BURHAN

Équations et inéquations du premier degré : exercices, application

3ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/equations-et-inequations/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Équations et inéquations du premier degré	Application	8

Exercice 1

Tester un nombre

On considère l'équation :

$$4x - 7 = 2x + 3$$

1.

Le nombre 3 est-il solution de cette équation ?

INDICE

Outil : remplace x par 3 à gauche, puis à droite, et compare les deux résultats.

CORRIGÉ

On remplace x par 3 dans chacun des deux membres.

Membre de gauche : $4 \times 3 - 7 = 5$.

Membre de droite : $2 \times 3 + 3 = 9$.

Les deux membres ne sont pas égaux, car $5 \neq 9$.

Conclusion. Le nombre 3 n'est pas solution de l'équation.

2.

Le nombre 5 est-il solution de cette équation ?

INDICE

Outil : même calcul qu'à la question précédente, avec 5 à la place de 3.

CORRIGÉ

On remplace x par 5 dans chacun des deux membres.

Membre de gauche : $4 \times 5 - 7 = 13$.

Membre de droite : $2 \times 5 + 3 = 13$.

Les deux membres sont égaux : ils valent tous les deux 13.

Conclusion. Le nombre 5 est solution de l'équation.

Exercice 2

Résoudre en deux ou trois étapes

Résous chaque équation. À chaque ligne, écris la règle que tu emploies, par exemple « on retranche 9 aux deux membres ».

Vérifie ensuite la solution, puis conclus par une phrase.

1.

$$6x + 9 = 33$$

INDICE

Outil : retranche d'abord 9 aux deux membres.

CORRIGÉ

On isole x en deux étapes :

- on retranche 9 aux deux membres ;
- on divise les deux membres par 6.

$$\begin{aligned} 6x + 9 &= 33 \\ 6x &= 24 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Vérification : pour $x = 4$, le membre de gauche vaut $6 \times 4 + 9 = 24 + 9 = 33$, comme le membre de droite.

Conclusion. La solution de l'équation est 4.

2.

$$\frac{x}{3} - 2 = 5$$

INDICE

Outil : ajoute 2 aux deux membres, puis multiplie les deux membres par 3.

CORRIGÉ

On isole x en deux étapes :

- on ajoute 2 aux deux membres ;
- on multiplie les deux membres par 3.

$$\begin{aligned} \frac{x}{3} - 2 &= 5 \\ \frac{x}{3} &= 7 \\ x &= 21 \end{aligned}$$

Vérification : pour $x = 21$, le membre de gauche vaut $\frac{21}{3} - 2 = 7 - 2 = 5$, comme le membre de droite.

Conclusion. La solution de l'équation est 21.

3.

$$5x - 4 = 2x + 8$$

INDICE

Outil : retranche $2x$ aux deux membres, puis ajoute 4, puis divise par 3.

CORRIGÉ

On isole x en trois étapes. D'abord, on retranche $2x$ aux deux membres :

$$5x - 4 = 2x + 8$$
$$3x - 4 = 8$$

Ensuite :

- on ajoute 4 aux deux membres ;
- on divise les deux membres par 3.

$$3x = 12$$
$$x = 4$$

Vérification : pour $x = 4$, le membre de gauche vaut $5 \times 4 - 4 = 16$ et le membre de droite vaut $2 \times 4 + 8 = 16$: on obtient la même valeur.

Conclusion. La solution de l'équation est 4.

Exercice 3

Un produit déjà factorisé

Résous chaque équation-produit, puis conclus par une phrase.

1.

$$(x-6)(4x+2)=0$$

INDICE

Outil : règle du produit nul : un produit est nul si, et seulement si, l'un de ses facteurs est nul.

CORRIGÉ

Un produit est nul si, et seulement si, l'un de ses facteurs est nul. L'équation équivaut donc à :

$$x-6=0 \quad \text{ou} \quad 4x+2=0$$

Premier facteur. On ajoute 6 aux deux membres de $x-6=0$: $x=6$.

Second facteur. On résout $4x+2=0$:

- on retranche 2 aux deux membres ;
- on divise les deux membres par 4, puis on simplifie la fraction.

$$\begin{aligned} 4x+2&=0\\ 4x&=-2\\ x&=-\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Vérification : pour $x=6$, le premier facteur vaut $6-6=0$. Pour $x=-\frac{1}{2}$, le second facteur vaut $4\times\left(-\frac{1}{2}\right)+2=0$.

Conclusion. Les solutions de l'équation sont 6 et $-\frac{1}{2}$.

2.

$$x(5x-3)=0$$

INDICE

Outil : le premier facteur est x lui-même.

CORRIGÉ

D'après la règle du produit nul, l'équation équivaut à :

$$x=0 \quad \text{ou} \quad 5x-3=0$$

Premier facteur. Il est nul pour $x=0$.

Second facteur. On résout $5x-3=0$:

- on ajoute 3 aux deux membres ;
- on divise les deux membres par 5.

$$\begin{aligned} 5x-3&=0\\ 5x&=3\\ x&=\frac{3}{5} \end{aligned}$$

Vérification : pour $x=0$, le premier facteur est nul. Pour $x=\frac{3}{5}$, le second facteur vaut $5\times\frac{3}{5}-3=0$.

Conclusion. Les solutions de l'équation sont 0 et $\frac{3}{5}$.

Exercice 4

Une inéquation et sa droite graduée

On considère l'inéquation :

$$2x - 7 \leq 3$$

1.

Résous cette inéquation.

INDICE

Outil : ajoute 7 aux deux membres, puis divise par 2 ; le nombre 2 est strictement positif.

CORRIGÉ

On isole x en deux étapes :

- on ajoute 7 aux deux membres ;
- on divise les deux membres par 2 ; ce nombre est strictement positif, donc le sens de l'inégalité ne change pas.

$$\begin{aligned} 2x - 7 &\leq 3 \\ 2x &\leq 10 \\ x &\leq 5 \end{aligned}$$

Conclusion. Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres x tels que $x \leq 5$.

2.

Décris la représentation des solutions sur une droite graduée.

INDICE

Outil : demande-toi si le nombre 5 fait partie des solutions.

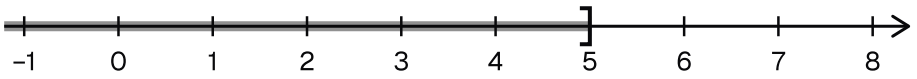
CORRIGÉ

D'après la question 1, les solutions sont les nombres inférieurs ou égaux à 5.

On trace un trait épais sur tous les nombres situés à gauche de 5.

Le nombre 5 est lui-même solution, car $2 \times 5 - 7 = 3$ et $3 \leq 3$.

En 5, le crochet est donc tourné vers les solutions, c'est-à-dire vers la gauche.



Les solutions de 2x - 7 ≤ 3, soit x ≤ 5 : trait épais à gauche de 5, crochet en 5 tourné vers les solutions.

3.

Les nombres 0 et 6 sont-ils solutions ?

INDICE

Outil : compare chaque nombre à 5, puis contrôle dans l'inéquation de départ.

CORRIGÉ

Le nombre 0. On a $0 \leq 5$, donc 0 est solution.

Contrôle dans l'inéquation de départ : $2 \times 0 - 7 = -7$ et $-7 \leq 3$.

Le nombre 6. On a $6 > 5$, donc 6 n'est pas solution.

Contrôle dans l'inéquation de départ : $2 \times 6 - 7 = 5$ et $5 > 3$.

Conclusion. Le nombre 0 est solution, le nombre 6 ne l'est pas.

Exercice 5

Traduire une phrase

Nadia pense à un nombre. Elle dit : « Le triple de mon nombre, diminué de 8, est égal à 25. »

1.

On appelle x le nombre de Nadia. Écris une équation qui traduit sa phrase.

INDICE

Outil : « le triple de x » s'écrit $3x$; « diminué de 8 » veut dire qu'on retranche 8.

CORRIGÉ

Le triple de x s'écrit $3x$.

Diminué de 8, il devient $3x - 8$.

Ce résultat est égal à 25.

Conclusion. La phrase de Nadia se traduit par l'équation $3x - 8 = 25$.

2.

Résous cette équation et donne le nombre de Nadia.

INDICE

Outil : ajoute 8 aux deux membres, puis divise par 3.

CORRIGÉ

On isole x en deux étapes :

- on ajoute 8 aux deux membres ;
- on divise les deux membres par 3.

$$\begin{aligned} 3x - 8 &= 25 \\ 3x &= 33 \\ x &= 11 \end{aligned}$$

Vérification : le triple de 11, diminué de 8, donne $3 \times 11 - 8 = 33 - 8 = 25$.

Conclusion. Le nombre de Nadia est 11.

Exercice 6

Du tissu au souk

Au souk de Tétouan, Kenza achète 4 mètres d'un même tissu. Elle paie avec un billet de 200 dirhams et le vendeur lui rend 48 dirhams.

1.

On note x le prix d'un mètre de tissu, en dirhams. Écris une équation qui traduit la situation.

INDICE

Outil : le prix des 4 mètres est $4x$; ce prix plus la monnaie rendue font le billet de 200 dirhams.

CORRIGÉ

Les 4 mètres coûtent $4x$ dirhams.

Le prix du tissu plus la monnaie rendue font le montant du billet, soit 200 dirhams.

Conclusion. La situation se traduit par l'équation $4x + 48 = 200$.

2.

Résous l'équation et réponds à la question : quel est le prix d'un mètre de tissu ?

INDICE

Outil : retranche 48 aux deux membres, puis divise par 4.

CORRIGÉ

On isole x en deux étapes :

- on retranche 48 aux deux membres ;
- on divise les deux membres par 4.

$$\begin{aligned} 4x + 48 &= 200 \\ 4x &= 152 \\ x &= 38 \end{aligned}$$

Vérification : le tissu et la monnaie rendue font $4 \times 38 + 48 = 152 + 48 = 200$ dirhams.

Conclusion. Un mètre de tissu coûte 38 dirhams.

Exercice 7

Des cahiers avec un budget

Omar dispose de 90 dirhams. Il achète un stylo à 6 dirhams et des cahiers à 12 dirhams l'un.

1.

On note x le nombre de cahiers achetés. Écris une inéquation qui traduit : « Omar ne dépense pas plus de 90 dirhams. »

INDICE

Outil : la dépense totale est le prix du stylo plus celui des cahiers ; « pas plus de » se traduit par $\leq$.

CORRIGÉ

Les x cahiers coûtent $12x$ dirhams.

Avec le stylo à 6 dirhams, la dépense totale est $12x + 6$ dirhams.

« Ne pas dépenser plus de 90 dirhams » veut dire que cette dépense est inférieure ou égale à 90.

Conclusion. La condition s'écrit $12x + 6 \leq 90$.

2.

Résous l'inéquation. Combien de cahiers Omar peut-il acheter au plus ?

INDICE

Outil : retranche 6, puis divise par 12, qui est strictement positif ; garde ensuite les nombres entiers.

CORRIGÉ

On isole x en deux étapes :

- on retranche 6 aux deux membres ;
- on divise les deux membres par 12 ; ce nombre est strictement positif, donc le sens de l'inégalité ne change pas.

$$\begin{aligned} 12x + 6 &\leq 90 \\ 12x &\leq 84 \\ x &\leq 7 \end{aligned}$$

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres x tels que $x \leq 7$.

Or Omar achète un nombre entier de cahiers : x peut valoir 0, 1, 2, et ainsi de suite jusqu'à 7.

Vérification : 7 cahiers et le stylo coûtent $12 \times 7 + 6 = 90$ dirhams, ce qui est permis. Avec 8 cahiers, la dépense serait $12 \times 8 + 6$, soit 102 dirhams, ce qui dépasse 90 dirhams.

Conclusion. Omar peut acheter au plus 7 cahiers.

Exercice 8

Le signe d'une expression simple

On considère l'expression $2x - 10$.

1.

Pour quel nombre x l'expression $2x - 10$ est-elle nulle ?

INDICE

Outil : résous l'équation $2x - 10 = 0$.

CORRIGÉ

On résout l'équation $2x - 10 = 0$:

- on ajoute 10 aux deux membres ;
- on divise les deux membres par 2.

$$\begin{aligned} 2x - 10 &= 0 \\ 2x &= 10 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Vérification : $2 \times 5 - 10 = 0$.

Conclusion. L'expression $2x - 10$ est nulle pour $x = 5$, et seulement pour cette valeur.

2.

Donne le signe de $2x - 10$ selon les valeurs de x.

INDICE

Outil : regarde le signe du nombre qui multiplie x.

CORRIGÉ

D'après la question 1, l'expression $2x - 10$ est nulle pour $x = 5$.

Le nombre qui multiplie x est 2 : il est strictement positif.

Conclusion. L'expression $2x - 10$ est strictement négative quand $x < 5$, nulle quand $x = 5$, strictement positive quand $x > 5$.

Contrôle : pour $x = 0$, qui est inférieur à 5, on calcule $2 \times 0 - 10$ et on trouve -10, qui est bien strictement négatif.