BURHAN

Calcul numérique : identités remarquables et puissances : exercices, application

3ème Année Collège · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/identites-remarquables-et-puissances/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Calcul numérique : identités remarquables et puissances	Application	8

Exercice 1

L'aire d'une terrasse carrée

Une terrasse carrée a pour côté $x + 4$ mètres, où x est un nombre positif. Son aire, en mètres carrés, est $(x + 4)^2$.

1.

Développer l'aire $(x + 4)^2$ de la terrasse.

INDICE

Outil : le carré d'une somme.

Début : ici, $a = x$ et $b = 4$.

2.

Développer de même $(6x + 1)^2$.

INDICE

Outil : la même identité, avec $a = 6x$ et $b = 1$.

Point délicat : le carré de $6x$ s'écrit $(6x)^2$.

Exercice 2

Un terrain plus long que large

Un terrain a la forme d'un rectangle. Il mesure $x + 6$ mètres de long et $x - 6$ mètres de large, avec $x > 6$.

1.

Développer l'aire $(x + 6)(x - 6)$ du terrain.

INDICE

Outil : le produit d'une somme par une différence, avec $a = x$ et $b = 6$.

2.

Calculer l'aire du terrain pour $x = 10$, de deux façons.

INDICE

Début : calcule la longueur et la largeur.

Ensuite : remplace x par 10 dans la forme développée.

3.

Question indépendante. Développer $(9x - 4)^2$.

INDICE

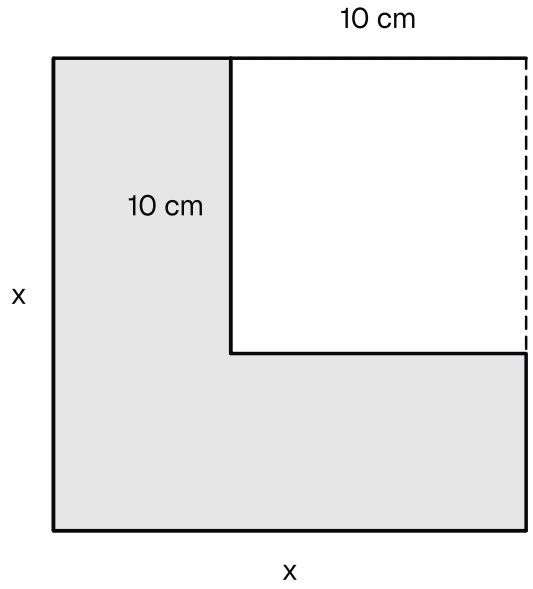
Outil : le carré d'une différence, avec $a = 9x$ et $b = 4$.

Point délicat : le double produit est précédé du signe moins.

Exercice 3

Un motif découpé dans un carreau

Un carreau de faïence carré a pour côté x centimètres, avec $x > 10$. On y découpe un petit carré de côté 10 cm pour poser un motif. L'aire qui reste vaut $x^2 - 100$ centimètres carrés.



Le carreau de côté x, privé dans un coin du petit carré de 10 cm : la partie teintée est l'aire qui reste.

1.

Écrire 100 comme un carré, puis factoriser $x^2 - 100$.

INDICE

Outil : le produit d'une somme par une différence, lu de droite à gauche : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

2.

Écrire $16x^2$ et 81 comme des carrés. En déduire une factorisation de $16x^2 - 81$.

INDICE

Début : $16 = 4^2$, donc $16x^2 = (4x)^2$.

3.

Contrôler le résultat de la question 2 en développant.

INDICE

Outil : le produit d'une somme par une différence, cette fois de gauche à droite.

Exercice 4

Reconnaître un carré parfait

1.

Factoriser $x^2 + 12x + 36$.

INDICE

Début : écris 36 comme un carré.

Ensuite : vérifie que $12x$ est bien le double produit.

2.

Factoriser $16x^2 - 40x + 25$.

INDICE

Début : $16x^2 = (4x)^2$ et $25 = 5^2$.

Point délicat : le terme du milieu est précédé du signe moins.

Exercice 5

Le calcul mental du caissier

Un caissier n'a pas de calculatrice. Il utilise les identités remarquables pour calculer de tête.

1.

Calculer 99^2.

INDICE

Début : écris $99 = 100 - 1$.

Outil : le carré d'une différence.

2.

Calculer $1\,001^2$.

INDICE

Début : écris $1\,001 = 1\,000 + 1$.

Outil : le carré d'une somme.

3.

Un client achète 68 articles à 72 dirhams chacun. Calculer le prix total 68×72.

INDICE

Début : 68 et 72 sont à égale distance de 70.

Outil : le produit d'une somme par une différence.

Exercice 6

Des dénominateurs sans racine carrée

1.

Écrire $\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ sans racine carrée au dénominateur.

INDICE

Outil : l'expression conjuguée de $\sqrt{2}-1$ est $\sqrt{2}+1$.

Début : vérifie d'abord que le dénominateur n'est pas nul.

2.

Écrire $\dfrac{4}{3+\sqrt{5}}$ sans racine carrée au dénominateur.

INDICE

Outil : multiplie en haut et en bas par $3-\sqrt{5}$.

Point délicat : simplifie la fraction à la fin.

Exercice 7

Des photos sur une clé USB

En informatique, les tailles de mémoire s'écrivent avec des puissances de 2. Une clé USB peut stocker 2^{35} octets. Une photo occupe 2^{22} octets.

1.

Combien de photos la clé peut-elle contenir au plus ? Donner le résultat sous la forme d'une puissance de 2, puis sous la forme d'un entier.

INDICE

Outil : le quotient de puissances d'un même nombre.

2.

Écrire $\left(2^{10}\right)^{3}$ sous la forme d'une puissance de 2.

INDICE

Outil : la puissance d'une puissance : on multiplie les exposants.

3.

Calculer $2^{-3}\times 2^{5}$.

INDICE

Outil : le produit de puissances d'un même nombre.

Point délicat : l'exposant -3 est négatif.

Exercice 8

Une population et un grain de sable

Le Maroc compte environ $36\,800\,000$ habitants. Un gros grain de sable pèse environ $0{,}000\,67$ gramme.

1.

Écrire $36\,800\,000$ en écriture scientifique.

INDICE

Début : place la virgule après le premier chiffre, puis compte les rangs.

2.

Écrire $0{,}000\,67$ en écriture scientifique.

INDICE

Point délicat : pour un nombre plus petit que 1, l'exposant est négatif.

3.

Comparer $3{,}68 \times 10^{7}$ et $9{,}1 \times 10^{6}$.

INDICE

Outil : pour deux écritures scientifiques, on compare d'abord les exposants.