BURHAN

Les fonctions affines : exercices, application

3ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/fonctions-affines/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Les fonctions affines	Application	8

Exercice 1

Reconnaître le coefficient et l'ordonnée à l'origine

Pour chaque fonction ci-dessous, tu donnes son coefficient a et son ordonnée à l'origine b.

1

$f(x) = 4x - 7$.

INDICE

Outil : le coefficient est le nombre qui multiplie x ; l'ordonnée à l'origine est le nombre ajouté.

Début : repère le terme en x : c'est $4x$.

Point délicat : -7 est ajouté avec son signe moins : garde ce signe.

CORRIGÉ

Le nombre qui multiplie x est 4 : le coefficient est $a = 4$.

Le nombre ajouté est -7, avec son signe : l'ordonnée à l'origine est $b = -7$.

Conclusion. Pour f, le coefficient vaut 4 et l'ordonnée à l'origine vaut -7.

2

$g(x) = 9 - 5x$.

INDICE

Outil : on écrit le terme en x en premier avant de nommer a et b.

Début : réécris l'expression sous la forme $g(x) = \ldots x + \ldots$.

Point délicat : le nombre écrit en premier n'est pas toujours le coefficient.

CORRIGÉ

On commence par écrire le terme en x en premier :

$$g(x) = -5x + 9$$

Le nombre qui multiplie x est -5 ; le nombre ajouté est 9.

Conclusion. Pour g, le coefficient vaut -5 et l'ordonnée à l'origine vaut 9.

3

$h(x) = \dfrac{x}{4}$. Dis aussi si h est une fonction linéaire.

INDICE

Outil : diviser par 4, c'est multiplier par $\dfrac{1}{4}$.

Début : écris $h(x) = \dfrac{1}{4}x + \ldots$.

Point délicat : aucun nombre n'est ajouté : que vaut alors b ?

CORRIGÉ

Diviser par 4 revient à multiplier par $\dfrac{1}{4}$, et aucun nombre n'est ajouté. On peut donc écrire :

$$h(x) = \frac{1}{4}x + 0$$

Le coefficient est $a = \dfrac{1}{4}$ et l'ordonnée à l'origine est $b = 0$.

Une fonction affine d'ordonnée à l'origine nulle est une fonction linéaire.

Conclusion. Le coefficient de h vaut $\dfrac{1}{4}$, son ordonnée à l'origine vaut 0 : h est la fonction linéaire de coefficient $\dfrac{1}{4}$.

4

$k : x \mapsto 6$. Donne l'image de -10 et l'image de 25 par k. Comment appelle-t-on une telle fonction ?

INDICE

Outil : la fonction k associe le même nombre à tous les nombres.

Début : écris k sous la forme $x \mapsto 0 \times x + 6$.

Point délicat : les images ne dépendent pas du nombre de départ.

CORRIGÉ

Pour tout nombre x, on peut écrire $k(x) = 0 \times x + 6$. Ainsi $a = 0$ et $b = 6$.

Quel que soit le nombre de départ, son image est 6. En particulier, $k(-10) = 6$ et $k(25) = 6$.

Une fonction affine de coefficient nul s'appelle une fonction constante.

Conclusion. L'image de -10 et l'image de 25 par k valent toutes deux 6 : k est une fonction constante.

Exercice 2

Calculer des images

On considère la fonction affine f définie par $f(x) = 5x - 3$.

1

Calcule l'image de 2 par f.

INDICE

Outil : on remplace x par 2 dans l'expression.

Début : écris $f(2) = 5 \times 2 - 3$.

Point délicat : la multiplication passe avant la soustraction.

CORRIGÉ

On remplace x par 2. La multiplication se calcule avant la soustraction :

$$\begin{aligned} f(2) &= 5 \times 2 - 3 \\ &= 10 - 3 = 7 \end{aligned}$$

Conclusion. L'image de 2 par f est 7.

2

Calcule l'image de -3 par f.

INDICE

Outil : un nombre négatif se remplace entre parenthèses.

Début : écris $f(-3) = 5 \times (-3) - 3$.

Point délicat : $5 \times (-3)$ est négatif ; on retranche ensuite encore 3.

CORRIGÉ

On remplace x par -3, écrit entre parenthèses :

$$\begin{aligned} f(-3) &= 5 \times (-3) - 3 \\ &= -15 - 3 = -18 \end{aligned}$$

Conclusion. L'image de -3 par f est -18.

3

Calcule l'image de $\frac{2}{5}$ par f.

INDICE

Outil : on remplace x par $\frac{2}{5}$; une fraction positive s'écrit sans parenthèses après le signe $\times$.

Début : calcule d'abord $5 \times \frac{2}{5}$.

Point délicat : le 5 du produit et le 5 du dénominateur se simplifient.

CORRIGÉ

On remplace x par $\frac{2}{5}$. Le produit $5 \times \frac{2}{5}$ vaut 2 :

$$\begin{aligned} f\left(\frac{2}{5}\right) &= 5 \times \frac{2}{5} - 3 \\ &= 2 - 3 = -1 \end{aligned}$$

Conclusion. L'image de $\frac{2}{5}$ par f est -1.

4

Calcule $f(0)$. Quel nom porte ce nombre pour la fonction f ?

INDICE

Outil : $5 \times 0 = 0$.

Début : il ne reste que le nombre ajouté.

Point délicat : relie ce résultat au nombre b de l'expression $ax + b$.

CORRIGÉ

Le produit 5×0 est nul ; il ne reste que le nombre ajouté :

$$f(0) = 5 \times 0 - 3 = -3$$

Ce nombre est le b de l'écriture $ax + b$.

Conclusion. On a $f(0) = -3$: ce nombre est l'ordonnée à l'origine de f.

Exercice 3

La tirelire de Nadia

Nadia a déjà 60 dirhams dans sa tirelire. Chaque semaine, elle y ajoute 15 dirhams. Après x semaines, la somme dans la tirelire, en dirhams, est $f(x) = 15x + 60$.

1

Après combien de semaines Nadia aura-t-elle 240 dirhams ? Cherche le nombre dont l'image par f est 240.

INDICE

Outil : on résout l'équation $15x + 60 = 240$ (rappel : on fait la même opération sur les deux membres).

Début : retranche 60 aux deux membres.

Point délicat : termine par une division par 15, puis vérifie avec f.

CORRIGÉ

On cherche le nombre x de semaines tel que $f(x) = 240$.

Résolution. On retranche 60 aux deux membres, puis on les divise par 15 :

$$\begin{aligned} 15x + 60 &= 240 \\ 15x &= 180 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

Vérification.

$$\begin{aligned} f(12) &= 15 \times 12 + 60 \\ &= 180 + 60 = 240 \end{aligned}$$

Conclusion. Nadia aura 240 dirhams après 12 semaines.

2

Calcule le nombre dont l'image par f est 35. Ce nombre a-t-il un sens pour Nadia ?

INDICE

Outil : même méthode : l'équation est $15x + 60 = 35$.

Début : retranche 60 aux deux membres, puis divise par 15.

Point délicat : simplifie la fraction obtenue. Après avoir trouvé le nombre, vérifie qu'il a un sens dans la situation.

CORRIGÉ

Résolution. On cherche x tel que $f(x) = 35$. On retranche 60 aux deux membres, puis on divise par 15 :

$$\begin{aligned} 15x + 60 &= 35 \\ 15x &= -25 \\ x &= -\frac{25}{15} = -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

Vérification. On a $15 \times \left(-\frac{5}{3}\right) = -25$, donc $f\left(-\frac{5}{3}\right) = -25 + 60 = 35$.

Sens dans la situation. Ce nombre est négatif, alors qu'un nombre de semaines ne l'est jamais. D'ailleurs, la tirelire contient déjà 60 dirhams au départ, plus que 35.

Conclusion. Le nombre dont l'image par f est 35 est $-\frac{5}{3}$; il n'a pas de sens pour Nadia.

Exercice 4

Compléter un tableau de valeurs

On considère la fonction affine h définie par $h(x) = -3x + 2$.

1

Recopie et complète le tableau de valeurs de h : sur la première ligne, x prend les valeurs -2, 0, 1 et 4 ; sur la seconde ligne, tu écris leurs images.

INDICE

Outil : chaque case se remplit comme une image : on remplace x.

Début : commence par $h(-2) = -3 \times (-2) + 2$.

Point délicat : le produit de deux nombres négatifs est positif.

CORRIGÉ

Chaque case de la seconde ligne est l'image du nombre écrit au-dessus :

- $h(-2) = -3 \times (-2) + 2 = 6 + 2 = 8$;
- $h(0) = -3 \times 0 + 2 = 2$;
- $h(1) = -3 \times 1 + 2 = -3 + 2 = -1$;
- $h(4) = -3 \times 4 + 2 = -12 + 2 = -10$.

Conclusion. Sous -2, 0, 1 et 4, on écrit dans l'ordre 8, 2, -1 et -10.

2

Quel est le nombre dont l'image par h est 11 ?

INDICE

Outil : on résout l'équation $-3x + 2 = 11$.

Début : retranche 2 aux deux membres.

Point délicat : on divise ensuite par -3 : attention au signe du résultat.

CORRIGÉ

On cherche x tel que $h(x) = 11$. On retranche 2 aux deux membres, puis on divise par -3 :

$$\begin{aligned} -3x + 2 &= 11 \\ -3x &= 9 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

Vérification : $h(-3) = -3 \times (-3) + 2 = 9 + 2 = 11$.

Conclusion. Le nombre dont l'image par h est 11 est -3.

3

Vérifie avec ton tableau que, lorsque x passe de 0 à 1, l'image diminue de 3. De combien diminue-t-elle lorsque x passe de -2 à 0 ?

INDICE

Outil : l'accroissement de l'image est la différence de deux images.

Début : calcule $h(1) - h(0)$.

Point délicat : l'accroissement de x est $0 - (-2) = 2$, et non -2.

CORRIGÉ

L'accroissement de l'image est la différence des deux images, lues dans le tableau.

De 0 à 1. On a $h(1) - h(0) = -1 - 2 = -3$: l'image diminue bien de 3.

De -2 à 0. Le nombre x augmente de 2, et $h(0) - h(-2) = 2 - 8 = -6$. On retrouve le coefficient : $-6 = -3 \times 2$.

Conclusion. Quand x passe de -2 à 0, l'image diminue de 6.

Exercice 5

Tracer une droite avec deux points

On considère la fonction affine p définie par $p(x) = \frac{1}{3}x + 2$. Tu travailles dans un repère du plan, avec 1 cm pour une unité sur chaque axe.

1

Calcule $p(0)$ et $p(3)$.

INDICE

Outil : on remplace x par 0, puis par 3.

Début : $\frac{1}{3} \times 0 = 0$.

Point délicat : $\frac{1}{3} \times 3 = 1$: choisir un multiple de 3 évite les fractions.

CORRIGÉ

On remplace x par 0, puis par 3 :

$$\begin{aligned} p(0) &= \frac{1}{3} \times 0 + 2 = 2 \\ p(3) &= \frac{1}{3} \times 3 + 2 \\ &= 1 + 2 = 3 \end{aligned}$$

Conclusion. L'image de 0 par p est 2, et l'image de 3 par p est 3.

2

Place les points $A(0;2)$ et $B(3;3)$, puis trace la représentation graphique de p.

INDICE

Outil : la représentation graphique d'une fonction affine est une droite : deux points suffisent.

Début : A est sur l'axe des ordonnées, à la hauteur 2.

Point délicat : prolonge la droite au-delà de A et de B.

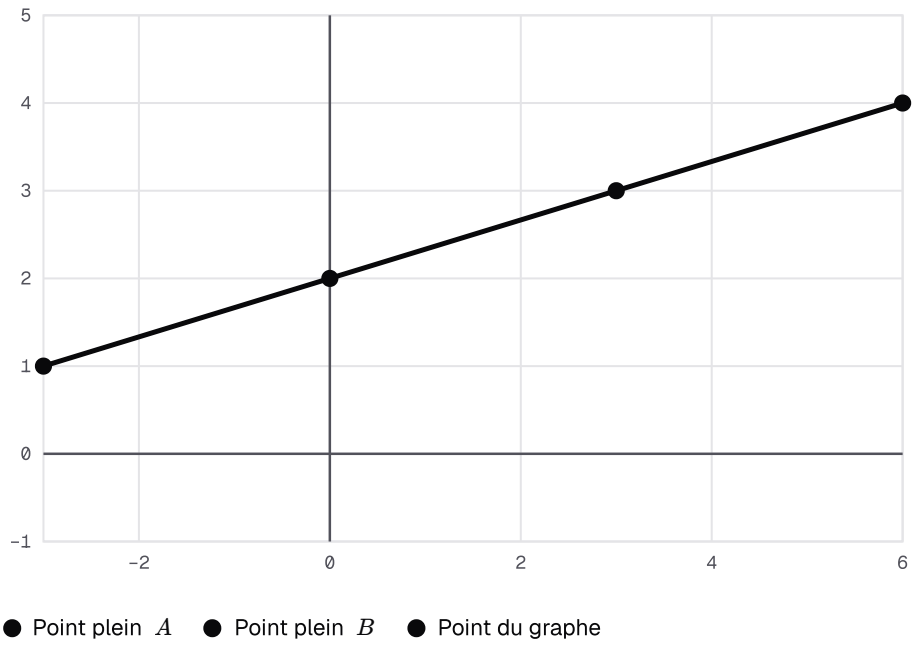
CORRIGÉ

D'après la question 1, $p(0) = 2$ et $p(3) = 3$. Les points $A(0;2)$ et $B(3;3)$ sont donc sur la représentation graphique de p.

Cette représentation est une droite, car p est affine. Deux de ses points suffisent pour la tracer.

On place A sur l'axe des ordonnées, à la hauteur 2. On place B à 3 unités à droite de l'origine et à 3 unités au-dessus.

Conclusion. La représentation graphique de p est la droite (AB), tracée au-delà de chacun des deux points.



La droite de p passe par A(0 ; 2) et B(3 ; 3) ; tracée au-delà de ces deux points, elle se prolonge des deux côtés.

3

Calcule $p(-6)$. Le point $C(-6;0)$ est-il sur ta droite ?

INDICE

Outil : un point est sur la droite lorsque son ordonnée est l'image de son abscisse.

Début : calcule $\frac{1}{3} \times (-6)$.

Point délicat : compare le résultat avec l'ordonnée de C.

CORRIGÉ

On calcule l'image de l'abscisse de C :

$$\begin{aligned} p(-6) &= \frac{1}{3} \times (-6) + 2 \\ &= -2 + 2 = 0 \end{aligned}$$

L'ordonnée de C est 0 : c'est bien l'image de son abscisse -6.

Conclusion. On a $p(-6) = 0$, donc le point $C(-6;0)$ est sur la droite ; il permet de contrôler le tracé.

Exercice 6

Lire sur une droite tracée

La représentation graphique d'une fonction affine f est la droite qui passe par les points $A(0;-1)$ et $B(2;4)$. Trace cette droite dans un repère, avec 1 cm pour une unité.

1

Lis l'ordonnée à l'origine de f.

INDICE

Outil : l'ordonnée à l'origine se lit là où la droite coupe l'axe des ordonnées.

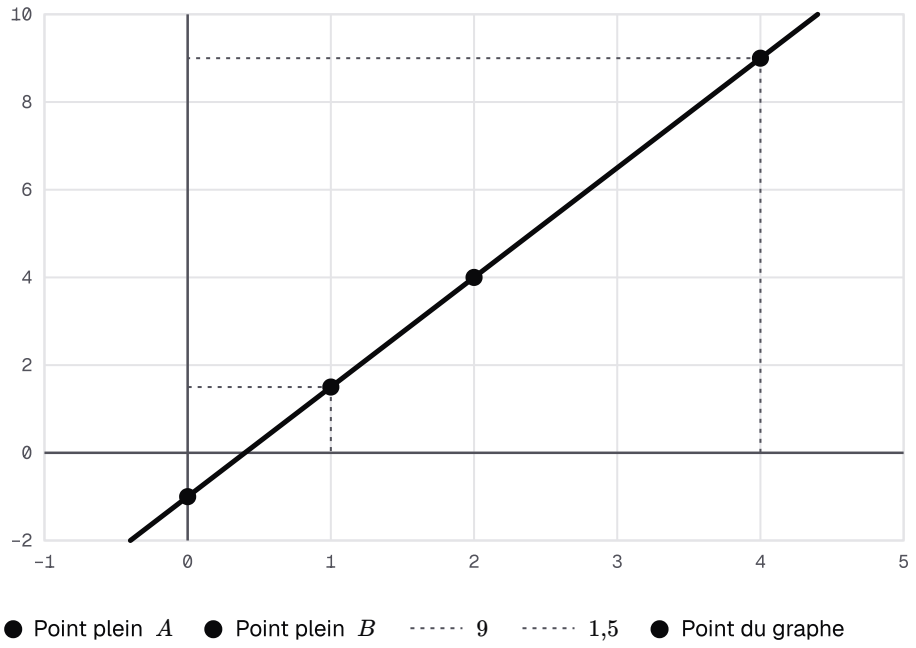
Début : cherche le point de la droite d'abscisse 0.

Point délicat : une ordonnée est le second nombre d'un couple de coordonnées.

CORRIGÉ

Le point de la droite situé sur l'axe des ordonnées a pour abscisse 0 : c'est $A(0;-1)$. Son ordonnée est l'image de 0, donc $f(0)=-1$.

Conclusion. L'ordonnée à l'origine de f est -1.



Les trois lectures sur la droite de f : l'ordonnée à l'origine en A, l'image de 4 environ égale à 9, le nombre d'image 1,5 environ égal à 1.

2

Lis graphiquement l'image de 4 par f.

INDICE

Outil : pars de 4 sur l'axe des abscisses et monte jusqu'à la droite.

Début : place le point de la droite d'abscisse 4 avec une règle tenue verticalement.

Point délicat : pour contrôler ta lecture : de A à B, de combien l'ordonnée augmente-t-elle quand l'abscisse augmente de 2 ?

CORRIGÉ

Lecture. On part de 4 sur l'axe des abscisses, on monte jusqu'à la droite, puis on lit l'ordonnée du point atteint : environ 9.

Contrôle. De A à B, l'abscisse augmente de 2 et l'ordonnée de 5. Le même déplacement, à partir de $B(2;4)$, mène au point $(4;9)$.

Conclusion. Par lecture graphique, donc en valeur approchée, l'image de 4 par f est environ 9.

3

Lis graphiquement le nombre dont l'image par f est $1{,}5$.

INDICE

Outil : pars de $1{,}5$ sur l'axe des ordonnées et va horizontalement jusqu'à la droite.

Début : lis ensuite l'abscisse du point atteint.

Point délicat : contrôle ta lecture : le point que tu lis a-t-il bien pour ordonnée $1{,}5$?

CORRIGÉ

Lecture. On part de $1{,}5$ sur l'axe des ordonnées, on se déplace horizontalement jusqu'à la droite, puis on lit l'abscisse du point atteint : environ 1.

Contrôle. Le nombre $1{,}5$ est à mi-chemin entre -1 et 4, ordonnées de A et de B. Le point lu est donc le milieu de $[AB]$: son abscisse 1 est à mi-chemin entre 0 et 2.

Conclusion. Par lecture graphique, en valeur approchée, le nombre dont l'image par f est $1{,}5$ est environ 1.

Exercice 7

Le coefficient, puis l'ordonnée à l'origine

Les fonctions f, g et u sont des fonctions affines.

1

On sait que $f(-1) = 9$ et $f(3) = -3$. Calcule le coefficient de f.

INDICE

Outil : le coefficient est le quotient des accroissements : la différence des images divisée par la différence des nombres, dans le même ordre.

Début : calcule séparément le numérateur et le dénominateur.

Point délicat : $3 - (-1) = 3 + 1$: ne perds pas le signe.

CORRIGÉ

On divise l'accroissement des images par l'accroissement des nombres, dans le même ordre :

$$\begin{aligned} a &= \frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} \\ &= \frac{-3 - 9}{3 + 1} \\ &= \frac{-12}{4} = -3 \end{aligned}$$

Conclusion. Le coefficient de f est -3.

2

On sait que $g(-2) = -9$ et $g(4) = 15$. Calcule le coefficient de g.

INDICE

Outil : reprends le quotient des accroissements ; les images et les nombres se soustraient dans le même ordre.

Début : le numérateur est $15 - (-9)$.

Point délicat : les deux soustractions d'un nombre négatif deviennent des additions.

CORRIGÉ

Même calcul, en gardant le même ordre au numérateur et au dénominateur :

$$\begin{aligned} a &= \frac{g(4) - g(-2)}{4 - (-2)} \\ &= \frac{15 + 9}{4 + 2} \\ &= \frac{24}{6} = 4 \end{aligned}$$

Conclusion. Le coefficient de g est 4.

3

Sans calculer l'ordonnée à l'origine de g, trouve $g(5) - g(4)$.

INDICE

Outil : les accroissements des images sont proportionnels à ceux des nombres, avec le coefficient 4.

Début : l'accroissement des nombres est $5 - 4$.

Point délicat : multiplie cet accroissement par le coefficient.

CORRIGÉ

Pour une fonction affine, l'accroissement des images s'obtient en multipliant le coefficient par l'accroissement des nombres. Ici, le coefficient vaut 4 et le nombre passe de 4 à 5 :

$$\begin{aligned} g(5) - g(4) &= 4 \times (5 - 4) \\ &= 4 \times 1 = 4 \end{aligned}$$

Conclusion. On trouve $g(5) - g(4) = 4$, sans avoir besoin de l'ordonnée à l'origine de g.

4

La fonction affine u a pour coefficient 6, et $u(-1) = -2$. Détermine $u(x)$.

INDICE

Outil : le coefficient est connu ; il reste à trouver b avec l'image donnée.

Début : écris $6 \times (-1) + b = -2$.

Point délicat : $6 \times (-1) = -6$; pour isoler b, ajoute 6 aux deux membres.

CORRIGÉ

Forme de u. Le coefficient vaut 6 : pour tout nombre x, $u(x) = 6x + b$, où le nombre b est à trouver.

Calcul de b. On traduit $u(-1) = -2$, puis on ajoute 6 aux deux membres :

$$\begin{aligned} 6 \times (-1) + b &= -2 \\ -6 + b &= -2 \\ b &= -2 + 6 = 4 \end{aligned}$$

Contrôle. $u(-1) = 6 \times (-1) + 4 = -6 + 4 = -2$.

Conclusion. La fonction u est définie par $u(x) = 6x + 4$.

Exercice 8

Louer une trottinette

Pour louer une trottinette électrique, on paie 8 dirhams au départ, puis $1{,}5$ dirhams par minute de trajet.

1

On note $f(x)$ le prix, en dirhams, d'une location de x minutes. Écris $f(x)$ en fonction de x.

INDICE

Outil : une partie du prix est fixe, l'autre est proportionnelle au nombre de minutes.

Début : pour x minutes, la partie proportionnelle vaut $1{,}5 \times x$.

Point délicat : les 8 dirhams du départ ne dépendent pas de x.

CORRIGÉ

Le prix comporte deux parties :

- une partie fixe de 8 dirhams, payée au départ ;
- une partie proportionnelle à la durée : $1{,}5 \times x = 1{,}5x$ dirhams.

On additionne les deux parties : $f(x) = 1{,}5x + 8$.

Conclusion. Le prix, en dirhams, d'une location de x minutes est $f(x) = 1{,}5x + 8$.

2

Quel est le prix d'une location de 12 minutes ?

INDICE

Outil : on calcule l'image de 12 par f.

Début : commence par $1{,}5 \times 12$.

Point délicat : n'oublie pas d'ajouter la partie fixe.

CORRIGÉ

On calcule l'image de 12 par f :

$$\begin{aligned} f(12) &= 1{,}5 \times 12 + 8 \\ &= 18 + 8 = 26 \end{aligned}$$

Conclusion. Une location de 12 minutes coûte 26 dirhams.

3

Que représentent le coefficient et l'ordonnée à l'origine de f dans cette situation ?

INDICE

Outil : le coefficient multiplie le nombre de minutes ; l'ordonnée à l'origine est $f(0)$.

Début : demande-toi ce que coûte une minute de plus.

Point délicat : $f(0)$ est le prix payé avant de rouler.

CORRIGÉ

Le coefficient. Le nombre $1{,}5$ multiplie la durée : chaque minute de plus ajoute $1{,}5$ dirhams au prix. C'est le prix d'une minute.

L'ordonnée à l'origine. Le nombre 8 est $f(0)$, le prix d'une location de 0 minute : c'est ce que l'on paie au départ, avant de rouler.

Conclusion. Le coefficient $1{,}5$ est le prix d'une minute de trajet, et l'ordonnée à l'origine 8 est le prix fixe payé au départ.