BURHAN

Les fonctions linéaires : exercices, application

3ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/fonctions-lineaires/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Les fonctions linéaires	Application	8

Exercice 1

Calculer des images

On considère la fonction linéaire f définie par $f(x) = -7x$.

1

Calcule l'image de 3 par f.

INDICE

Outil : remplace x par 3 dans l'expression de f.

CORRIGÉ

On remplace x par 3 dans l'expression de f :

$$f(3) = -7 \times 3 = -21.$$

Conclusion. L'image de 3 par f est -21.

2

Calcule $f(-2{,}5)$.

INDICE

Point délicat : écris $-2{,}5$ entre parenthèses ; le produit de deux nombres négatifs est positif.

CORRIGÉ

On remplace x par $-2{,}5$, que l'on écrit entre parenthèses :

$$\begin{aligned} f(-2{,}5) &= -7 \times (-2{,}5) \\ &= 17{,}5. \end{aligned}$$

Les deux facteurs sont négatifs, donc leur produit est positif.

Conclusion. L'image de $-2{,}5$ par f est $17{,}5$.

3

Calcule l'image de $\dfrac{5}{14}$ par f. Donne le résultat sous forme d'une fraction simplifiée.

INDICE

Outil : pour multiplier un entier par une fraction, multiplie le numérateur par cet entier.

CORRIGÉ

On multiplie le numérateur de la fraction par -7 :

$$\begin{aligned} f\left(\frac{5}{14}\right) &= -7 \times \frac{5}{14} \\ &= -\frac{35}{14} \\ &= -\frac{5}{2}. \end{aligned}$$

À la dernière ligne, on simplifie par 7, car $35 = 7 \times 5$ et $14 = 7 \times 2$.

Conclusion. L'image de $\dfrac{5}{14}$ par f est $-\dfrac{5}{2}$.

Exercice 2

Trouver un nombre à partir de son image

Soit g la fonction linéaire définie par $g(x) = 14x$.

1

Trouve le nombre dont l'image par g est 98.

INDICE

Outil : résous l'équation $14x = 98$.

CORRIGÉ

On cherche le nombre x tel que $g(x) = 98$, c'est-à-dire $14x = 98$.

On divise les deux membres de l'équation par 14 :

$$x = \frac{98}{14} = 7.$$

Vérification. $g(7) = 14 \times 7 = 98$.

Conclusion. Le nombre dont l'image par g est 98 est 7.

2

Trouve l'antécédent de -21 par g.

INDICE

Point délicat : un antécédent de -21 est un nombre dont l'image est -21 ; un quotient d'un négatif par un positif est négatif.

CORRIGÉ

Un antécédent de -21 par g est un nombre dont l'image est -21. On résout donc $14x = -21$.

On divise les deux membres par 14. Un nombre négatif divisé par un nombre positif donne un résultat négatif :

$$x = \frac{-21}{14} = -1{,}5.$$

Vérification. $14 \times (-1{,}5) = -21$.

Conclusion. L'antécédent de -21 par g est $-1{,}5$.

Exercice 3

Calculer un coefficient

1

La fonction h est linéaire et $h(5) = 17$. Calcule son coefficient, puis écris $h(x)$.

INDICE

Outil : le coefficient est l'image divisée par le nombre.

CORRIGÉ

La fonction h est linéaire : il existe un nombre a tel que, pour tout nombre x, on ait $h(x) = ax$.

Comme $h(5) = 17$, on a $5a = 17$. On divise les deux membres par 5 :

$$a = \frac{17}{5} = 3{,}4.$$

Vérification. $3{,}4 \times 5 = 17$.

Conclusion. Le coefficient de h est $3{,}4$ et, pour tout nombre x, $h(x) = 3{,}4x$.

2

La représentation graphique d'une fonction linéaire k passe par le point $M(-5;4)$. Calcule le coefficient de k.

INDICE

Point délicat : divise l'ordonnée de M par son abscisse, et non l'inverse.

CORRIGÉ

Le point $M(-5;4)$ est sur la représentation graphique de k, donc $k(-5) = 4$.

Le point M est distinct de O : son abscisse -5 n'est pas nulle, et l'on peut diviser par elle. Le coefficient est l'ordonnée de M divisée par son abscisse :

$$a = \frac{4}{-5} = -0{,}8.$$

Vérification. $-0{,}8 \times (-5) = 4$.

Conclusion. Le coefficient de k est $-0{,}8$: pour tout nombre x, $k(x) = -0{,}8x$.

Exercice 4

Tracer une droite

On considère la fonction linéaire $u : x \mapsto 1{,}5x$. Le plan est muni d'un repère d'origine O, avec 1 cm pour unité sur chaque axe.

1

Calcule $u(2)$.

INDICE

Outil : remplace x par 2 dans l'expression de u.

CORRIGÉ

On remplace x par 2 :

$$u(2) = 1{,}5 \times 2 = 3.$$

Conclusion. L'image de 2 par u est 3.

2

Donne les coordonnées du point A de la représentation graphique de u qui a pour abscisse 2.

INDICE

Outil : le point d'abscisse 2 a pour ordonnée l'image de 2.

CORRIGÉ

Sur la représentation graphique de u, l'ordonnée d'un point est l'image de son abscisse.

Le point A a pour abscisse 2. Son ordonnée est donc $u(2) = 3$, calculée à la question 1.

Conclusion. L'abscisse de A est 2 et son ordonnée est 3. Donc $A(2 ; 3)$.

3

Trace sur ta copie la représentation graphique de u. Contrôle ton tracé avec le point d'abscisse -2.

INDICE

Début : une fonction linéaire se représente par une droite, et l'origine en fait toujours partie.

CORRIGÉ

Nature du tracé. Comme u est linéaire, son tracé est une droite passant par l'origine. Deux points suffisent pour la tracer.

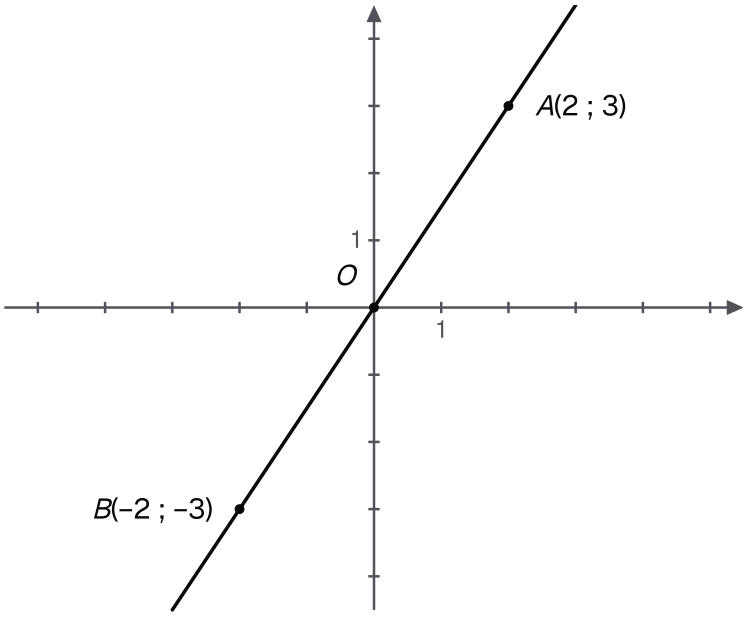
Tracé. On trace la droite qui passe par $O(0;0)$ et par $A(2;3)$.

Contrôle. On calcule l'image de -2 :

$$u(-2) = 1{,}5 \times (-2) = -3.$$

Le point $B(-2;-3)$ doit donc être sur ta droite. Sinon, reprends le tracé.

Conclusion. La représentation graphique de u est la droite (OA) ; elle passe aussi par $B(-2;-3)$.



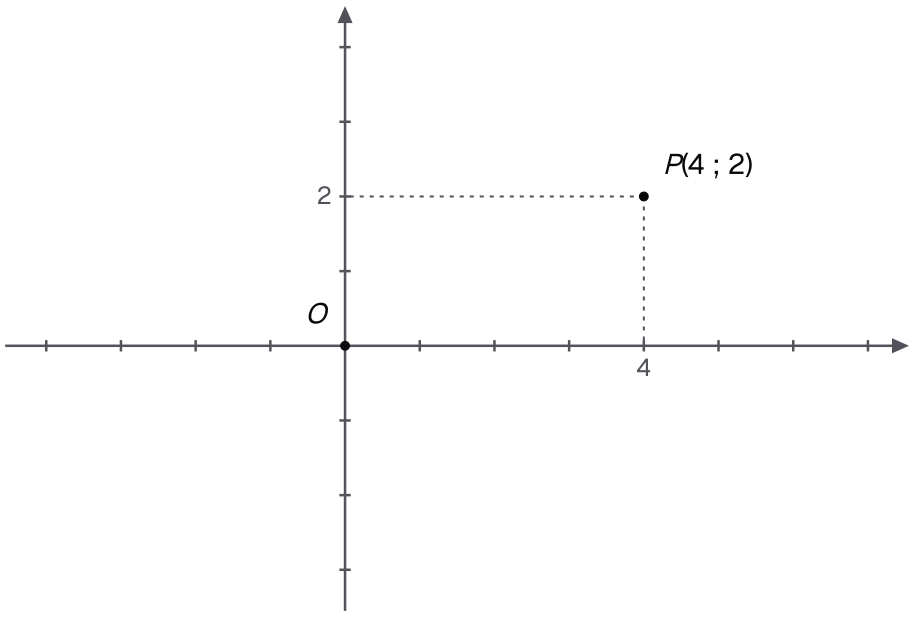
La représentation graphique de u : la droite qui passe par O et par A(2 ; 3), contrôlée par le point B(-2 ; -3).

Exercice 5

Lire sur une droite

La droite (D) représente une fonction linéaire v. Elle passe par l'origine O et par le point $P(4;2)$.

Construis (D) sur ta copie, avec 1 cm pour unité.



Les deux points qui suffisent pour construire (D) : l'origine O et le point P(4 ; 2).

1

Lis sur ton graphique l'image de 6 par v.

INDICE

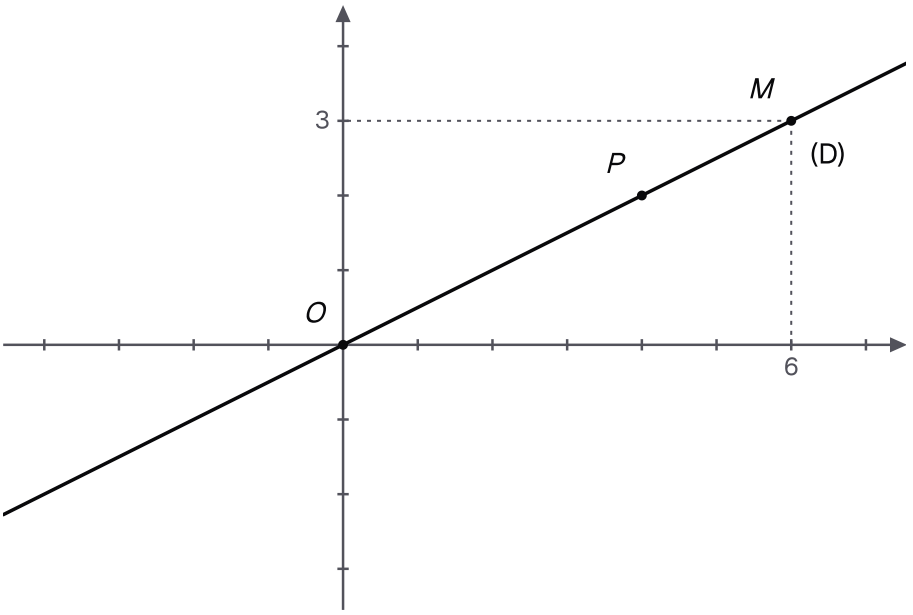
Outil : pars de 6 sur l'axe des abscisses, monte jusqu'à la droite, puis va vers l'axe des ordonnées.

CORRIGÉ

On part du point d'abscisse 6 sur l'axe des abscisses. On monte verticalement jusqu'à la droite (D), puis on rejoint horizontalement l'axe des ordonnées.

On lit l'ordonnée obtenue : $v(6) \approx 3$.

Conclusion. L'image de 6 par v vaut environ 3.



Lecture de l'image de 6 : on monte de 6 jusqu'à la droite (D), puis on lit l'ordonnée 3.

2

Lis sur ton graphique le nombre dont l'image par v est $-1{,}5$.

INDICE

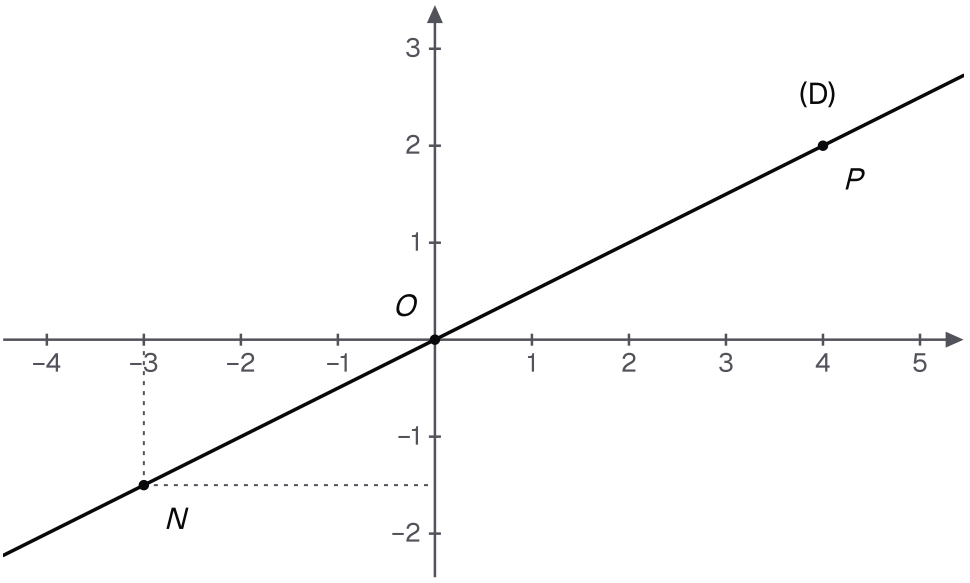
Point délicat : cette fois, pars de l'axe des ordonnées et va horizontalement jusqu'à la droite.

CORRIGÉ

Cette fois, on part de $-1{,}5$ sur l'axe des ordonnées. On va horizontalement jusqu'à (D), puis on rejoint verticalement l'axe des abscisses.

On lit l'abscisse obtenue : environ -3.

Conclusion. Le nombre dont l'image par v est $-1{,}5$ vaut environ -3.



Lecture du nombre dont l'image est -1,5 : on part de -1,5 sur l'axe des ordonnées, on rejoint (D), puis on lit l'abscisse -3.

3

Contrôle tes deux lectures par le calcul.

INDICE

Début : calcule d'abord le coefficient de v avec les coordonnées de P.

CORRIGÉ

Coefficient. Le point $P(4;2)$ est distinct de O. Le coefficient de v est son ordonnée divisée par son abscisse : $\dfrac{2}{4} = 0{,}5$. Ainsi, pour tout nombre x, $v(x) = 0{,}5x$.

Première lecture. On calcule l'image de 6 :

$$v(6) = 0{,}5 \times 6 = 3.$$

Seconde lecture. On calcule l'image de -3 :

$$\begin{aligned} v(-3) &= 0{,}5 \times (-3) \\ &= -1{,}5. \end{aligned}$$

Conclusion. Le calcul confirme les deux lectures : l'image de 6 est 3, et le nombre dont l'image est $-1{,}5$ est -3.

Exercice 6

Le débit d'un robinet

Un robinet remplit une citerne avec un débit constant de 12 litres par minute. On note x la durée de remplissage, en minutes.

1

Explique pourquoi le volume d'eau est proportionnel à la durée.

INDICE

Outil : chaque minute apporte le même volume.

CORRIGÉ

Chaque minute, le robinet verse 12 litres. En x minutes, il verse donc $12 \times x$ litres : le volume vaut 12 fois la durée.

Conclusion. Le volume d'eau est proportionnel à la durée, avec le coefficient 12.

2

Écris la fonction linéaire V qui donne ce volume, en litres, en fonction de x.

INDICE

Outil : le coefficient est le volume versé en une minute.

CORRIGÉ

Le coefficient de proportionnalité est 12, le volume versé en une minute. Pour tout nombre positif x, le volume versé en x minutes vaut $12x$ litres.

Conclusion. La fonction cherchée est $V : x \mapsto 12x$.

3

Calcule le volume d'eau versé en $7{,}5$ minutes.

INDICE

Outil : calcule l'image de $7{,}5$ par V.

CORRIGÉ

Le volume versé en $7{,}5$ minutes est l'image de $7{,}5$ par V :

$$V(7{,}5) = 12 \times 7{,}5 = 90.$$

Conclusion. En $7{,}5$ minutes, le robinet verse 90 litres.

Exercice 7

Une hausse de prix

Un téléphone coûte $1\,800$ dirhams. Son prix augmente de 6 pour cent.

1

Donne le coefficient qui permet de calculer le nouveau prix, puis la fonction linéaire correspondante.

INDICE

Outil : une hausse de t pour cent correspond au coefficient $1 + \dfrac{t}{100}$.

CORRIGÉ

Après une hausse de 6 pour cent, un prix x devient $x + \dfrac{6}{100}x$. Le coefficient vaut donc

$$1 + \frac{6}{100} = 1{,}06.$$

Un prix x devient ainsi $1{,}06x$.

Conclusion. Le coefficient est $1{,}06$, et la fonction linéaire correspondante est $x \mapsto 1{,}06x$.

2

Calcule le nouveau prix du téléphone.

INDICE

Point délicat : n'utilise pas $0{,}06$, qui donne seulement le montant de la hausse.

CORRIGÉ

Le nouveau prix est l'image de $1\,800$ par la fonction $x \mapsto 1{,}06x$:

$$1{,}06 \times 1\,800 = 1\,908.$$

Conclusion. Le nouveau prix du téléphone est $1\,908$ dirhams.

Exercice 8

Un point est-il sur la droite ?

On considère la fonction linéaire $w : x \mapsto -1{,}2x$ et sa représentation graphique (Δ).

1

Le point $E(5; -6)$ appartient-il à (Δ) ?

INDICE

Outil : calcule l'image de l'abscisse de E et compare-la à son ordonnée.

CORRIGÉ

Un point est sur (Δ) lorsque son ordonnée est égale à l'image de son abscisse par w. On calcule l'image de 5, abscisse de E :

$$w(5) = -1{,}2 \times 5 = -6.$$

On retrouve l'ordonnée de E.

Conclusion. Le point E appartient à (Δ).

2

Même question pour le point $F(-2{,}5; 3)$.

INDICE

Point délicat : le produit de deux nombres négatifs est positif.

CORRIGÉ

On calcule l'image de $-2{,}5$, abscisse de F :

$$\begin{aligned} w(-2{,}5) &= -1{,}2 \times (-2{,}5) \\ &= 3. \end{aligned}$$

Les deux facteurs sont négatifs, donc le produit est positif. On retrouve l'ordonnée de F.

Conclusion. Le point F appartient à (Δ).

3

Même question pour le point $G(4; 4{,}8)$.

INDICE

Outil : compare $w(4)$ à $4{,}8$, sans oublier le signe.

CORRIGÉ

On calcule l'image de 4, abscisse de G :

$$w(4) = -1{,}2 \times 4 = -4{,}8.$$

Or l'ordonnée de G est $4{,}8$, et $-4{,}8 \neq 4{,}8$.

Conclusion. Le point G n'appartient pas à (Δ).