BURHAN

Les racines carrées : exercices, niveau examen

3ème Année Collège · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/racines-carrees/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Les racines carrées	Niveau examen	5

Exercice 1 — 5 pts

Niveau examen : une expression à simplifier

On pose :

$$A = \sqrt{63} + \sqrt{112} - 5\sqrt{7}.$$

1. — 1,5 pts

Écrire $\sqrt{63}$ et $\sqrt{112}$ sous la forme $a\sqrt{7}$, avec a entier. On donne $112 = 16 \times 7$.

INDICE

Outil : la propriété du produit. **Début :** pour 63, cherche un carré parfait qui divise ce nombre.

2. — 1 pts

En déduire l'écriture de A sous la forme $a\sqrt{7}$.

INDICE

Outil : la distributivité, pour réunir les termes en $\sqrt{7}$.

3. — 1 pts

Calculer A^2. Le résultat est-il un nombre entier ?

INDICE

Outil : la puissance d'un produit, puis la définition de la racine carrée.

4. — 1,5 pts

Un rectangle a pour longueur A et pour largeur $\dfrac{21}{A}$. Écrire sa largeur sans radical au dénominateur.

Calculer ensuite son aire de deux façons : avec cette nouvelle écriture, puis directement avec $A \times \dfrac{21}{A}$.

Les deux résultats sont-ils égaux ?

INDICE

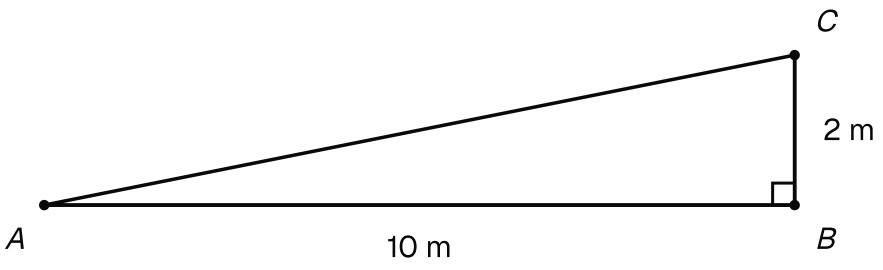
Début : utilise la forme de A trouvée à la question 2.

Exercice 2 — 5 pts

Niveau examen : deux toboggans

Dans un parc de jeux, un toboggan droit forme, vu de côté, un triangle ABC rectangle en B. La base horizontale mesure $AB = 10$ m et la hauteur $BC = 2$ m.

La glissière est le segment $[AC]$. Fais un schéma sur ton cahier.



Le toboggan vu de côté : base AB de 10 m, hauteur BC de 2 m, angle droit en B et glissière AC.

1. — 1,5 pts

Calculer la longueur exacte AC, sous la forme $a\sqrt{26}$.

INDICE

Outil : le théorème de Pythagore. **Début :** repère l'hypoténuse. **Point délicat :** cherche un carré parfait qui divise AC^2.

2. — 1 pts

En déduire une valeur approchée de AC, arrondie au centième.

INDICE

Outil : la calculatrice, avec la touche « $\sqrt{}$ ».

3. — 1 pts

Écrire le quotient $\dfrac{BC}{AC}$ sans radical au dénominateur.

INDICE

Outil : la propriété du dénominateur rendu rationnel. **Début :** remplace AC par sa valeur exacte.

Point délicat : simplifie la fraction avant de multiplier.

4. 1,5 pts

Un second toboggan forme aussi, vu de côté, un triangle rectangle : il a la même hauteur de 2 m et une glissière de 5 m.

On note x sa base horizontale, en mètres. Écrire l'équation vérifiée par x. En déduire la valeur exacte de x, puis une valeur approchée au centième.

INDICE

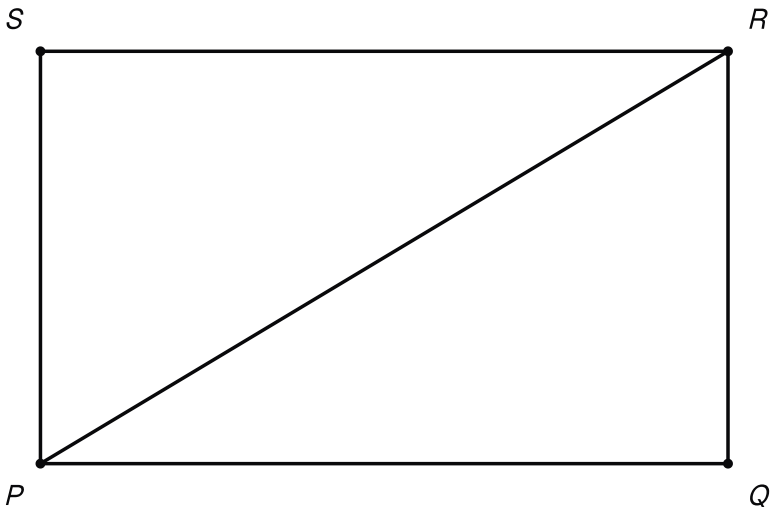
Début : la glissière est encore l'hypoténuse. **Point délicat :** une longueur est positive ; écarte l'autre solution.

Exercice 3 5 pts

Niveau examen : une installation solaire

Sur le toit plat d'un hangar, une installation de panneaux solaires occupe un rectangle $PQRS$. Sa longueur mesure $PQ = \sqrt{150}$ m et sa largeur $QR = \sqrt{54}$ m.

Un câble est tendu selon la diagonale $[PR]$.



L'installation PQRS vue de dessus, avec le câble tendu selon la diagonale [PR].

1. 1 pts

Écrire PQ et QR sous la forme $a\sqrt{6}$, avec a entier. On donne $150 = 25 \times 6$.

INDICE

Outil : la propriété du produit. **Début :** pour 54, cherche un carré parfait qui divise ce nombre.

2. 1,5 pts

Calculer l'aire exacte de l'installation. Le résultat est-il un nombre entier ?

INDICE

Début : l'aire d'un rectangle vaut longueur fois largeur. **Ensuite :** regroupe les entiers d'un côté, les racines de l'autre.

3. 1 pts

En déduire le périmètre exact de l'installation, sous la forme $a\sqrt{6}$, puis sa valeur approchée au dixième.

INDICE

Outil : la distributivité, pour réunir les termes en $\sqrt{6}$.

4. 1,5 pts

Calculer la longueur exacte du câble PR, puis sa valeur approchée au centième. On donne $204 = 4 \times 51$.

Le câble est vendu en bobines de 15 m. Une seule bobine suffit-elle ?

INDICE

Début : cherche dans le rectangle un triangle rectangle dont $[PR]$ est l'hypoténuse.

Exercice 4 5 pts

Niveau examen : deux nombres et des équations

On pose :

$$E = \left(\sqrt{21}\right)^2 - \sqrt{(-11)^2}$$

et

$$F = \frac{\sqrt{288}}{\sqrt{2}}.$$

1. 1,5 pts

Calculer E et F.

INDICE

Outil : la définition de la racine carrée, puis la propriété du quotient. **Point délicat :** dans E, calcule d'abord $(-11)^2$.

2. 1 pts

En déduire les solutions de l'équation $x^2 = E$, puis celles de l'équation $x^2 = E - F$.

INDICE

Outil : la propriété de l'équation $x^2 = a$. **Point délicat :** regarde le signe du nombre de droite.

3. 1 pts

Résoudre l'équation $Fx^2 = 3E$. Écrire ses solutions sans radical au dénominateur.

INDICE

Début : remplace E et F par leurs valeurs, puis isole x^2. **Ensuite :** la propriété du quotient.

4. 1,5 pts

On pose $G = \sqrt{(E - F)^2}$. Calculer G. A-t-on $G = E - F$?

Résoudre ensuite l'équation $x^2 = (E - F)^2$.

INDICE

Début : utilise la valeur de $E - F$ trouvée à la question 2. **Point délicat :** une racine carrée n'est jamais strictement négative.

Exercice 5 — 5 pts

Niveau examen : la durée d'une chute

On lâche une petite balle, sans la lancer, d'une hauteur de h mètres. On néglige la résistance de l'air et on admet que la durée de sa chute, en secondes, est :

$$t = \sqrt{\frac{h}{5}}.$$

1. — 1 pts

Calculer la durée de la chute pour une hauteur de 45 m.

INDICE

Début : remplace h par 45 dans la formule, puis calcule le quotient sous le radical.

2. — 1,5 pts

La balle est lâchée d'un balcon situé à 7 m du sol. Écrire la durée de la chute sous la forme d'un quotient sans radical au dénominateur, puis en donner une valeur approchée au centième.

INDICE

Outil : la propriété du quotient. **Ensuite :** rends rationnel le dénominateur.

3. — 1 pts

On lâche la balle d'une hauteur de 28 m, quatre fois plus grande. En déduire la valeur exacte de la durée de la chute. Est-elle quatre fois plus grande que la durée de la question 2 ?

INDICE

Début : écris $\dfrac{28}{5}$ comme le produit de 4 par une fraction.

4. — 1,5 pts

Lâchée du haut d'une falaise, la balle met $3\sqrt{3}$ secondes pour atteindre la mer. Calculer la hauteur de la falaise.

INDICE

Début : calcule t^2 de deux façons : avec la formule, puis avec la durée donnée. **Point délicat :** la puissance d'un produit.