5; 6)$ convient : 5 poules et 6 lapins ont bien 34 pattes.

Exercice 8

Parallèles ou sécantes ?

On considère l'équation $2x - y = 3$.

1.

Écrire l'équation $2x - y = 3$ sous la forme réduite $y = mx + p$.

INDICE

Début : soustrais $2x$ aux deux membres. **Ensuite :** multiplie par -1.

CORRIGÉ

Soustraire. On soustrait $2x$ aux deux membres :

$$-y = -2x + 3$$

Multiplier. On multiplie chaque terme des deux membres par -1 :

$$y = 2x - 3$$

Conclusion. La forme réduite est $y = 2x - 3$. Le coefficient directeur vaut 2 et l'ordonnée à l'origine vaut -3.

2.

Combien de solutions a le système suivant ? Justifier.

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$$

INDICE

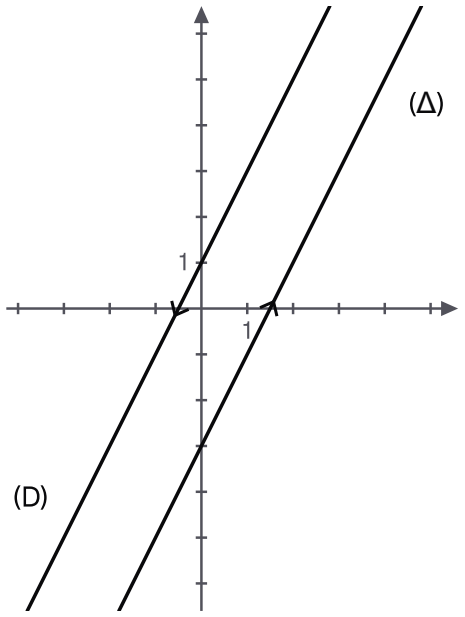
Outil : compare les coefficients directeurs, puis les ordonnées à l'origine.

CORRIGÉ

D'après la question 1, la première équation s'écrit $y = 2x - 3$. La seconde est $y = 2x + 1$. Chaque équation est celle d'une droite.

Les deux droites ont le même coefficient directeur, 2. Leurs ordonnées à l'origine, -3 et 1, sont différentes.

Conclusion. Les deux droites sont strictement parallèles, donc elles ne se coupent jamais. Le système n'a aucune solution.



La droite (D) d'équation y = 2x + 1 et la droite (Δ) d'équation y = 2x - 3 portent le même chevron : elles sont strictement parallèles et le système n'a pas de solution.

3.

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ y = -x + 6 \end{cases}$$

INDICE

Début : d'après la question 1, la première équation s'écrit $y = 2x - 3$. **Ensuite :** écris que les deux expressions de y sont égales.

CORRIGÉ

Substituer. D'après la question 1, la première équation s'écrit $y = 2x - 3$. Les deux expressions de y sont donc égales :

$$2x - 3 = -x + 6$$

Résoudre. On ajoute x aux deux membres : $3x - 3 = 6$. On ajoute 3 aux deux membres : $3x = 9$. On divise par 3 : $x = 3$.

Dans la seconde équation, on remplace x par 3 : $y = -3 + 6 = 3$.

Vérifier. Première équation : $2 \times 3 - 3 = 3$. Seconde équation : $-3 + 6 = 3$.

Conclusion. Le système a pour solution le couple $(3; 3)$.