BURHAN

Les fonctions linéaires : exercices, entraînement

3ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/fonctions-lineaires/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Les fonctions linéaires	Entraînement	7

Exercice 1

Un tableau de proportionnalité

Une grandeur y dépend d'une grandeur x selon le tableau suivant.

x	2	5	8
y	$4{,}6$	$11{,}5$	$18{,}4$

1

Vérifie que y est proportionnelle à x et donne le coefficient de proportionnalité.

INDICE

Outil : calcule le quotient $\dfrac{y}{x}$ dans chaque colonne.

CORRIGÉ

On calcule le quotient $\dfrac{y}{x}$ dans chaque colonne du tableau :

- $\dfrac{4{,}6}{2} = 2{,}3$;
- $\dfrac{11{,}5}{5} = 2{,}3$;
- $\dfrac{18{,}4}{8} = 2{,}3$.

Conclusion. Les trois quotients sont égaux : y est proportionnelle à x, et le coefficient de proportionnalité est $2{,}3$.

2

Écris la fonction linéaire f qui associe y à x, puis calcule $f(12)$.

INDICE

Début : le coefficient de f est le coefficient de proportionnalité trouvé à la question 1.

CORRIGÉ

D'après la question 1, le coefficient de f est $2{,}3$: pour tout nombre x, $f(x) = 2{,}3x$.

On calcule l'image de 12 :

$$f(12) = 2{,}3 \times 12 = 27{,}6.$$

Conclusion. La fonction est définie par $f(x) = 2{,}3x$, et l'image de 12 est $27{,}6$.

3

Quelle valeur de x donne $y = 34{,}5$?

INDICE

Outil : résous l'équation $2{,}3x = 34{,}5$.

CORRIGÉ

On cherche x tel que $f(x) = 34{,}5$, c'est-à-dire $2{,}3x = 34{,}5$. On divise les deux membres par $2{,}3$:

$$x = \frac{34{,}5}{2{,}3} = 15.$$

Vérification. $2{,}3 \times 15 = 34{,}5$.

Conclusion. La valeur $x = 15$ donne $y = 34{,}5$.

Exercice 2

Une droite connue par un point

Sur un graphique, Yassine a tracé une droite (L) qui passe par l'origine O. Il sait qu'elle passe aussi par le point $K(-6;9)$. Cette droite représente une fonction linéaire r.

1

Détermine l'expression de $r(x)$.

INDICE

Outil : utilise les coordonnées de K, qui est distinct de O.

CORRIGÉ

La droite (L) passe par O et représente la fonction linéaire r. Il existe donc un nombre a tel que, pour tout nombre x, $r(x) = ax$.

Le point $K(-6;9)$ est sur (L), donc $r(-6) = 9$, soit $-6a = 9$. Comme K est distinct de O, son abscisse n'est pas nulle : on peut diviser par elle.

$$a = \frac{9}{-6} = -1{,}5.$$

Vérification. $-1{,}5 \times (-6) = 9$.

Conclusion. Pour tout nombre x, $r(x) = -1{,}5x$.

2

Les points $S(4;-6)$ et $T(-2;-3)$ sont-ils sur (L) ?

INDICE

Début : calcule $r(4)$ et $r(-2)$, puis compare aux ordonnées.

CORRIGÉ

Pour chaque point, on compare l'image de son abscisse à son ordonnée.

Le point S. On calcule l'image de 4 :

$$r(4) = -1{,}5 \times 4 = -6.$$

C'est l'ordonnée de S : le point S est sur (L).

Le point T. On calcule l'image de -2 :

$$\begin{aligned} r(-2) &= -1{,}5 \times (-2) \\ &= 3. \end{aligned}$$

L'ordonnée de T est -3, et $3 \neq -3$: le point T n'est pas sur (L).

Conclusion. Le point S est sur (L), mais le point T n'y est pas.

3

Calcule l'ordonnée du point de (L) dont l'abscisse vaut 10.

INDICE

Outil : cette ordonnée est l'image de 10 par r.

CORRIGÉ

L'ordonnée cherchée est l'image de 10 par r :

$$\begin{aligned} r(10) &= -1{,}5 \times 10 \\ &= -15. \end{aligned}$$

Conclusion. Le point de (L) d'abscisse 10 a pour ordonnée -15.

Exercice 3

Linéaire ou non ?

Voici trois situations. Dans chacune, x est un nombre positif.

- Situation 1 : le prix, en dirhams, de x kg de tomates vendues 9 dirhams le kilogramme.
- Situation 2 : le prix, en dirhams, d'une course de taxi de x km, avec 7 dirhams de prise en charge et 3 dirhams par kilomètre.
- Situation 3 : le volume, en cm^3, d'un cube d'arête x cm.

1

Pour chaque situation, écris le nombre obtenu en fonction de x.

INDICE

Début : pour le taxi, ajoute la prise en charge au prix des kilomètres parcourus.

CORRIGÉ

- Situation 1 : x kg de tomates coûtent $9x$ dirhams.
- Situation 2 : les kilomètres coûtent $3x$ dirhams, auxquels s'ajoutent 7 dirhams de prise en charge, soit $3x + 7$ dirhams.
- Situation 3 : le volume du cube vaut $x \times x \times x = x^3$, en cm^3.

Conclusion. Les trois nombres obtenus sont $9x$, $3x + 7$ et x^3.

2

Laquelle de ces situations se traduit par une fonction linéaire ? Justifie en calculant des images bien choisies.

INDICE

Outil : pour une fonction linéaire, le quotient $\dfrac{\text{image}}{\text{nombre}}$ est le même pour tous les nombres non nuls.

CORRIGÉ

Pour une fonction linéaire $x \mapsto ax$, le quotient de l'image par le nombre vaut a pour tout nombre non nul. Deux quotients différents suffisent donc à montrer qu'une situation n'est pas linéaire.

Situation 1. La fonction $x \mapsto 9x$ est linéaire, de coefficient 9.

Situation 2. Une course de 1 km coûte $3 \times 1 + 7 = 10$ dirhams. Une course de 2 km coûte $3 \times 2 + 7 = 13$ dirhams. Les quotients $\dfrac{10}{1} = 10$ et $\dfrac{13}{2} = 6{,}5$ sont différents : cette situation n'est pas linéaire.

Situation 3. L'arête 1 donne le volume 1, et l'arête 2 donne 8. Les quotients $\dfrac{1}{1} = 1$ et $\dfrac{8}{2} = 4$ sont différents : cette situation n'est pas linéaire.

Conclusion. Seule la situation 1 se traduit par une fonction linéaire.

Exercice 4

Un train à vitesse constante

Un train roule à la vitesse constante de 96 km par heure. On note x la durée du trajet, en heures, et $d(x)$ la distance parcourue, en km.

1

La distance est-elle proportionnelle à la durée ? Écris $d(x)$ en fonction de x.

INDICE

Outil : à vitesse constante, la distance est le produit de la vitesse par la durée.

CORRIGÉ

À vitesse constante, la distance parcourue est le produit de la vitesse par la durée. En x heures, le train parcourt $96 \times x$ km. Pour tout nombre positif x :

$$d(x) = 96x.$$

Conclusion. La distance est proportionnelle à la durée : d est la fonction linéaire de coefficient 96.

2

Quelle distance le train parcourt-il en 2 h 15 min ?

INDICE

Point délicat : convertis d'abord la durée en heures ; 15 min font un quart d'heure.

CORRIGÉ

Conversion. 15 min font $\dfrac{15}{60} = 0{,}25$ h. La durée du trajet vaut donc $2{,}25$ h.

Calcul. La distance est l'image de $2{,}25$ par d :

$$\begin{aligned} d(2{,}25) &= 96 \times 2{,}25 \\ &= 216. \end{aligned}$$

Conclusion. En 2 h 15 min, le train parcourt 216 km.

3

Combien de temps faut-il au train pour parcourir 336 km ? Donne la réponse en heures et minutes.

INDICE

Outil : cherche le nombre dont l'image par d est 336.

CORRIGÉ

On cherche la durée x telle que $d(x) = 336$, c'est-à-dire $96x = 336$. On divise les deux membres par 96 :

$$x = \frac{336}{96} = 3{,}5.$$

La durée vaut $3{,}5$ h, c'est-à-dire 3 h et une demi-heure. Or $0{,}5$ h font 30 min.

Vérification. $96 \times 3{,}5 = 336$.

Conclusion. Il faut 3 h 30 min au train pour parcourir 336 km.

Exercice 5

Lire une carte

Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{200\,000}$, une longueur de 1 cm représente $200\,000$ cm sur le terrain. On note x une longueur mesurée sur la carte, en cm.

1

Convertis $200\,000$ cm en km. Écris la fonction linéaire g qui donne la distance réelle, en km, en fonction de x.

INDICE

Rappel : 1 km vaut $100\,000$ cm.

CORRIGÉ

Conversion. Comme 1 km vaut $100\,000$ cm, on divise par $100\,000$: $\frac{200\,000}{100\,000} = 2$. Ainsi $200\,000$ cm font 2 km.

Fonction. Chaque centimètre de la carte représente 2 km sur le terrain. Une longueur de x cm sur la carte représente donc $2x$ km.

Conclusion. $200\,000$ cm font 2 km, et la fonction cherchée est $g : x \mapsto 2x$.

2

Sur la carte, deux villages sont distants de $13{,}5$ cm. Quelle est leur distance réelle ?

INDICE

Outil : calcule l'image de $13{,}5$ par g.

CORRIGÉ

La distance réelle est l'image de $13{,}5$ par g :

$$g(13{,}5) = 2 \times 13{,}5 = 27.$$

Conclusion. Les deux villages sont à 27 km l'un de l'autre.

3

À vol d'oiseau, deux sommets sont éloignés de 45 km. Quelle longueur les sépare sur la carte ?

INDICE

Outil : cherche le nombre dont l'image par g est 45.

CORRIGÉ

On cherche la longueur x telle que $g(x) = 45$, c'est-à-dire $2x = 45$. On divise les deux membres par 2 :

$$x = \frac{45}{2} = 22{,}5.$$

Conclusion. Sur la carte, les deux sommets sont séparés de $22{,}5$ cm.

Exercice 6

Les soldes

Pendant les soldes, un magasin baisse tous ses prix de 30 pour cent.

1

Écris la fonction linéaire s qui donne le prix soldé, en dirhams, d'un article affiché x dirhams avant les soldes.

INDICE

Outil : une baisse de t pour cent correspond au coefficient $1 - \dfrac{t}{100}$.

CORRIGÉ

Après une baisse de 30 pour cent, un prix x devient $x - \dfrac{30}{100}x$. Le coefficient vaut donc

$$1 - \frac{30}{100} = 0{,}7.$$

Conclusion. Le prix soldé est donné par la fonction $s : x \mapsto 0{,}7x$.

2

Calcule le prix soldé d'une veste affichée à 460 dirhams.

INDICE

Outil : calcule l'image de 460 par s.

CORRIGÉ

Le prix soldé de la veste est l'image de 460 par s :

$$\begin{aligned} s(460) &= 0{,}7 \times 460 \\ &= 322. \end{aligned}$$

Conclusion. La veste soldée coûte 322 dirhams.

3

Après la remise, un sac coûte 245 dirhams. Quel était son prix avant les soldes ?

INDICE

Outil : 245 dirhams est le prix après la remise, donc une image : résous $0{,}7x = 245$. Ne multiplie pas 245 par $0{,}7$.

CORRIGÉ

Le prix de 245 dirhams est obtenu après la remise : c'est une image par s. On cherche le prix initial x tel que $s(x) = 245$, c'est-à-dire $0{,}7x = 245$.

On divise les deux membres par $0{,}7$:

$$x = \frac{245}{0{,}7} = 350.$$

Vérification. $0{,}7 \times 350 = 245$.

Conclusion. Avant les soldes, le sac coûtait 350 dirhams.

Exercice 7

Lecture contrôlée par le calcul

On considère la fonction linéaire $q : x \mapsto -0{,}4x$. Dans un repère d'origine O, prends 1 cm pour unité sur chaque axe.

1

Calcule $q(5)$, puis trace la représentation graphique de q sur ta copie.

INDICE

Début : la droite passe par O, et le point d'abscisse 5 a une ordonnée entière.

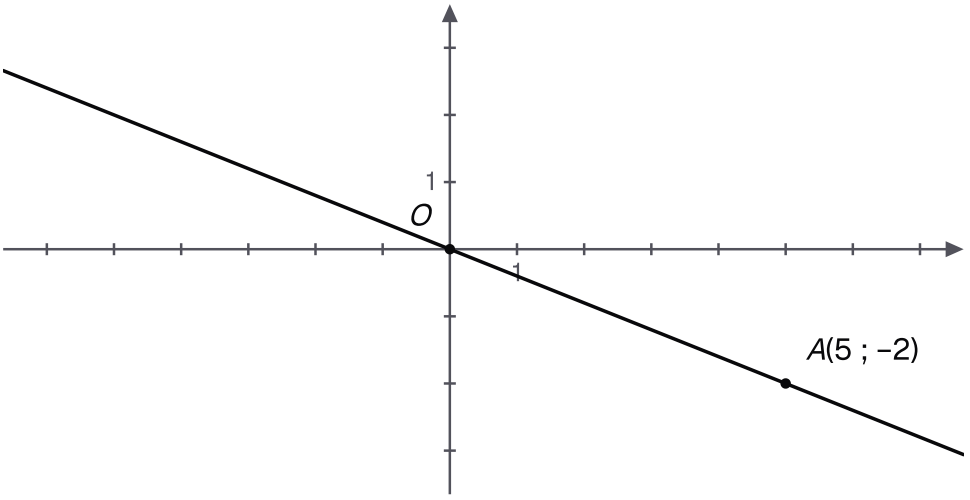
CORRIGÉ

Calcul. On remplace x par 5 :

$$q(5) = -0{,}4 \times 5 = -2.$$

Tracé. La représentation graphique de q est une droite qui passe par l'origine. On trace la droite qui passe par $O(0;0)$ et par $A(5;-2)$.

Conclusion. On a $q(5) = -2$; la représentation graphique de q est la droite qui passe par O et par $A(5;-2)$.



La représentation graphique de q : la droite qui passe par O et par A(5 ; -2).

2

Lis sur ton graphique l'image de 3, puis contrôle-la par le calcul.

INDICE

Point délicat : une lecture est approchée ; seul le calcul donne la valeur exacte.

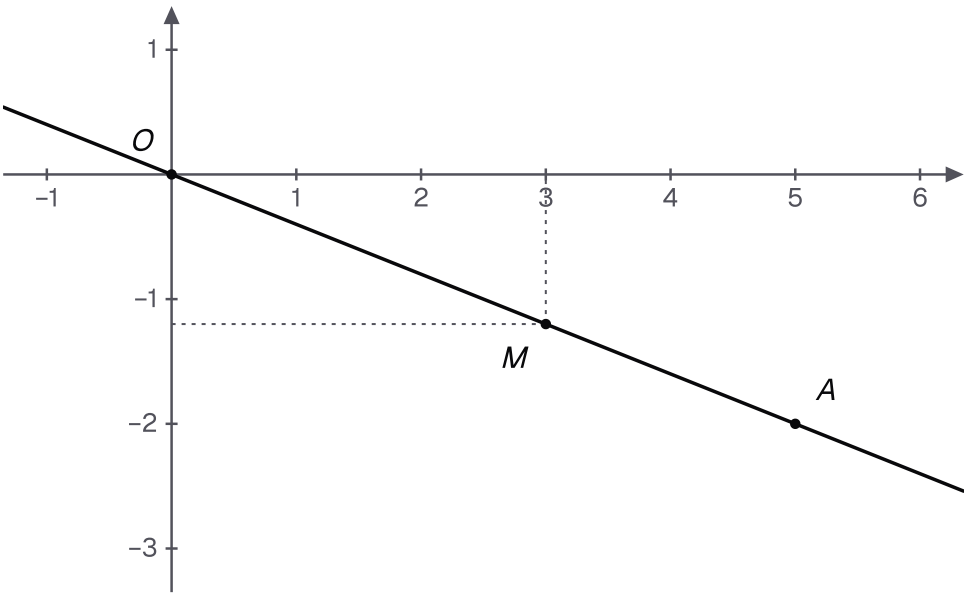
CORRIGÉ

Lecture. On place 3 sur l'axe des abscisses. Un trait vertical mène à la droite, puis un trait horizontal mène à l'axe des ordonnées. On lit une image d'environ $-1{,}2$.

Calcul. On remplace x par 3 :

$$q(3) = -0{,}4 \times 3 = -1{,}2.$$

Conclusion. L'image de 3 par q est $-1{,}2$: la lecture est confirmée.



Lecture de l'image de 3 : depuis 3 sur l'axe des abscisses, on descend jusqu'à la droite, puis on lit l'ordonnée -1,2.

3

Lis le nombre dont l'image par q est 2, puis contrôle-le par le calcul.

INDICE

Outil : pars de 2 sur l'axe des ordonnées ; pour le calcul, résous $-0{,}4x = 2$.

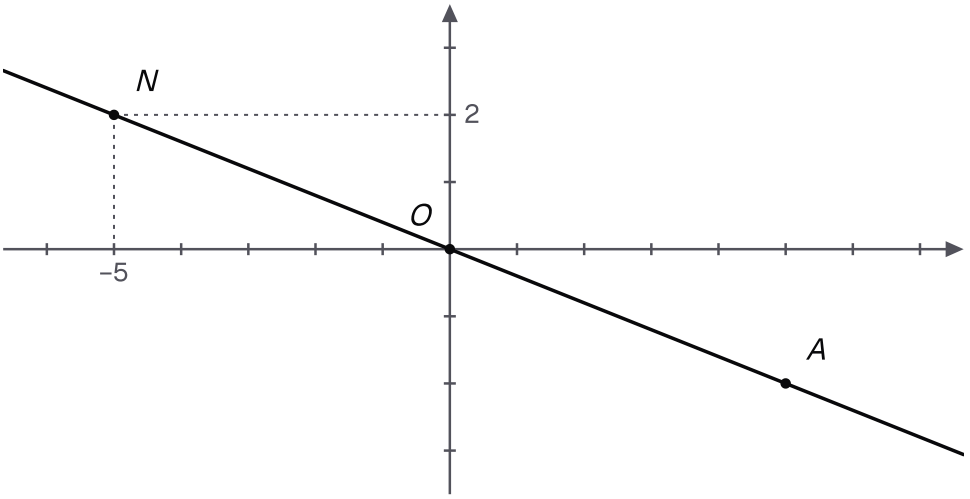
CORRIGÉ

Lecture. On place 2 sur l'axe des ordonnées. Un trait horizontal mène à la droite, puis un trait vertical mène à l'axe des abscisses. On lit environ -5.

Calcul. On résout $q(x) = 2$, c'est-à-dire $-0{,}4x = 2$. On divise les deux membres par $-0{,}4$:

$$x = \frac{2}{-0{,}4} = -5.$$

Conclusion. Le nombre dont l'image par q est 2 est bien -5 : la lecture est confirmée.



Lecture du nombre dont l'image est 2 : depuis 2 sur l'axe des ordonnées, on rejoint la droite, puis on lit l'abscisse -5.