BURHAN

Calcul numérique : identités remarquables et puissances : exercices, niveau examen

3ème Année Collège · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/identites-remarquables-et-puissances/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Calcul numérique : identités remarquables et puissances	Niveau examen	5

Exercice 1 — 5 pts

Deux écritures d'une même expression

On considère l'expression $E = (x-6)^2 - 16$.

1. — 1,5 pts

Développer et réduire E.

INDICE

Outil : le carré d'une différence, avec $a = x$ et $b = 6$.

2. — 1,5 pts

Écrire 16 comme un carré. En déduire une factorisation de E.

INDICE

Début : E est une différence de deux carrés, avec $a = x - 6$.

Point délicat : réduis chaque facteur à la fin.

3. — 1 pts

Calculer E pour $x = \sqrt{2}$, en utilisant la forme développée.

INDICE

Début : $\left(\sqrt{2}\right)^2 = 2$.

4. — 1 pts

Calculer E pour $x = 106$, sans calculatrice. Choisir l'écriture de E la plus adaptée.

INDICE

Début : choisis l'écriture de E qui donne un produit simple.

Outil : un calcul astucieux avec un nombre rond.

Exercice 2 5 pts

Deux nombres conjugués

On pose $a = \sqrt{5} + 2$ et $b = \sqrt{5} - 2$. Comme $5 > 4$, on a $\sqrt{5} > 2$: les nombres a et b sont donc strictement positifs.

1. 1 pts

Calculer le produit $a \times b$.

INDICE

Outil : le produit d'une somme par une différence.

2. 1 pts

En divisant par a les deux membres de l'égalité de la question 1, en déduire l'écriture de $\dfrac{1}{a}$ sans racine carrée au dénominateur.

INDICE

Début : a est strictement positif, donc il n'est pas nul.

Ensuite : $\dfrac{a \times b}{a} = b$.

3. 1,5 pts

Calculer a^2 et b^2.

INDICE

Outil : le carré d'une somme pour a^2, le carré d'une différence pour b^2.

4. 1,5 pts

En déduire $a^2 + b^2$. Calculer ensuite $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}$, en divisant cette fois par b l'égalité $a \times b = 1$.

INDICE

Début : les termes en $\sqrt{5}$ s'éliminent.

Ensuite : comme à la question 2, b n'est pas nul et $\dfrac{a \times b}{b} = a$.

Exercice 3 5 pts

Des vidéos stockées sur un serveur

Une vidéo occupe $1{,}2 \times 10^{9}$ octets. Un serveur peut stocker $4{,}8 \times 10^{13}$ octets.

1. 1 pts

Écrire $A = \dfrac{10^{5} \times 10^{-3}}{10^{-4}}$ sous la forme d'une puissance de 10.

INDICE

Outil : le produit, puis le quotient de puissances d'un même nombre.

2. 1,5 pts

Donner l'écriture scientifique de $B = \dfrac{24 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{7}}{4 \times 10^{2}}$.

INDICE

Début : regroupe les nombres 24, 5 et 4, puis les puissances de 10.

Point délicat : 30 n'est pas compris entre 1 et 10.

3. 1,5 pts

Calculer $\dfrac{4{,}8 \times 10^{13}}{1{,}2 \times 10^{9}}$ en écriture scientifique. En déduire le nombre de vidéos que ce serveur peut stocker au plus.

INDICE

Début : ce quotient divise la capacité du serveur par la taille d'une vidéo.

4. 1 pts

Un second serveur stocke $9{,}6 \times 10^{12}$ octets. Lequel des deux serveurs stocke le plus ? Combien de fois plus ?

INDICE

Outil : les deux capacités sont en écriture scientifique : compare d'abord les exposants.

Ensuite : calcule le quotient des deux capacités.

Exercice 4 — 5 pts

Un carré parfait et trois valeurs

On considère l'expression $F = 25x^2 - 30x + 9$.

1. — 1,5 pts

Factoriser F sous la forme du carré d'une expression du premier degré, en indiquant l'identité remarquable utilisée et la vérification du double produit.

INDICE

Début : $25 = 5^2$.

Point délicat : compare le double produit au terme $-30x$ pour choisir la bonne identité.

2. — 1 pts

En déduire la valeur de F pour $x = 21$, sans calculatrice.

INDICE

Début : utilise la forme factorisée.

Outil : écris $102 = 100 + 2$.

3. — 1 pts

Calculer F pour $x = \dfrac{3 + \sqrt{11}}{5}$.

INDICE

Début : calcule d'abord $5x$, puis $5x - 3$.

4. — 1,5 pts

Calculer F pour $x = 0{,}6008$. Donner le résultat en écriture scientifique.

INDICE

Début : $5 \times 0{,}6008 = 3{,}004$.

Ensuite : écris $5x - 3$ avec une puissance de 10, puis élève au carré.

Exercice 5 5 pts

Des puissances de 2 et de 5

On considère les nombres $A = 2^{6} \times 5^{9}$ et $B = 2^{-4} \times 5^{-6}$.

1. 1 pts

Écrire $2^{6} \times 5^{6}$ sous la forme d'une puissance de 10.

INDICE

Outil : la puissance d'un produit, lue de droite à gauche : $a^{n} \times b^{n} = (a \times b)^{n}$.

2. 1,5 pts

En déduire l'écriture scientifique de A, puis un ordre de grandeur de A.

INDICE

Début : écris $5^{9} = 5^{6} \times 5^{3}$.

Point délicat : 125 n'est pas compris entre 1 et 10.

3. 1,5 pts

Donner l'écriture scientifique de B.

INDICE

Début : écris $5^{-6} = 5^{-4} \times 5^{-2}$, puis regroupe $2^{-4} \times 5^{-4}$.

Ensuite : $5^{-2} = \dfrac{1}{25}$.

4. 1 pts

Calculer $A \times B$ à partir des écritures scientifiques. Contrôler ensuite le résultat en regroupant les puissances de 2 d'une part, de 5 d'autre part.

INDICE

Début : multiplie $1{,}25$ par 4, puis 10^{8} par 10^{-6}.

Ensuite : pour le contrôle, ajoute les exposants de chaque nombre.