BURHAN

Géométrie analytique : exercices, niveau examen

3ème Année Collège · Mathématiques

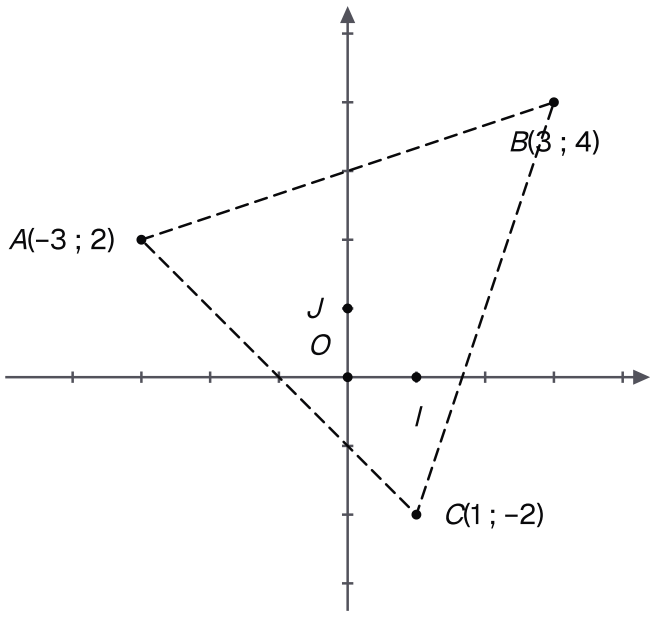
Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/geometrie-analytique/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Géométrie analytique	Niveau examen	5

Exercice 1 5 pts

Trois fontaines et un massif de fleurs

Le plan d'un jardin public est muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$. Trois fontaines sont placées aux points $A(-3; 2)$, $B(3; 4)$ et $C(1; -2)$.



Les trois fontaines du jardin public, placées dans le repère (O ; I ; J).

1. 1 pts

Placer les points A, B et C. Calculer les longueurs AB, BC et AC, sous forme simplifiée.

INDICE

Outil : la formule de la distance, valable dans un repère orthonormé.

Point délicat : cherche un carré parfait dans le nombre sous la racine.

2. 0,5 pts

En déduire la nature du triangle ABC.

INDICE

Outil : compare les trois longueurs de la question 1.

3. 1 pts

Soit K le milieu de $[AC]$. Calculer ses coordonnées. Calculer ensuite les coordonnées du point D tel que K soit aussi le milieu de $[BD]$.

INDICE

Outil : la formule du milieu.

Ensuite : pour D, écris la formule du milieu de $[BD]$ avec x_D et y_D inconnus.

4. 1,5 pts

Déterminer les équations réduites des droites (AC) et (BK). Les droites (AC) et (BK) sont-elles perpendiculaires ?

INDICE

Début : pour chaque droite, calcule le coefficient directeur avec deux de ses points.

Ensuite : calcule le produit des deux coefficients directeurs.

5. 1 pts

On veut planter un massif de fleurs ayant la forme du quadrilatère $ABCD$. Quelle est la nature de ce quadrilatère ? Justifier.

INDICE

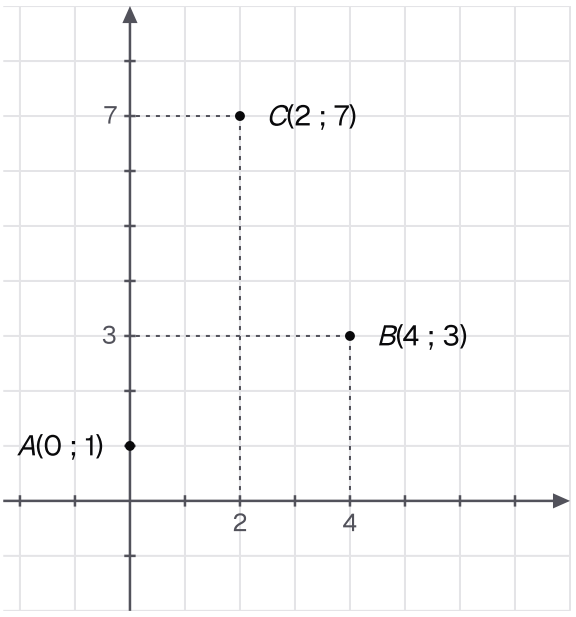
Outil : un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu est un parallélogramme.

Point délicat : utilise aussi la question 2.

Exercice 2 — 5 pts

Une ferme près d'une route

On représente une région sur une carte, dans un repère orthonormé dont l'unité vaut un kilomètre. Une route rectiligne passe par les villages $A(0;1)$ et $B(4;3)$. Une ferme est située au point $C(2;7)$.



Sur la carte, les deux villages A et B traversés par la route, et la ferme C.

1. — 1 pts

Placer les points A, B et C. Déterminer l'équation réduite de la droite (AB).

INDICE

Outil : la formule du coefficient directeur à partir de deux points.

Point délicat : l'abscisse de A est nulle ; que vaut alors l'ordonnée à l'origine ?

2. — 0,5 pts

Le village $E(6;4)$ est-il sur la route ? Tracer la droite (AB).

INDICE

Outil : remplace x par l'abscisse de E dans l'équation de (AB).

3. — 1 pts

Déterminer l'équation réduite de la droite (Δ) perpendiculaire à (AB) et passant par la ferme C.

INDICE

Outil : dans un repère orthonormé, le produit des coefficients de deux droites perpendiculaires vaut -1.

Ensuite : trouve l'ordonnée à l'origine avec C.

4. 1 pts

Vérifier que le village B est sur la droite (Δ). En déduire la nature du triangle ABC.

INDICE

Début : remplace x par 4 dans l'équation de (Δ).

Ensuite : la droite (Δ) est alors la droite (BC).

5. 1 pts

Le fermier veut construire le chemin le plus court possible entre la ferme et la route. En quel point ce chemin rejoint-il la route ? Calculer sa longueur.

INDICE

Outil : la distance d'un point à une droite se mesure sur la perpendiculaire menée de ce point à la droite.

Ensuite : utilise la question 4.

6. 0,5 pts

Calculer l'aire du triangle ABC.

INDICE

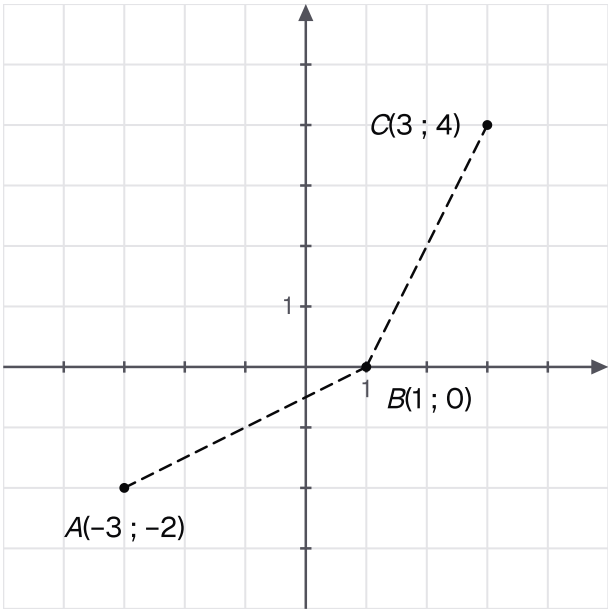
Début : calcule AB.

Outil : dans un triangle rectangle, l'aire est la moitié du produit des côtés de l'angle droit.

Exercice 3 — 5 pts

Un personnage de jeu vidéo

L'écran d'un jeu vidéo est muni d'un repère orthonormé. Un personnage se déplace entre les points $A(-3;-2)$, $B(1;0)$ et $C(3;4)$.



Les trois positions A, B et C du personnage sur l'écran du jeu.

1. — 1 pts

Placer les trois points. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$. Comparer avec les coordonnées de $\overrightarrow{AC}$.

INDICE

Outil : arrivée moins départ, puis la formule de la somme.

Ensuite : pense à la relation de Chasles.

2. — 1 pts

Le personnage, placé en C, subit la translation qui transforme A en B. Il arrive au point D. Calculer les coordonnées de D, puis donner la nature du quadrilatère $ABDC$.

INDICE

Outil : l'image de C par la translation qui transforme A en B est le point D tel que $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}$.

Début : écris les coordonnées de $\overrightarrow{CD}$ avec celles de D.

3. 0,5 pts

Déterminer l'équation réduite de la droite (AB), puis tracer cette droite.

INDICE

Outil : la formule du coefficient directeur.

Ensuite : pour le tracé, choisis deux abscisses qui donnent des ordonnées simples.

4. 1,5 pts

En déduire l'équation réduite de la droite (CD), sans utiliser la formule du coefficient directeur. Vérifier que D est sur cette droite.

INDICE

Début : dans le parallélogramme $ABDC$, les côtés $[AB]$ et $[CD]$ sont parallèles.

Ensuite : utilise le point C pour trouver l'ordonnée à l'origine.

5. 1 pts

Le concepteur du jeu affirme que $ABDC$ est un rectangle. A-t-il raison ? Choisir une méthode et justifier, sans calculer les longueurs des quatre côtés.

INDICE

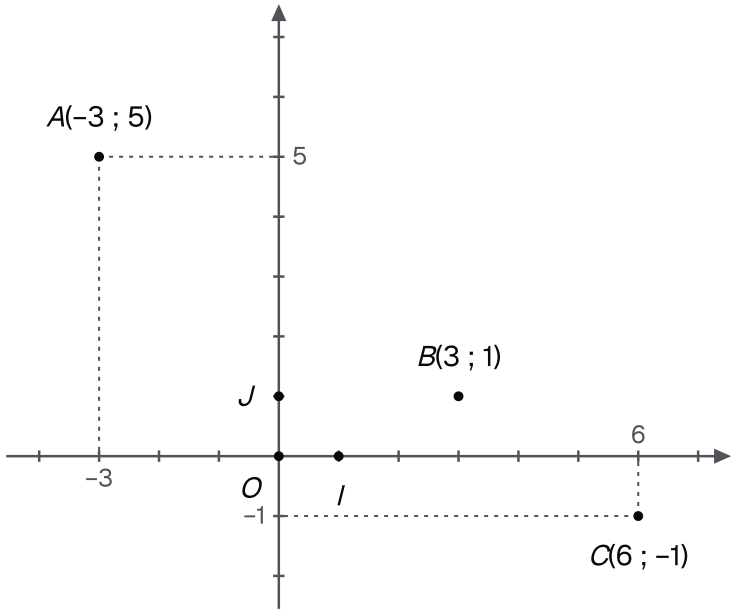
Début : rappelle-toi à quelle condition un parallélogramme est un rectangle.

Ensuite : choisis un calcul qui réutilise un résultat déjà obtenu.

Exercice 4 5 pts

Les stations d'une ligne de tramway

Le plan d'une ville est muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ dont l'unité vaut un kilomètre. Une ligne de tramway rectiligne part de la station $A(-3; 5)$ et passe par la station $B(3; 1)$. On projette une troisième station au point $C(6; -1)$.



Les stations A et B de la ligne de tramway, et la station projetée C.

1. 1 pts

Placer les points A, B et C. Déterminer l'équation réduite de la droite (AB), que suit la ligne.

INDICE

Outil : la formule du coefficient directeur à partir de deux points.

Point délicat : simplifie la fraction obtenue, sans perdre son signe.

2. 0,5 pts

En déduire si la station C est sur la ligne, c'est-à-dire si les points A, B et C sont alignés. Tracer la droite (AB).

INDICE

Outil : remplace x par l'abscisse de C dans l'équation de la question 1.

Ensuite : pour le tracé, cherche le point de la droite d'abscisse 0.

3. 1 pts

Calculer les longueurs AB, BC et AC, sous forme simplifiée.

INDICE

Outil : la formule de la distance, valable dans un repère orthonormé.

Point délicat : cherche un carré parfait dans le nombre sous la racine.

4. 1,5 pts

La ligne croise une avenue rectiligne qui suit l'axe des abscisses. Calculer les coordonnées du point de croisement P, puis la longueur BP sous forme simplifiée.

INDICE

Début : quelle est l'ordonnée de P, situé sur l'axe des abscisses ?

Ensuite : écris l'équation obtenue avec l'équation de (AB).

Point délicat : pour BP, pense à la racine carrée d'un quotient.

5. 1 pts

La société de tramway veut ajouter une seule nouvelle station F sur la ligne, pour que les quatre stations soient régulièrement espacées : deux stations voisines sont toujours à la même distance. Où placer F ? Justifier.

INDICE

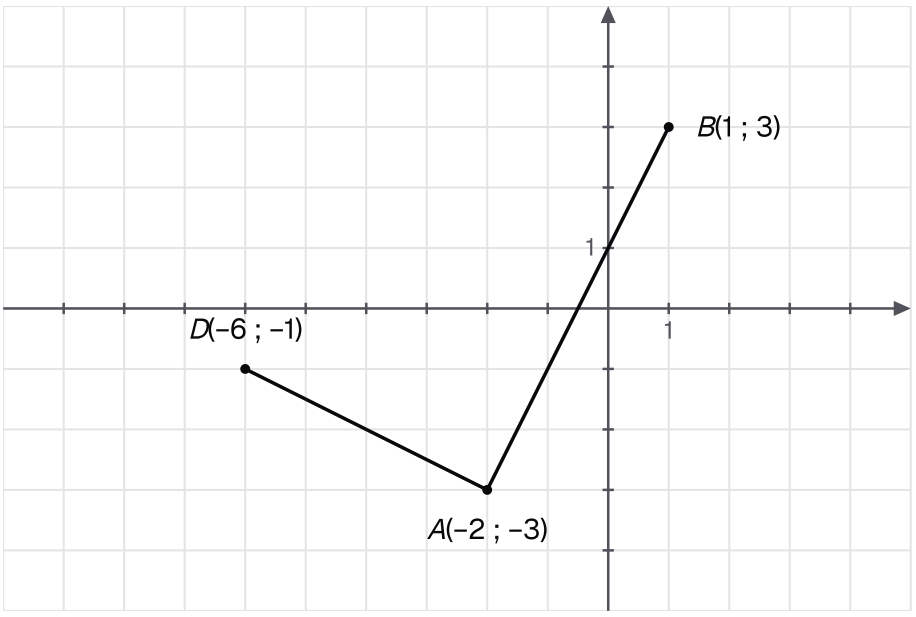
Début : compare les longueurs AB et BC de la question 3.

Ensuite : cherche entre quelles stations la nouvelle doit se placer.

Exercice 5 — 5 pts

Le bassin d'une piscine

Le plan d'un centre de loisirs est muni d'un repère orthonormé dont l'unité vaut un mètre. On y dessine le bord d'un bassin de piscine. Trois de ses coins sont les points $A(-2;-3)$, $B(1;3)$ et $D(-6;-1)$.



Les trois coins connus du bassin : A, B et D.

1. — 1 pts

Placer les points A, B et D. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$, puis les longueurs AB et AD sous forme simplifiée.

INDICE

Outil : arrivée moins départ pour un vecteur, puis la formule de la distance, valable dans un repère orthonormé.

Point délicat : cherche un carré parfait dans le nombre sous la racine.

2. — 1 pts

Déterminer l'équation réduite de la droite (AB) et le coefficient directeur de la droite (AD). En déduire la nature de l'angle du bassin au coin A.

INDICE

Outil : la formule du coefficient directeur.

Ensuite : calcule le produit des deux coefficients directeurs.

3. 0,5 pts

Le quatrième coin du bassin est le point $C(-4;3)$. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{DC}$. Le quadrilatère $ABCD$ est-il un parallélogramme ?

INDICE

Outil : $ABCD$ est un parallélogramme si, et seulement si, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

4. 1,5 pts

Les côtés $[AB]$ et $[DC]$ sont-ils parallèles ? Et les côtés $[AD]$ et $[BC]$? En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

INDICE

Début : compare les coefficients directeurs de (DC) et de (AB).

Point délicat : les points B et C ont la même ordonnée.

5. 1 pts

Calculer l'aire du bassin, en mètres carrés.

INDICE

Début : calcule la longueur DC.

Ensuite : cherche, dans la figure, un côté dont la longueur est la hauteur du trapèze.