BURHAN

Calcul numérique : identités remarquables et puissances : exercices, entraînement

3ème Année Collège · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/identites-remarquables-et-puissances/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Calcul numérique : identités remarquables et puissances	Entraînement	7

Exercice 1

Développer, réduire, puis contrôler

On pose $E = (x+9)^2 - (x-9)^2$ et $F = (x-10)^2 + (x+1)(x-1)$.

1.

Développer et réduire E.

INDICE

Outil : le carré d'une somme, puis le carré d'une différence.

Point délicat : garde des parenthèses autour de $(x-9)^2$ développé, à cause du signe moins.

2.

En déduire la valeur de E pour $x = 0{,}25$.

INDICE

Début : utilise la forme réduite trouvée à la question 1.

3.

Développer et réduire F.

INDICE

Outil : le carré d'une différence, puis le produit d'une somme par une différence.

4.

Contrôler le résultat de la question 3 en remplaçant x par 1 dans les deux écritures de F.

INDICE

Début : calcule d'abord $(1-10)^2$ et $(1+1)(1-1)$.

Exercice 2

Reconnaître l'identité avant de factoriser

1.

Factoriser $A = 121x^2 - 64$.

INDICE

Début : $121 = 11^2$ et $64 = 8^2$.

2.

Factoriser $B = (x + 6)^2 - 100$.

INDICE

Début : ici, le premier carré est celui de $x + 6$.

Point délicat : garde $x + 6$ entre parenthèses, puis réduis chaque facteur.

3.

Factoriser $C = x^2 - 22x + 121$.

INDICE

Outil : trois termes dont deux carrés : pense au carré d'une différence.

Ensuite : vérifie le double produit.

4.

Factoriser $D = 64x^2 - 16x + 1$.

INDICE

Début : écris $64x^2$ comme le carré de $8x$.

Exercice 3

Expression conjuguée et simplification

1.

Écrire $\dfrac{6}{\sqrt{6}+2}$ sans racine carrée au dénominateur, sous la forme la plus simple.

INDICE

Outil : l'expression conjuguée de $\sqrt{6}+2$ est $\sqrt{6}-2$.

Point délicat : simplifie la fraction par 2 à la fin.

2.

En déduire l'écriture la plus simple de $S = \dfrac{6}{\sqrt{6}+2} + 6$.

INDICE

Début : remplace la fraction par le résultat de la question 1.

3.

Écrire $\dfrac{5}{\sqrt{11}+\sqrt{6}}$ sans racine carrée au dénominateur.

INDICE

Outil : multiplie en haut et en bas par $\sqrt{11}-\sqrt{6}$.

Exercice 4

Plusieurs règles des puissances à la suite

Chaque expression s'écrit comme un entier. Applique une seule règle à chaque étape et nomme-la.

1.

Calculer $A = \dfrac{\left(4^{3}\right)^{2} \times 4^{-5}}{4^{-1}}$.

INDICE

Début : commence par la puissance d'une puissance.

Point délicat : diviser par 4^{-1} revient à retrancher -1 à l'exposant.

2.

Calculer $B = \dfrac{12^{5}}{4^{5} \times 3^{3}}$.

INDICE

Outil : la puissance d'un quotient, lue de droite à gauche : $\dfrac{12^{5}}{4^{5}} = \left(\dfrac{12}{4}\right)^{5}$.

3.

Calculer $C = \dfrac{9^{2} \times 27^{-1}}{3^{-2}}$.

INDICE

Début : écris 9 et 27 comme des puissances de 3.

Exercice 5

Le trajet de la lumière du Soleil

La lumière parcourt environ $300\,000\,000$ mètres par seconde. Le Soleil est à environ $150\,000\,000\,000$ mètres de la Terre. On cherche la durée du trajet de sa lumière jusqu'à nous.

1.

Écrire ces deux nombres en écriture scientifique.

INDICE

Début : compte les zéros après le premier chiffre, ou après 15.

2.

La durée du trajet, en secondes, est $t = \dfrac{1{,}5 \times 10^{11}}{3 \times 10^{8}}$. Écrire t en écriture scientifique.

INDICE

Outil : divise les nombres $1{,}5$ et 3, puis les puissances de 10.

Point délicat : $0{,}5$ n'est pas compris entre 1 et 10.

3.

Donner une valeur approchée de cette durée en minutes, au dixième près.

INDICE

Début : une minute dure 60 secondes. Utilise la calculatrice.

4.

Une heure dure $3\,600$ secondes. Écrire ce nombre en écriture scientifique, puis le comparer à t.

INDICE

Outil : pour deux écritures scientifiques, on compare d'abord les exposants.

Exercice 6

Trois calculs de synthèse

1.

Calculer $A = \dfrac{3}{4} - \dfrac{1}{4} \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^{-1}$ et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

INDICE

Début : $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-1}$ est l'inverse de $\dfrac{2}{3}$.

Point délicat : le produit passe avant la différence.

2.

Calculer $B = \left(\sqrt{2}+1\right)^2 - \sqrt{8}$.

INDICE

Outil : le carré d'une somme.

Ensuite : écris $\sqrt{8}$ sous la forme $a\sqrt{2}$.

3.

Calculer $C = \dfrac{10^{-2} \times 10^{5}}{10^{4}} + \sqrt{50} \times \sqrt{2}$, et donner le résultat sous forme décimale.

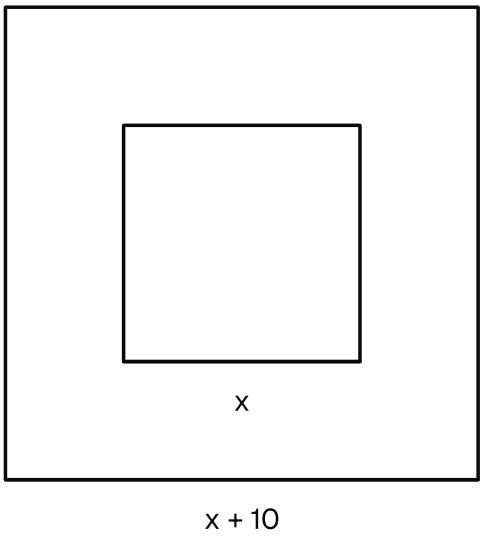
INDICE

Outil : les règles des puissances, puis $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ pour a et b positifs.

Exercice 7

Une place pavée autour d'une fontaine

Une place carrée a pour côté $x + 10$ mètres. En son centre, une fontaine carrée a pour côté x mètres. Le reste de la place est pavé.



Vue de dessus de la place de côté x + 10 et de la fontaine carrée de côté x en son milieu ; tout ce qui entoure la fontaine est pavé.

1.

Écrire l'aire pavée P, en mètres carrés, à l'aide de x.

INDICE

Début : l'aire pavée est l'aire de la place moins celle de la fontaine.

2.

Développer et réduire P.

INDICE

Outil : le carré d'une somme.

3.

Factoriser P à l'aide d'une identité remarquable, puis vérifier que l'on retrouve le résultat de la question 2.

INDICE

Outil : P est une différence de deux carrés, avec $a = x + 10$ et $b = x$.

4.

La fontaine a pour côté 6 m. Le pavage coûte 85 dirhams le mètre carré. Calculer le prix du pavage.

INDICE

Début : remplace x par 6 dans la forme réduite de P.