BURHAN

Statistique : exercices, niveau examen

3ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/statistique/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Statistique	Niveau examen	5

Exercice 1 5 pts

Les bouteilles d'une épicerie

Niveau examen régional. Une épicerie imaginaire relève le nombre de bouteilles d'eau achetées par chacun de ses 40 clients d'une matinée (série fictive).

Bouteilles	1	2	3	4	6
Clients	8	14	a	6	2

L'effectif inconnu est noté a.

1. 0,5 pts

Calcule a.

INDICE

Outil : la somme des effectifs vaut l'effectif total, 40.

CORRIGÉ

La somme des effectifs est égale au nombre de clients. On écrit $8 + 14 + a + 6 + 2 = 40$. On regroupe les nombres connus, puis on retranche 30 aux deux membres :

$$\begin{aligned} 30 + a &= 40 \\ a &= 10 \end{aligned}$$

Conclusion. On trouve $a = 10$: dix clients ont acheté 3 bouteilles.

2. 1 pts

Calcule la fréquence de chaque valeur en pour cent, puis les effectifs cumulés croissants.

INDICE

Début : pour la première valeur, $\frac{8}{40} = 0{,}2$, soit 20 pour cent.

CORRIGÉ

Fréquences. On divise chaque effectif par 40.

- 1 bouteille : $\frac{8}{40} = 0{,}2$.
- 2 bouteilles : $\frac{14}{40} = 0{,}35$.
- 3 bouteilles : $\frac{10}{40} = 0{,}25$.
- 4 bouteilles : $\frac{6}{40} = 0{,}15$.
- 6 bouteilles : $\frac{2}{40} = 0{,}05$.

Pourcentages. On multiplie par 100 : 20, 35, 25, 15 et 5 pour cent. Leur somme vaut bien 100 pour cent.

Effectifs cumulés. 8 ; $8 + 14 = 22$; $22 + 10 = 32$; $32 + 6 = 38$; $38 + 2 = 40$.

Conclusion. Les fréquences valent 20, 35, 25, 15 et 5 pour cent. Effectifs cumulés croissants : 8, 22, 32, 38, 40.

3. 1 pts

Calcule le nombre moyen de bouteilles par client, sans calculatrice.

INDICE

Point délicat : la dernière colonne correspond à 6 bouteilles, et non à 5.

CORRIGÉ

Produits. Pour chaque colonne, on multiplie les clients par les bouteilles.

- $8 \times 1 = 8$.
- $14 \times 2 = 28$.
- $10 \times 3 = 30$.
- $6 \times 4 = 24$.
- $2 \times 6 = 12$.

Total. $8 + 28 + 30 + 24 + 12 = 102$: le total des bouteilles vaut 102.

Moyenne. On divise par les 40 clients :

$$m = \frac{102}{40} = 2{,}55$$

Conclusion. Un client achète en moyenne $2{,}55$ bouteilles.

4. 1 pts

Donne le mode et la médiane de la série.

INDICE

Outil : $N = 40$ est pair : repère les rangs 20 et 21 dans les effectifs cumulés.

CORRIGÉ

Mode. Le plus grand effectif est 14 : le mode est 2 bouteilles.

Rangs du milieu. Il y a 40 clients, un nombre pair. La médiane est donc la moyenne des valeurs de rangs 20 et 21.

Lecture des cumuls. Les effectifs cumulés croissants sont 8, 22, 32, 38, 40. Le cumul 8 n'atteint pas le rang 20 ; le cumul 22 atteint les rangs 20 et 21. Ces deux rangs valent donc 2.

Conclusion. Le mode est 2 bouteilles, et la médiane est de 2 bouteilles.

5. 1 pts

Calcule les angles du diagramme circulaire de cette série, puis construis-le sur ton cahier.

INDICE

Début : l'angle d'un secteur vaut sa fréquence multipliée par $360°$.

CORRIGÉ

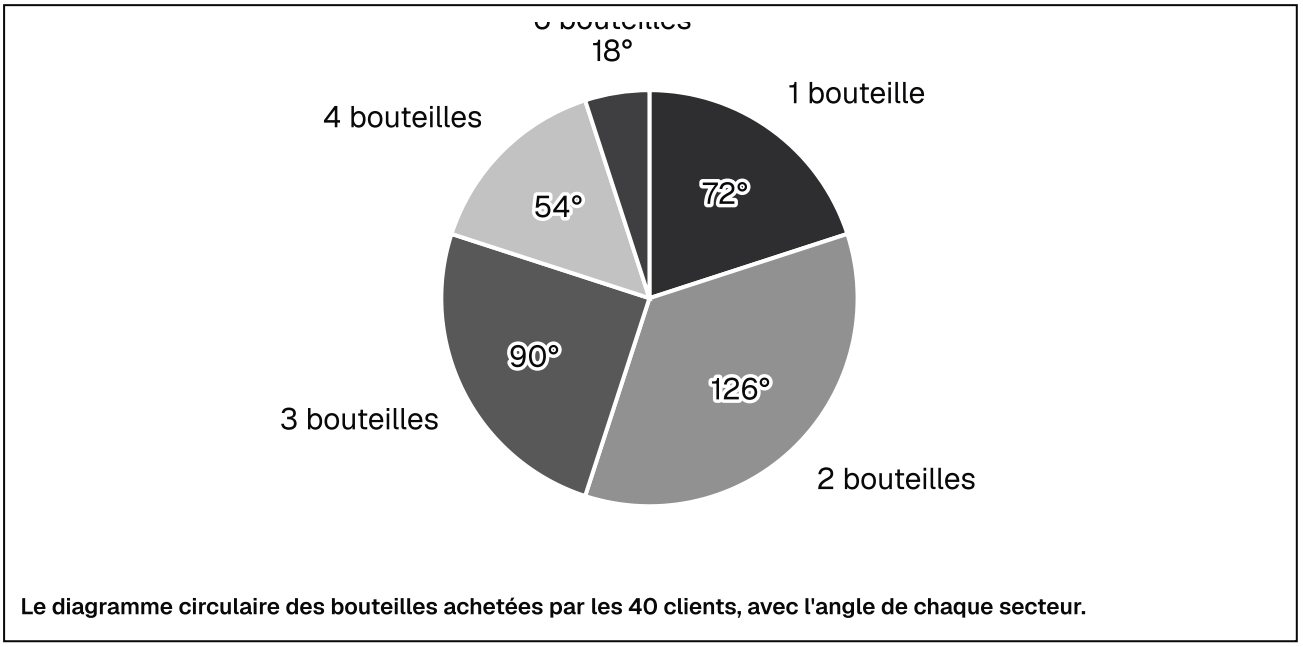
Angles. Chaque secteur reçoit sa part des $360°$: on multiplie sa fréquence par $360°$.

- 1 bouteille : $0{,}2 \times 360° = 72°$.
- 2 bouteilles : $0{,}35 \times 360° = 126°$.
- 3 bouteilles : $0{,}25 \times 360° = 90°$.
- 4 bouteilles : $0{,}15 \times 360° = 54°$.
- 6 bouteilles : $0{,}05 \times 360° = 18°$.

Contrôle. $72 + 126 + 90 + 54 + 18 = 360$.

Construction. Trace un cercle et un rayon. Au rapporteur, reporte les cinq angles l'un après l'autre, puis écris dans chaque secteur le nombre de bouteilles qu'il représente.

Conclusion. Les secteurs mesurent $72°$, $126°$, $90°$, $54°$ et $18°$.



Le diagramme circulaire des bouteilles achetées par les 40 clients, avec l'angle de chaque secteur.

6. `0,5 pts`

L'épicier affirme : « La moitié de mes clients achètent au moins 3 bouteilles. » Cette affirmation est-elle exacte ?

INDICE

Point délicat : « au moins 3 » regroupe les trois dernières colonnes du tableau.

CORRIGÉ

Effectif. Les clients d'au moins 3 bouteilles sont ceux des valeurs 3, 4 et 6. Ils sont $10 + 6 + 2 = 18$.

Fréquence. On divise par les 40 clients : $\dfrac{18}{40} = 0{,}45$, c'est-à-dire 45 pour cent.

Comparaison. La moitié correspond à 50 pour cent, et 45 est inférieur à 50.

Conclusion. Moins de la moitié des clients achètent au moins 3 bouteilles : l'affirmation est fausse.

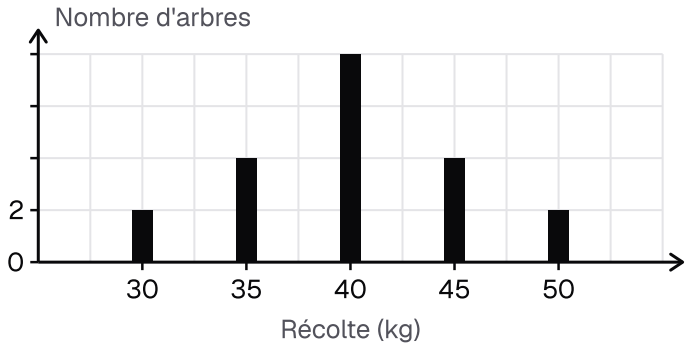
Exercice 2 — 5 pts

Comparer deux vergers

Niveau examen régional. Deux vergers imaginaires pèsent la récolte de chaque arbre, en kilogrammes (séries fictives).

- Verger A : un diagramme en bâtons, où un carreau représente 2 arbres. Les bâtons mesurent 1, 2, 4, 2 et 1 carreaux au-dessus des valeurs 30, 35, 40, 45 et 50.
- Verger B : le tableau ci-dessous.

Récolte (kg)	30	35	40	45	50
Arbres du verger B	6	2	4	5	8



Le diagramme en bâtons du verger A : un carreau de l'axe vertical représente 2 arbres.

1. — 0,5 pts

Dresse le tableau des effectifs du verger A et donne son nombre d'arbres.

INDICE

Outil : chaque carreau compte pour 2 arbres ; multiplie donc la hauteur de chaque bâton par 2.

CORRIGÉ

Un carreau représente 2 arbres : on double la hauteur de chaque bâton. On obtient $1 \times 2 = 2$, $2 \times 2 = 4$, $4 \times 2 = 8$, $2 \times 2 = 4$ et $1 \times 2 = 2$.

Récolte (kg)	30	35	40	45	50
Arbres du verger A	2	4	8	4	2

Le nombre d'arbres est la somme de ces effectifs :

$$\begin{aligned} N &= 2 + 4 + 8 + 4 + 2 \\ &= 20 \end{aligned}$$

Conclusion. Le tableau ci-dessus donne les effectifs du verger A, qui compte 20 arbres.

2. 1 pts

Calcule la récolte moyenne et la récolte médiane d'un arbre du verger A.

INDICE

Début : la somme des produits commence par $2 \times 30 + 4 \times 35$; pour la médiane, $N = 20$.

CORRIGÉ

Moyenne. Les produits « arbres $\times$ récolte » valent 60, 140, 320, 180 et 100, de somme 800. On divise par les 20 arbres :

$$m = \frac{800}{20} = 40$$

Rangs du milieu. Il y a 20 arbres, un nombre pair : on cherche les valeurs de rangs 10 et 11.

Lecture des cumuls. Les effectifs cumulés valent 2, 6, 14, 18, 20. Le cumul 6 n'atteint pas 10, et le cumul 14 dépasse 11 : les rangs 10 et 11 sont dans la colonne 40.

Conclusion. Un arbre du verger A donne en moyenne 40 kg, et la médiane vaut 40 kg.

3. 1 pts

Calcule la récolte moyenne d'un arbre du verger B.

INDICE

Point délicat : le verger B ne compte pas le même nombre d'arbres que le verger A.

CORRIGÉ

Effectif. On additionne la ligne du verger B :

$$\begin{aligned} N &= 6 + 2 + 4 + 5 + 8 \\ &= 25 \end{aligned}$$

Total des récoltes. Les produits valent 180, 70, 160, 225 et 400, de somme $1\,035$.

Moyenne. On divise par les 25 arbres :

$$m = \frac{1\,035}{25} = 41{,}4$$

Conclusion. Un arbre du verger B donne en moyenne $41{,}4$ kg.

4. 1 pts

Détermine la récolte médiane du verger B.

INDICE

Outil : $N = 25$ est impair ; le rang du milieu vaut $\dfrac{25+1}{2}$.

CORRIGÉ

Rang du milieu. Le verger B compte 25 arbres, un nombre impair. On calcule $\dfrac{25+1}{2} = 13$: le rang du milieu vaut 13.

Lecture des cumuls. Les effectifs cumulés sont 6, 8, 12, 17, 25. Le cumul 12 n'atteint pas 13 ; le cumul 17 l'atteint. La valeur de rang 13 est donc 45.

Conclusion. Pour le verger B, la médiane vaut 45 kg.

5. 1,5 pts

Un acheteur cherche des arbres qui donnent au moins 45 kg. Quel verger lui conseilles-tu ? Justifie avec des fréquences.

INDICE

Point délicat : les deux vergers n'ont pas le même nombre d'arbres : compare des fréquences, pas des effectifs.

CORRIGÉ

Les effectifs des deux vergers sont différents (20 et 25) : on compare des parts, donc des fréquences.

Verger A. Les valeurs 45 et 50 réunissent $4 + 2 = 6$ arbres sur 20, soit $\dfrac{6}{20} = 0{,}3$, donc 30 pour cent.

Verger B. Ces valeurs réunissent $5 + 8 = 13$ arbres sur 25, soit $\dfrac{13}{25} = 0{,}52$, donc 52 pour cent.

Autres paramètres. Le verger B a aussi la plus grande moyenne ($41{,}4 > 40$) et la plus grande médiane ($45 > 40$).

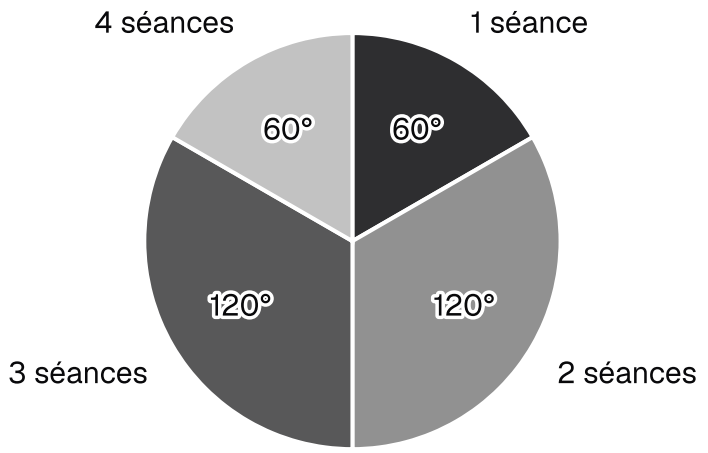
Conclusion. Je conseille le verger B à l'acheteur : 52 pour cent de ses arbres donnent au moins 45 kg, contre 30 pour cent dans le verger A.

Exercice 3 5 pts

Les séances d'un club de natation

Niveau examen régional. Un club de natation imaginaire compte 36 adhérents. Un diagramme circulaire décrit le nombre de séances suivies par semaine (série fictive). Voici l'angle de chaque secteur.

Séances par semaine	1	2	3	4
Angle du secteur	60°	120°	120°	60°



Le diagramme circulaire des 36 adhérents du club, chaque secteur marqué de son angle.

1. 1,5 pts

Retrouve le nombre d'adhérents de chaque secteur.

INDICE

Outil : un adhérent correspond à $\dfrac{360^\circ}{36} = 10^\circ$.

CORRIGÉ

Les 360° du disque représentent 36 adhérents : chaque adhérent occupe 10°. On divise donc chaque angle par 10.

- 1 séance : $\dfrac{60}{10} = 6$.
- 2 séances : $\dfrac{120}{10} = 12$.
- 3 séances : $\dfrac{120}{10} = 12$.
- 4 séances : $\dfrac{60}{10} = 6$.

Contrôle. $6 + 12 + 12 + 6 = 36$.

Conclusion. Les secteurs représentent 6, 12, 12 et 6 adhérents.

2. 1 pts

Calcule le nombre moyen de séances par semaine.

INDICE

Début : les produits « adhérents $\times$ séances » commencent par $6 \times 1 = 6$.

CORRIGÉ

Produits. On multiplie chaque effectif par son nombre de séances. Les produits valent 6, 24, 36 et 24, pour un total 90.

Moyenne. On divise par les 36 adhérents :

$$m = \frac{90}{36} = 2{,}5$$

Conclusion. Un adhérent suit en moyenne $2{,}5$ séances par semaine.

3. 1 pts

Détermine la médiane de la série.

INDICE

Point délicat : avec $N = 36$, les rangs 18 et 19 ne sont pas dans la même colonne.

CORRIGÉ

Rangs du milieu. Il y a 36 adhérents, un nombre pair. La médiane est donc la moyenne des valeurs de rangs 18 et 19.

Lecture des cumuls. Les effectifs cumulés valent 6, 18, 30, 36.

- Le cumul de la valeur 2 est exactement 18 : le rang 18 vaut 2.
- Le rang 19 vaut 3, car il ouvre la colonne de la valeur 3.

Calcul. La médiane vaut :

$$\frac{2+3}{2} = 2{,}5$$

Conclusion. La médiane de la série est de $2{,}5$ séances.

4. 1 pts

Le club accueille n nouveaux adhérents, qui suivent tous 4 séances par semaine. Combien doit-il en accueillir pour que la moyenne atteigne 3 séances ?

INDICE

Outil : après l'accueil, le total des séances et l'effectif changent : écris la nouvelle moyenne comme un quotient égal à 3.

CORRIGÉ

Mise en équation. Avec n nouveaux adhérents, le total des séances devient $90 + 4n$ et l'effectif devient $36 + n$. On veut que la nouvelle moyenne vaille 3 :

$$\frac{90 + 4n}{36 + n} = 3$$

Résolution.

- On multiplie les deux membres par $36 + n$, qui n'est pas nul : $90 + 4n = 3 \times (36 + n)$.
- On développe le membre de droite : $90 + 4n = 108 + 3n$.
- On soustrait $3n$ aux deux membres : $90 + n = 108$.
- On soustrait 90 aux deux membres : $n = 18$.

Contrôle. $\dfrac{90 + 4 \times 18}{36 + 18} = \dfrac{162}{54} = 3$.

Conclusion. Le club doit accueillir 18 nouveaux adhérents pour que la moyenne atteigne 3 séances.

5. 0,5 pts

Après cet accueil, détermine la nouvelle médiane.

INDICE

Début : le nouvel effectif de la valeur 4 vaut $6 + 18 = 24$.

CORRIGÉ

Nouveaux effectifs. Les 18 nouveaux adhérents s'ajoutent à la valeur 4. Les effectifs deviennent 6, 12, 12, 24, avec $N = 54$; les cumuls valent 6, 18, 30, 54.

Rangs du milieu. Comme 54 est pair, on cherche les rangs 27 et 28.

Lecture des cumuls. Ces deux rangs sont dans la colonne 3, car $18 < 27$ et $28 \leq 30$.

Conclusion. Après cet accueil, la nouvelle médiane vaut 3 séances.

Exercice 4 5 pts

L'attente dans une boulangerie

Niveau examen régional. Une boulangerie imaginaire relève le temps d'attente, en minutes entières, de chacun de ses 50 clients d'une matinée (série fictive). Le tableau ne donne que les fréquences cumulées croissantes.

Attente (minutes)	1	2	3	4	5
Fréquence cumulée croissante	$0{,}12$	$0{,}4$	$0{,}72$	$0{,}88$	1

1. 1,5 pts

Calcule la fréquence de chaque valeur, puis son effectif.

INDICE

Outil : la fréquence d'une valeur est sa fréquence cumulée diminuée de la fréquence cumulée de la valeur précédente.

CORRIGÉ

Fréquences. On retranche à chaque fréquence cumulée celle de la valeur précédente.

- 1 minute : $0{,}12$.
- 2 minutes : $0{,}4 - 0{,}12 = 0{,}28$.
- 3 minutes : $0{,}72 - 0{,}4 = 0{,}32$.
- 4 minutes : $0{,}88 - 0{,}72 = 0{,}16$.
- 5 minutes : $1 - 0{,}88 = 0{,}12$.

Effectifs. On multiplie chaque fréquence par les 50 clients : $0{,}12 \times 50 = 6$, $0{,}28 \times 50 = 14$, $0{,}32 \times 50 = 16$, $0{,}16 \times 50 = 8$ et $0{,}12 \times 50 = 6$.

Contrôle. $6 + 14 + 16 + 8 + 6 = 50$.

Conclusion. Les fréquences valent $0{,}12$, $0{,}28$, $0{,}32$, $0{,}16$ et $0{,}12$; les effectifs valent 6, 14, 16, 8 et 6.

2. 1 pts

Construis sur ton cahier le diagramme en bâtons des effectifs, avec un carreau pour 2 clients.

INDICE

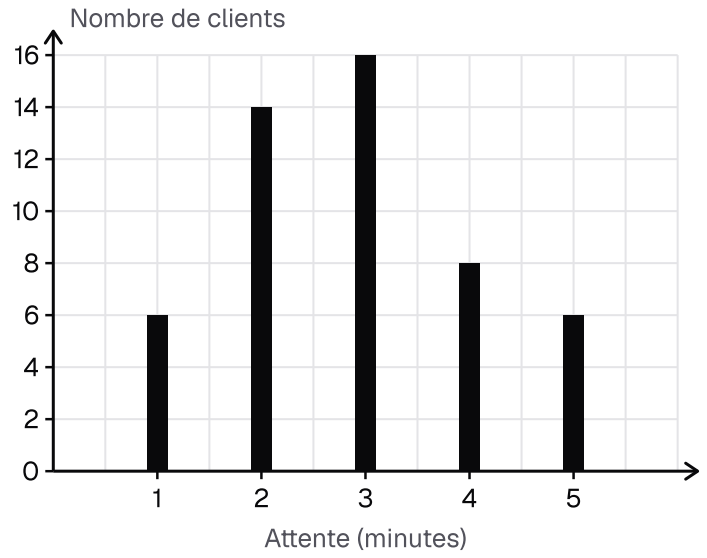
Début : le bâton de la valeur 1 mesure $\frac{6}{2}$ carreaux.

CORRIGÉ

Hauteurs. Un carreau représente 2 clients : on divise chaque effectif par 2. Les hauteurs valent $\frac{6}{2} = 3$, $\frac{14}{2} = 7$, $\frac{16}{2} = 8$, $\frac{8}{2} = 4$ et $\frac{6}{2} = 3$ carreaux.

Tracé. On place les valeurs 1, 2, 3, 4 et 5 sur l'axe horizontal. Au-dessus de chacune, on trace un bâton de la hauteur trouvée.

Conclusion. Le diagramme compte cinq bâtons ; le plus haut, de 8 carreaux, est celui de la valeur 3.



Le diagramme en bâtons des temps d'attente, avec un carreau pour 2 clients.

3. 1 pts

Calcule le temps d'attente moyen avec les fréquences, puis contrôle-le avec les effectifs.

INDICE

Point délicat : avec les fréquences, on ne divise pas par 50 : la somme des fréquences vaut déjà 1.

CORRIGÉ

Avec les fréquences. On additionne les produits « fréquence $\times$ valeur », sans diviser à la fin : $m = 0{,}12 \times 1 + 0{,}28 \times 2 + 0{,}32 \times 3 + 0{,}16 \times 4 + 0{,}12 \times 5$. Les termes donnent $0{,}12 + 0{,}56 + 0{,}96 + 0{,}64 + 0{,}6 = 2{,}88$.

Avec les effectifs. Les produits 6, 28, 48, 32 et 30 ont pour total 144. On divise par les 50 clients :

$$\frac{144}{50} = 2{,}88$$

Conclusion. Les deux calculs concordent : le temps d'attente moyen est de $2{,}88$ minutes.

4. 0,5 pts

Donne le mode et la médiane de la série.

INDICE

Outil : $N = 50$ est pair : repère les rangs 25 et 26 dans les effectifs cumulés.

CORRIGÉ

Mode. Le plus grand effectif est 16 : le mode est 3 minutes.

Rangs du milieu. Il y a 50 clients, un nombre pair. La médiane est donc la moyenne des valeurs de rangs 25 et 26.

Lecture des cumuls. Les effectifs cumulés croissants sont 6, 20, 36, 44, 50. Le cumul 20 n'atteint pas le rang 25 ; le cumul 36 atteint les rangs 25 et 26. Ces deux rangs valent donc 3.

Conclusion. Le mode est 3 minutes, et la médiane est de 3 minutes.

5. 1 pts

Le boulanger embauche un second vendeur et prévoit que chaque client attendra une minute de moins (une attente d'une minute devient nulle). Il affirme : « Le temps d'attente moyen passera sous 2 minutes, et plus des trois quarts des clients attendront au plus 2 minutes. » Vérifie chacune de ces deux affirmations.

INDICE

Outil : retirer une minute à chaque attente change les valeurs du tableau, mais pas les effectifs.

CORRIGÉ

Nouvelles valeurs. Chaque attente baisse d'une minute : les valeurs deviennent 0, 1, 2, 3 et 4. Les effectifs restent 6, 14, 16, 8 et 6.

Première affirmation. Les produits valent 0, 14, 32, 24 et 24, de total 94. La nouvelle moyenne vaut $\dfrac{94}{50} = 1{,}88$ minute, soit une minute de moins qu'avant. Comme $1{,}88 < 2$, la première affirmation est exacte.

Seconde affirmation. Attendre au plus 2 minutes après l'embauche, c'est attendre au plus 3 minutes avant. Cela concerne $6 + 14 + 16 = 36$ clients, soit une fréquence $\dfrac{36}{50} = 0{,}72$. Les trois quarts valent $0{,}75$, et $0{,}72 < 0{,}75$: la seconde affirmation est fausse.

Conclusion. Le boulanger a raison pour la moyenne, mais pas pour les trois quarts : seuls 72 pour cent des clients attendront au plus 2 minutes.

Exercice 5 — 5 pts

Les livres lus dans un club

Niveau examen régional. Un club de lecture imaginaire réunit deux groupes (séries fictives). Chaque membre indique le nombre de livres qu'il a lus en un mois.

- Groupe du matin, 16 membres : $3, 1, 4, 2, 3, 0, 3, 5, 2, 4, 3, 2, 3, 4, 2, 3$.
- Groupe du soir, 24 membres : la moyenne vaut $3{,}5$ livres et la médiane 3 livres.

1. — 1,5 pts

Dresse le tableau des effectifs du groupe du matin, avec les effectifs cumulés croissants.

INDICE

Début : compte les valeurs de 0 à 5 une à une ; la valeur 0 n'apparaît qu'une fois.

CORRIGÉ

On compte combien de fois chaque valeur apparaît dans la liste, puis on cumule les effectifs.

Livres lus	0	1	2	3	4	5
Membres	1	1	4	6	3	1
Effectif cumulé croissant	1	2	6	12	15	16

Contrôle. $1 + 1 + 4 + 6 + 3 + 1 = 16$, l'effectif du groupe.

Conclusion. Le tableau ci-dessus donne les effectifs du groupe du matin et leurs cumuls croissants.

2. — 1 pts

Calcule le nombre moyen de livres lus par un membre du groupe du matin.

INDICE

Point délicat : le membre qui n'a lu aucun livre compte dans l'effectif total, même s'il n'ajoute rien à la somme.

CORRIGÉ

Produits. Dans chaque colonne, on multiplie les membres par les livres lus : $1 \times 0 = 0$, $1 \times 1 = 1$, $4 \times 2 = 8$, $6 \times 3 = 18$, $3 \times 4 = 12$ et $1 \times 5 = 5$, de total 44.

Moyenne. On divise par les 16 membres, sans oublier celui qui n'a rien lu :

$$m = \frac{44}{16} = 2{,}75$$

Conclusion. Un membre du groupe du matin lit en moyenne $2{,}75$ livres.

3. 1 pts

Donne le mode et la médiane du groupe du matin.

INDICE

Outil : $N = 16$ est pair : la médiane se lit aux rangs 8 et 9.

CORRIGÉ

Mode. Le plus grand effectif est 6 : le mode est 3 livres.

Rangs du milieu. Il y a 16 membres, un nombre pair. La médiane est donc la moyenne des valeurs de rangs 8 et 9.

Lecture des cumuls. Le cumul 6 n'atteint pas le rang 8 ; le cumul 12 atteint les rangs 8 et 9. Ces deux rangs valent donc 3.

Conclusion. Le mode est 3 livres, et la médiane est de 3 livres.

4. 0,5 pts

Compare les deux groupes à l'aide de la moyenne, puis de la médiane.

INDICE

Point délicat : deux paramètres ne conduisent pas toujours à la même conclusion.

CORRIGÉ

Par la moyenne. Le groupe du soir lit davantage : $3{,}5 > 2{,}75$.

Par la médiane. Les deux groupes sont à égalité, avec 3 livres : dans chacun, au moins la moitié des membres lisent 3 livres ou moins.

Conclusion. Seule la moyenne départage les deux groupes : elle place le groupe du soir devant.

5. 1 pts

Le club annonce : « Nos 40 membres lisent en moyenne $3{,}125$ livres par mois, la moyenne de $2{,}75$ et de $3{,}5$. » Cette annonce est-elle exacte ? Calcule la moyenne de tous les membres.

INDICE

Outil : une moyenne multipliée par l'effectif du groupe donne le total des valeurs de ce groupe.

CORRIGÉ

Calcul du club. Le club calcule $\dfrac{2{,}75 + 3{,}5}{2} = 3{,}125$. Ce calcul donne le même poids aux deux groupes, alors qu'ils n'ont pas le même effectif.

Totaux de livres. Groupe du soir : $24 \times 3{,}5 = 84$ livres. Groupe du matin : 44 livres (question 2).

Moyenne de tous les membres. Le club compte $16 + 24 = 40$ membres, qui ont lu $44 + 84 = 128$ livres. Donc :

$$m = \frac{128}{40} = 3{,}2$$

Conclusion. La moyenne de tous les membres est de $3{,}2$ livres par mois, et non $3{,}125$: l'annonce est fausse. Le groupe du soir, plus nombreux, pèse davantage.