BURHAN

Statistique : exercices, entraînement

3ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/statistique/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Statistique	Entraînement	7

Exercice 1

Un effectif effacé

Un immeuble imaginaire répartit ses appartements selon le nombre de pièces (série fictive). Un effectif a été effacé : on le note a.

Pièces	1	2	3	4	5
Appartements	3	a	12	6	3

La fréquence des appartements de 3 pièces vaut $0{,}4$.

1.

Calcule le nombre total N d'appartements.

INDICE

Outil : la fréquence $0{,}4$ est égale au quotient $\frac{12}{N}$; écris aussi $0{,}4$ sous forme de fraction.

CORRIGÉ

La fréquence de la valeur 3 est son effectif, 12, divisé par N. On écrit aussi $0{,}4$ sous forme de fraction :

$$\frac{12}{N} = 0{,}4 = \frac{4}{10}$$

Les produits en croix sont égaux : $4 \times N = 12 \times 10 = 120$.

On divise les deux membres par 4 : $N = \frac{120}{4} = 30$.

Conclusion. L'immeuble compte 30 appartements.

2.

Déduis-en la valeur de a.

INDICE

Début : écris que la somme des effectifs vaut 30 ; c'est une équation du premier degré d'inconnue a.

CORRIGÉ

La somme des effectifs est égale à N. On écrit donc $3 + a + 12 + 6 + 3 = 30$. On regroupe les nombres connus, puis on retranche 24 aux deux membres :

$$a + 24 = 30$$
$$a = 6$$

Conclusion. On trouve $a = 6$: six appartements ont 2 pièces.

3.

Calcule les fréquences cumulées croissantes.

INDICE

Point délicat : cumule d'abord les effectifs, puis divise chaque cumul par 30.

CORRIGÉ

Effectifs cumulés. On cumule les effectifs, avec $a = 6$: 3 ; $3 + 6 = 9$; $9 + 12 = 21$; $21 + 6 = 27$; $27 + 3 = 30$.

Fréquences cumulées. On divise chaque cumul par $N = 30$. Par exemple, $\dfrac{21}{30} = 0{,}7$.

Conclusion. Les effectifs cumulés croissants valent 3, 9, 21, 27 et 30. Les fréquences cumulées croissantes valent $0{,}1$, $0{,}3$, $0{,}7$, $0{,}9$ et 1.

4.

Quel pourcentage des appartements a au plus 3 pièces ?

INDICE

Outil : lis la fréquence cumulée croissante de la valeur 3.

CORRIGÉ

Avoir au plus 3 pièces, c'est avoir 1, 2 ou 3 pièces. La part de ces appartements est la fréquence cumulée croissante de la valeur 3, qui vaut $0{,}7$.

En pour cent : $0{,}7 \times 100 = 70$.

Conclusion. Les appartements d'au plus 3 pièces représentent 70 pour cent de l'immeuble.

Exercice 2

La semaine manquante

Une randonneuse imaginaire note la distance parcourue à pied chaque semaine, en kilomètres (série fictive). Pour les quatre premières semaines, elle a noté 18, 22, 25 et 20. Le relevé de la cinquième semaine est perdu. Sur ces cinq semaines, sa distance moyenne est de 22 km.

1.

Quelle distance totale a-t-elle parcourue en cinq semaines ?

INDICE

Outil : une moyenne multipliée par le nombre de valeurs redonne leur total.

CORRIGÉ

La moyenne est le total des distances divisé par le nombre de semaines, 5. Le total vaut donc $5 \times 22 = 110$ km.

Conclusion. En cinq semaines, la randonneuse a parcouru 110 km.

2.

Retrouve la distance de la cinquième semaine.

INDICE

Début : note d cette distance et écris $18 + 22 + 25 + 20 + d = 110$.

CORRIGÉ

On note d la distance de la cinquième semaine. Les quatre distances connues ont pour somme $18 + 22 + 25 + 20 = 85$. Le total des cinq semaines vaut 110 km. On retranche ensuite 85 aux deux membres :

$$\begin{aligned} 85 + d &= 110 \\ d &= 25 \end{aligned}$$

Conclusion. La randonneuse a parcouru 25 km la cinquième semaine.

3.

La sixième semaine, elle parcourt 28 km. Calcule sa nouvelle moyenne.

INDICE

Point délicat : la nouvelle moyenne porte sur six semaines : ajoute 28 au total, puis divise par 6.

CORRIGÉ

Nouveau total. Sur six semaines, le total vaut $110 + 28 = 138$ km.

Nouvelle moyenne. On divise ce total par 6 : $\dfrac{138}{6} = 23$ km.

Interprétation. La moyenne augmente d'un kilomètre, car 28 dépasse l'ancienne moyenne, 22.

Conclusion. Sur six semaines, la nouvelle moyenne est de 23 km.

Exercice 3

Retrouver un effectif par la moyenne

Un cinéma imaginaire compte les tickets achetés par chaque client un soir (série fictive). L'effectif de la valeur 3 est inconnu ; on le note a.

Tickets par client	1	2	3	4
Clients	6	14	a	8

Le nombre moyen de tickets par client vaut $2{,}5$.

1.

Écris, à l'aide de a, le nombre de clients et le nombre total de tickets.

INDICE

Outil : le total des tickets est la somme des produits « clients $\times$ tickets ».

CORRIGÉ

Nombre de clients. On additionne la ligne des clients :

$$\begin{aligned} N &= 6 + 14 + a + 8 \\ &= 28 + a \end{aligned}$$

Nombre de tickets. Chaque colonne apporte « clients $\times$ tickets ». On additionne ces quatre produits :

$$\begin{aligned} &6 \times 1 + 14 \times 2 \\ &\quad + a \times 3 + 8 \times 4 \\ &= 66 + 3a \end{aligned}$$

Conclusion. Il y a $28 + a$ clients, qui ont acheté $66 + 3a$ tickets.

2.

Calcule a.

INDICE

Début : la moyenne donne l'équation $66 + 3a = 2{,}5 \times (28 + a)$.

CORRIGÉ

Équation. La moyenne est le total des tickets divisé par le nombre de clients. Elle vaut $2{,}5$, donc le total est égal à $2{,}5 \times (28 + a)$, c'est-à-dire $70 + 2{,}5a$.

Résolution. On retranche $2{,}5a$ et 66 aux deux membres, puis on divise par $0{,}5$:

$$\begin{aligned} 66 + 3a &= 70 + 2{,}5a \\ 0{,}5a &= 4 \\ a &= 8 \end{aligned}$$

Contrôle. Avec $a = 8$, il y a 36 clients et $66 + 24 = 90$ tickets : $\dfrac{66 + 24}{36} = \dfrac{90}{36} = 2{,}5$.

Conclusion. On trouve $a = 8$: huit clients ont acheté 3 tickets.

3.

Détermine le mode et la médiane de cette série.

INDICE

Point délicat : avec $N = 36$, la médiane utilise les rangs 18 et 19.

CORRIGÉ

Mode. Le plus grand effectif est 14 : le mode est 2 tickets.

Rangs du milieu. Avec $a = 8$, il y a 36 clients, un nombre pair. La médiane est donc la moyenne des valeurs de rangs 18 et 19.

Lecture des cumuls. Les effectifs cumulés valent 6, 20, 28, 36. Les rangs 18 et 19 sont dans la colonne 2, car $6 < 18$ et $19 \leq 20$.

Conclusion. Le mode est 2 tickets. La médiane vaut 2 tickets, moins que la moyenne $2{,}5$.

Exercice 4

Valises d'un vol

Sur un vol imaginaire, on pèse les 40 valises enregistrées, en kilogrammes (série fictive). Le tableau donne les fréquences.

Masse (kg)	12	15	18	20	23
Fréquence	$0{,}1$	$0{,}2$	$0{,}35$	$0{,}25$	$0{,}1$

1.

Calcule la masse moyenne d'une valise à l'aide des fréquences.

INDICE

Outil : avec les fréquences, $m = f_1 \times x_1 + f_2 \times x_2 + \ldots$, sans division finale.

CORRIGÉ

Avec les fréquences, la moyenne est la somme des produits « fréquence $\times$ valeur ». On ne divise pas à la fin, car les fréquences ont pour somme 1. La moyenne s'écrit $m = 0{,}1 \times 12 + 0{,}2 \times 15 + 0{,}35 \times 18 + 0{,}25 \times 20 + 0{,}1 \times 23$.

Les termes valent $1{,}2$, 3, $6{,}3$, 5 et $2{,}3$. Leur somme vaut $1{,}2 + 3 + 6{,}3 + 5 + 2{,}3 = 17{,}8$, donc :

$$m = 17{,}8$$

Conclusion. Une valise pèse en moyenne $17{,}8$ kg.

2.

Retrouve le nombre de valises de chaque masse.

INDICE

Début : l'effectif d'une valeur vaut sa fréquence multipliée par $N = 40$.

CORRIGÉ

On multiplie chaque fréquence par le nombre de valises, 40.

- 12 kg : $0{,}1 \times 40 = 4$.
- 15 kg : $0{,}2 \times 40 = 8$.
- 18 kg : $0{,}35 \times 40 = 14$.
- 20 kg : $0{,}25 \times 40 = 10$.
- 23 kg : $0{,}1 \times 40 = 4$.

Contrôle. $4 + 8 + 14 + 10 + 4 = 40$.

Conclusion. Le vol compte 4, 8, 14, 10 et 4 valises de 12, 15, 18, 20 et 23 kg.

3.

Détermine la masse médiane d'une valise.

INDICE

Point délicat : cumule les effectifs, puis cherche les rangs 20 et 21.

CORRIGÉ

Rangs du milieu. Il y a 40 valises, un nombre pair. La médiane est la moyenne des masses de rangs 20 et 21.

Lecture des cumuls. Les effectifs cumulés sont 4, 12, 26, 36, 40. Le cumul 12 reste sous 20 ; le cumul 26 dépasse 21. Les rangs 20 et 21 tombent donc dans la colonne 18 kg.

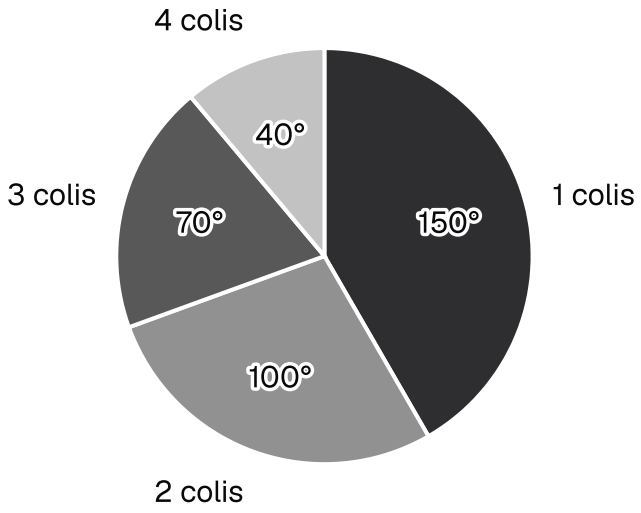
Conclusion. Les deux masses du milieu valent 18 : la masse médiane est de 18 kg.

Exercice 5

Du diagramme circulaire au tableau

Un livreur imaginaire a effectué 72 livraisons. Un diagramme circulaire décrit le nombre de colis remis à chaque livraison (série fictive). Le tableau donne l'angle de chaque secteur.

Colis par livraison	1	2	3	4
Angle du secteur	$150°$	$100°$	$70°$	$40°$



Le diagramme circulaire des 72 livraisons, chaque secteur marqué de son angle.

1.

Retrouve le nombre de livraisons de chaque secteur.

INDICE

Outil : un secteur d'angle a représente $a \times \dfrac{72}{360}$ livraisons, soit $\dfrac{a}{5}$.

CORRIGÉ

Les $360°$ du disque représentent les 72 livraisons. Comme $\dfrac{72}{360} = \dfrac{1}{5}$, un degré représente un cinquième de livraison : on divise chaque angle par 5.

- 1 colis : $\dfrac{150}{5} = 30$.
- 2 colis : $\dfrac{100}{5} = 20$.
- 3 colis : $\dfrac{70}{5} = 14$.
- 4 colis : $\dfrac{40}{5} = 8$.

Contrôle. $30 + 20 + 14 + 8 = 72$.

Conclusion. Les secteurs représentent 30, 20, 14 et 8 livraisons.

2.

Calcule le nombre moyen de colis par livraison.

INDICE

Début : forme les produits « livraisons $\times$ colis » avant de diviser par 72.

CORRIGÉ

Produits. Pour chaque secteur, on multiplie le nombre de livraisons par le nombre de colis. Les produits valent 30, 40, 42 et 32 ; leur somme vaut 144.

Moyenne. On divise par les 72 livraisons :

$$m = \frac{144}{72} = 2$$

Conclusion. Le livreur remet en moyenne 2 colis par livraison.

3.

Le livreur affirme : « Plus de la moitié de mes livraisons ne comptent qu'un colis. » A-t-il raison ?

INDICE

Point délicat : compare un effectif à la moitié de 72, ou un angle à $180°$.

CORRIGÉ

Avec les effectifs. La moitié de 72 vaut 36, et seules 30 livraisons comptent un colis. Or $30 < 36$.

Avec les angles. Un demi-disque mesure $180°$, et le secteur d'un colis mesure $150°$. Or $150° < 180°$.

Conclusion. Le livreur a tort : moins de la moitié de ses livraisons ne comptent qu'un colis.

Exercice 6

Comparer deux lignes de tramway

Deux lignes de tramway d'une ville imaginaire notent leur retard du matin, en minutes (séries fictives).

- Ligne A, sur 7 jours : 8, 11, 9, 12, 10, 8, 12.
- Ligne B, sur 6 jours : 6, 14, 9, 15, 7, 15.

1.

Calcule le retard moyen de chaque ligne.

INDICE

Outil : divise chaque total par le nombre de jours de sa ligne, 7 ou 6.

CORRIGÉ

Le retard moyen d'une ligne est la somme de ses retards divisée par son nombre de jours.

Ligne A. $8 + 11 + 9 + 12 + 10 + 8 + 12 = 70$, sur 7 jours :

$$m = \frac{70}{7} = 10$$

Ligne B. $6 + 14 + 9 + 15 + 7 + 15 = 66$, sur 6 jours :

$$m = \frac{66}{6} = 11$$

Conclusion. Le retard moyen est de 10 minutes pour la ligne A et de 11 minutes pour la ligne B.

2.

Calcule le retard médian de chaque ligne.

INDICE

Début : range chaque série ; la ligne A a un nombre impair de jours, la ligne B un nombre pair.

CORRIGÉ

Ligne A. Les retards rangés sont 8, 8, 9, 10, 11, 12, 12. Il y a 7 jours, un nombre impair : le rang du milieu est 4. On lit un retard médian de 10 minutes.

Ligne B. Les retards rangés sont 6, 7, 9, 14, 15, 15. Il y a 6 jours, un nombre pair : on prend les retards de rangs 3 et 4, ce qui donne $\frac{9 + 14}{2} = 11{,}5$ minutes.

Conclusion. Le retard médian est de 10 minutes pour la ligne A et de $11{,}5$ minutes pour la ligne B.

3.

Quelle ligne a le moins de retard ? Justifie ta réponse par les deux paramètres.

INDICE

Point délicat : ta conclusion cite les paramètres comparés et répond par une phrase.

CORRIGÉ

On compare les deux lignes paramètre par paramètre.

- Retard moyen : la ligne A fait mieux ($10 < 11$).
- Retard médian : la ligne A fait encore mieux ($10 < 11{,}5$).

Les deux paramètres donnent le même classement.

Conclusion. Sur ces relevés, la ligne A a donc le moins de retard.

Exercice 7

Une erreur de saisie

Un snack imaginaire affiche le prix de six sandwichs, en dirhams (série fictive) : 18, 20, 22, 20, 25, 21.

1.

Calcule le prix moyen et le prix médian.

INDICE

Outil : pour la médiane de six prix, range-les, puis fais la moyenne des prix de rangs 3 et 4.

CORRIGÉ

Moyenne. Le total des six prix vaut $18 + 20 + 22 + 20 + 25 + 21 = 126$, donc :

$$m = \frac{126}{6} = 21$$

Médiane. Dans l'ordre croissant, les prix sont 18, 20, 20, 21, 22, 25. Ils sont six, un nombre pair : la médiane est la moyenne des prix de rangs 3 et 4.

$$\frac{20 + 21}{2} = 20{,}5$$

Conclusion. Le prix moyen est de 21 dirhams et le prix médian de $20{,}5$ dirhams.

2.

Une erreur de saisie remplace le prix 25 par 55. Calcule la nouvelle moyenne et la nouvelle médiane.

INDICE

Début : le total augmente de $55 - 25 = 30$ dirhams ; l'ordre des cinq autres prix ne change pas.

CORRIGÉ

Nouvelle moyenne. Le prix 25 devient 55, soit 30 dirhams de plus. Le nouveau total vaut $126 + 30 = 156$, donc :

$$m = \frac{156}{6} = 26$$

Nouvelle médiane. Les prix rangés deviennent 18, 20, 20, 21, 22, 55. Les prix de rangs 3 et 4 sont toujours 20 et 21.

Conclusion. La nouvelle moyenne vaut 26 dirhams, et la médiane reste $20{,}5$ dirhams.

3.

Après l'erreur, quel paramètre décrit le mieux les prix ? Explique pourquoi.

INDICE

Point délicat : compte combien de prix dépassent la nouvelle moyenne.

CORRIGÉ

Après l'erreur, un seul prix sur six dépasse 26 dirhams : la moyenne ne ressemble plus aux prix affichés. Elle a gagné 5 dirhams à cause d'une seule valeur, tandis que la médiane n'a pas bougé.

Conclusion. La médiane décrit donc mieux les prix de ce snack.