BURHAN

Ordre et opérations : exercices, niveau examen

3ème Année Collège · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/ordre-et-operations/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Ordre et opérations	Niveau examen	5

Exercice 1 — 5 pts

Deux façons d'encadrer une même expression

Dans une chambre froide, la température a, en degrés Celsius, reste comprise entre -2 et 1 : $-2 \leq a \leq 1$. Un technicien étudie deux expressions calculées à partir de a.

1. — 0,5 pts

Encadrer $4a - 3$.

INDICE

Début : demande-toi quelle opération fait passer de a à $4a - 3$. Fais une règle par ligne.

2. — 1 pts

Encadrer $1 - 3a$.

INDICE

Attention au signe du nombre par lequel tu multiplies.

3. — 1 pts

On pose $S = (4a - 3) + (1 - 3a)$. En déduire, à l'aide des questions 1 et 2, un encadrement de S. Donner son amplitude.

INDICE

Outil : deux encadrements de même sens se combinent membre à membre.

4. — 1,5 pts

Réduire l'expression S, puis encadrer S directement à partir de l'encadrement de a.

INDICE

Début : regroupe les termes en a, puis les nombres.

5. — 1 pts

Lequel des deux encadrements de S est le plus précis ? Peut-on connaître le signe de S ?

INDICE

Piste : calcule l'amplitude de l'encadrement de la question 4, puis regarde la borne de droite de chaque encadrement.

Exercice 2 — 5 pts

Une racine carrée encadrée de plus en plus finement

Un menuisier dispose d'une baguette de bois de 12 cm. Il y découpe trois morceaux de longueur $\sqrt{14}$ cm, le côté d'un carré d'aire 14 cm². Le morceau qui reste mesure $A = 12 - 3\sqrt{14}$, en centimètres. À la calculatrice, on lit $\sqrt{14} \approx 3{,}741657$.

1. — 0,5 pts

Donner les valeurs approchées de $\sqrt{14}$ par défaut et par excès à $0{,}01$ près.

INDICE

Outil : la lecture de la calculatrice, à la précision demandée.

2. — 1 pts

En déduire un encadrement de A d'amplitude $0{,}03$.

INDICE

Attention : A contient $-3\sqrt{14}$. Surveille le sens à chaque ligne.

3. — 1 pts

Le menuisier veut tailler dans ce morceau une cale de $\dfrac{7}{9}$ cm. L'encadrement de la question 2 permet-il de comparer A et $\dfrac{7}{9}$?

INDICE

Piste : place $\dfrac{7}{9}$ par rapport à $0{,}75$ et à $0{,}78$; multiplie par 9 pour comparer.

4. — 1,5 pts

Recommencer avec un encadrement de $\sqrt{14}$ à $0{,}001$ près : donner l'encadrement de A obtenu avec cette précision.

INDICE

Début : à la calculatrice, $3{,}741 \leq \sqrt{14} \leq 3{,}742$. Refais les deux étapes de la question 2.

5. — 1 pts

Comparer A et $\dfrac{7}{9}$. Le menuisier peut-il tailler sa cale ?

INDICE

Piste : compare la borne de droite de l'encadrement de la question 4 à $\dfrac{7}{9}$.

Exercice 3 5 pts

La facture d'eau d'une famille

Pendant un mois, une famille de 5 personnes consomme c mètres cubes d'eau, avec $14 \leq c \leq 16$. Le prix moyen du mètre cube est de p dirhams, avec $4{,}5 \leq p \leq 5$. La facture comprend aussi une redevance fixe de 12 dirhams.

1. 0,5 pts

Encadrer le coût cp de l'eau consommée.

INDICE

Outil : l'encadrement d'un produit ; vérifie d'abord le signe des bornes.

2. 1 pts

En déduire un encadrement du montant $F = cp + 12$ de la facture.

INDICE

Début : quelle opération fait passer de cp à F ?

3. 1 pts

Encadrer la consommation moyenne par personne, $\dfrac{c}{5}$, en mètres cubes.

INDICE

Outil : une division se transforme en multiplication.

4. 1,5 pts

Le mois suivant, la famille consomme k mètres cubes, avec $15 \leq k \leq 17$. Elle paie N dirhams pour l'eau seule, avec $81 \leq N \leq 85$. Encadrer le prix moyen $\dfrac{N}{k}$ du mètre cube.

INDICE

Méthode : encadre d'abord $\dfrac{1}{k}$, puis applique l'encadrement d'un produit à $N \times \dfrac{1}{k}$.

5. 1 pts

Peut-on affirmer que ce prix moyen dépasse $4{,}5$ dirhams par mètre cube ?

INDICE

Piste : compare $\dfrac{81}{17}$ et $4{,}5$ en multipliant par 17.

Exercice 4 5 pts

Une frise de carreaux le long d'un mur

Un carreleur pose une frise : une seule rangée de carreaux carrés, bord à bord, le long d'un mur de 100 cm. Chaque carreau a une aire de 90 cm², donc son côté mesure $s = 3\sqrt{10}$ cm, car $(3\sqrt{10})^2 = 9 \times 10 = 90$.

1. 0,5 pts

Comparer s à $9{,}4$ et à $9{,}5$, puis écrire l'encadrement de s obtenu.

INDICE

Début : les trois nombres sont strictement positifs ; quelle technique de comparaison convient à une racine carrée ?

2. 1 pts

En déduire un encadrement de $\dfrac{1}{s}$ par deux fractions.

INDICE

Attention : surveille le sens en passant aux inverses. Écris $\dfrac{1}{9{,}5}$ et $\dfrac{1}{9{,}4}$ sous forme de fractions d'entiers.

3. 1 pts

Le nombre $N = \dfrac{100}{s}$ indique combien de fois le côté d'un carreau tient dans la longueur du mur. Encadrer N.

INDICE

Outil : $\dfrac{100}{s} = 100 \times \dfrac{1}{s}$; utilise la question 2.

4. 1,5 pts

Comparer $\dfrac{200}{19}$ et 10, puis $\dfrac{500}{47}$ et 11. Combien de carreaux le carreleur doit-il poser pour couvrir toute la longueur du mur ?

INDICE

Méthode : étudie le signe de la différence $\dfrac{200}{19} - 10$, puis celui de $11 - \dfrac{500}{47}$.

5. 1 pts

Le carreleur pourrait choisir un autre modèle : des carreaux carrés d'aire 105 cm², de côté d cm. Comparer d et 10, puis dire si dix carreaux de ce modèle suffisent pour couvrir le mur.

INDICE

Piste : compare les carrés, puis compare la longueur de dix carreaux posés bord à bord à 100 cm.

Exercice 5 5 pts

Le nombre de niveaux d'un immeuble

Un géomètre mesure la hauteur totale H d'un immeuble surmonté d'une antenne, puis la hauteur a de l'antenne seule, en mètres : $31{,}6 \leq H \leq 32$ et $2{,}8 \leq a \leq 3{,}1$. La hauteur de l'immeuble sans l'antenne est $h = H - a$.

1. 0,5 pts

Encadrer $-a$.

INDICE

Début : demande-toi par quel nombre on multiplie a pour obtenir $-a$.

2. 1 pts

En déduire un encadrement de la hauteur h de l'immeuble sans l'antenne.

INDICE

Outil : écris h comme la somme de H et de $-a$.

3. 1 pts

Peut-on affirmer que l'antenne mesure moins du dixième de la hauteur totale, c'est-à-dire que $a < \dfrac{H}{10}$?

INDICE

Piste : encadre $\dfrac{H}{10}$, puis cherche un nombre compris entre a et $\dfrac{H}{10}$.

4. 1,5 pts

L'immeuble compte n niveaux, tous de même hauteur e, avec $2{,}9 \leq e \leq 3$, en mètres ; on a donc $n = \dfrac{h}{e}$. Encadrer n.

INDICE

Piste : un quotient de nombres strictement positifs s'encadre en passant par un inverse.

5. 1 pts

Le nombre n est un entier. Combien l'immeuble compte-t-il de niveaux ?

INDICE

Piste : compare $\dfrac{292}{29}$ et 11 en multipliant par 29, puis cherche les entiers compris entre les bornes.