BURHAN

Calcul des volumes : exercices, niveau examen

3ème Année Collège · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/calcul-des-volumes/exercices/examen

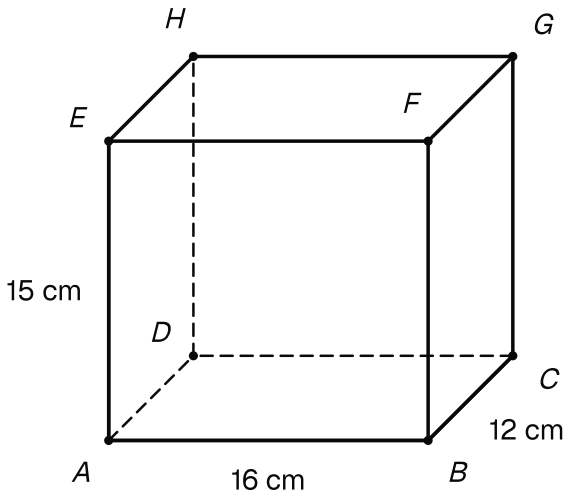
Chapitre	Palier	Exercices
Calcul des volumes	Niveau examen	5

Exercice 1 5 pts

Une boîte, une pyramide et une baguette

Une boîte a la forme d'un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$. Les arêtes $[AE]$ et $[DH]$ sont perpendiculaires à la face $ABCD$.

On donne $AB = 16\ \text{cm}$, $AD = 12\ \text{cm}$ et $AE = 15\ \text{cm}$. Dessine la boîte sur ton cahier.



La boîte ABCDEFGH : AB = 16 cm, AD = 12 cm et AE = 15 cm.

1. 1,5 pts

Calculer le volume de la boîte en cm^3, puis en litres.

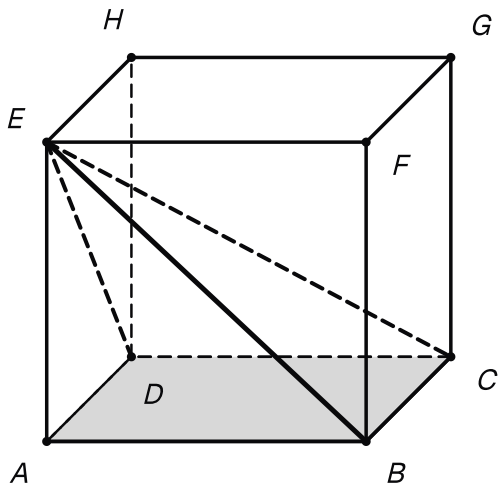
INDICE

Outil : $V = a \times b \times c$.

Ensuite : $1\ \text{L} = 1\,000\ \text{cm}^3$.

2. 1 pts

On considère la pyramide $EABCD$, de sommet E et de base $ABCD$. Calculer son volume. Quelle fraction du volume de la boîte représente-t-il ?



La pyramide EABCD dans la boîte : son sommet est E, sa base est le fond ABCD.

INDICE

Outil : $V = \dfrac{1}{3} \times B \times h$.

Point délicat : la hauteur est $[EA]$, perpendiculaire à la base.

3. 0,5 pts

Calculer la longueur BD.

INDICE

Outil : le triangle ABD est rectangle en A, car $ABCD$ est un rectangle.

4. 1 pts

Justifier que le triangle BDH est rectangle en D. En déduire la longueur BH.

INDICE

Outil : l'arête $[DH]$ est perpendiculaire à la face $ABCD$.

Début : la droite (BD) est dans cette face ; utilise la question 3.

5. 1 pts

Une baguette rigide mesure $24\ \text{cm}$. Peut-on la ranger dans la boîte fermée ? Justifier.

INDICE

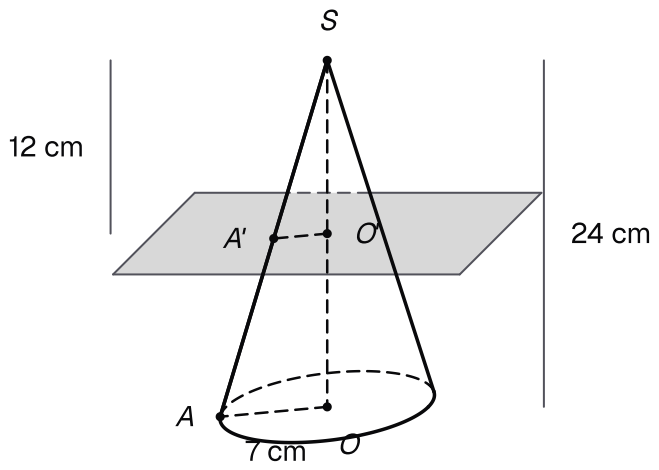
Début : cherche le plus long segment qui tient dans la boîte fermée.

Exercice 2 5 pts

Le volume d'un abat-jour

Un cône de révolution a pour sommet S et pour base un disque de centre O et de rayon $OA = 7\ \text{cm}$. Sa hauteur est $SO = 24\ \text{cm}$.

Un plan parallèle à la base rencontre $[SO]$ en O' et $[SA]$ en A', avec $SO' = 12\ \text{cm}$. La partie située sous ce plan est un tronc de cône : c'est la forme d'un abat-jour.



Le cône de sommet S, de rayon OA = 7 cm et de hauteur SO = 24 cm, coupé par un plan parallèle à la base au niveau de O', avec SO' = 12 cm.

1. 1 pts

Calculer la longueur de la génératrice SA.

INDICE

Outil : le triangle SOA est rectangle en O, car la hauteur est perpendiculaire à la base.

2. 1 pts

Calculer la valeur exacte du volume du grand cône.

INDICE

Outil : $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

3. 1 pts

En déduire l'aire latérale du grand cône : valeur exacte.

INDICE

Outil : l'aire latérale d'un cône vaut $\pi r a$, où a est la génératrice.

Début : utilise la question 1.

4. 1 pts

Calculer le rapport de réduction k. En déduire le rayon $O'A'$ de la section avec le théorème de Thalès.

INDICE

Outil : $k = \dfrac{SO'}{SO}$.

Début : dans le triangle SOA, les droites $(O'A')$ et (OA) sont parallèles.

5. 1 pts

Calculer le volume de l'abat-jour : valeur exacte, puis valeur arrondie au dixième.

INDICE

Début : l'abat-jour est le grand cône privé d'un petit cône de sommet S.

Point délicat : n'arrondis qu'à la fin.

Exercice 3 5 pts

Le bassin d'une fontaine et sa maquette

Le bassin d'une fontaine est un cylindre de révolution de diamètre $8\ \text{m}$ et de profondeur $1\ \text{m}$. L'architecte en a construit une maquette : le diamètre de la maquette mesure $20\ \text{cm}$.

1. 1,5 pts

Calculer le volume du bassin : valeur exacte, puis valeur arrondie au dixième de m^3.

INDICE

Outil : $V = \pi r^2 h$.

Point délicat : le rayon est la moitié du diamètre.

2. 1 pts

Calculer le rapport k de la maquette par rapport au bassin. Est-ce un agrandissement ou une réduction ?

INDICE

Outil : quotient de deux longueurs correspondantes.

Début : $8\ \text{m} = 800\ \text{cm}$.

3. 0,5 pts

Calculer la profondeur de la maquette en centimètres.

INDICE

Outil : une longueur est multipliée par k.

4. 1 pts

En utilisant k^3, calculer la valeur exacte du volume de la maquette en cm^3. Contrôler ce résultat par un calcul direct.

INDICE

Outil : un volume est multiplié par k^3.

Début : $1\ \text{m}^3 = 1\,000\,000\ \text{cm}^3$.

Point délicat : calcule $40^3 = 40 \times 40 \times 40$.

5. 1 pts

Un autre bassin est un agrandissement du premier. Son fond a une aire de $36\pi\ \text{m}^2$. En déduire le rapport d'agrandissement, puis le volume de ce bassin : valeur exacte, puis valeur arrondie au dixième.

INDICE

Début : le fond du premier bassin a une aire de $16\pi\ \text{m}^2$.

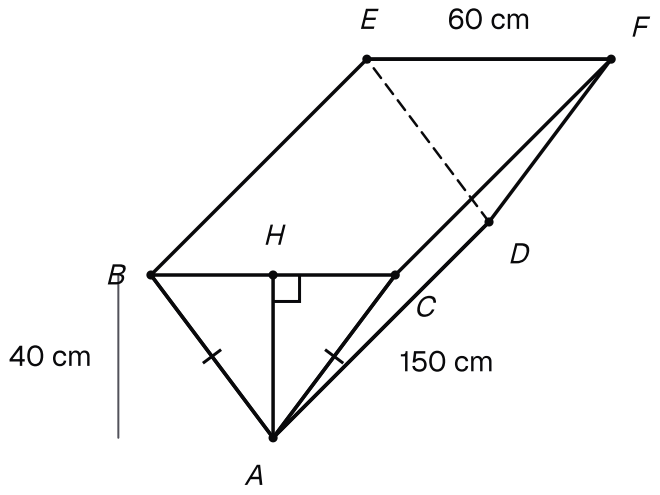
Outil : le quotient des aires vaut k^2.

Exercice 4 — 5 pts

Un abreuvoir et son niveau d'eau

Un abreuvoir en tôle, sans couvercle, a la forme d'un prisme droit $ABCDEF$. Ses bases sont les triangles ABC et DEF, isocèles en A et en D. Les arêtes $[AD]$, $[BE]$ et $[CF]$ sont perpendiculaires aux bases et mesurent $150\ \text{cm}$. L'abreuvoir est posé sur des supports, l'arête $[AD]$ en bas ; la face $BCFE$, horizontale, est l'ouverture.

On donne $BC = 60\ \text{cm}$. Le point H est le milieu de $[BC]$, et $[AH]$ est la hauteur du triangle ABC issue de A : la droite (AH) est perpendiculaire à (BC) et $AH = 40\ \text{cm}$. Dessine l'abreuvoir sur ton cahier.



L'abreuvoir ABCDEF posé l'arête [AD] en bas : la face avant ABC est isocèle en A, avec BC = 60 cm, H milieu de [BC] et AH = 40 cm ; les arêtes latérales mesurent 150 cm.

1. — 1,5 pts

Calculer l'aire du triangle ABC, puis le volume de l'abreuvoir en cm^3 et en litres.

INDICE

Outil : $V = B \times h$, où B est l'aire d'une base et h la longueur d'une arête latérale.

Ensuite : $1\ \text{L} = 1\,000\ \text{cm}^3$.

2. — 1 pts

Calculer la longueur AB.

INDICE

Outil : le triangle ABH est rectangle en H.

Point délicat : BH est la moitié de BC.

3. 0,5 pts

En déduire l'aire de tôle de l'abreuvoir : les deux faces rectangulaires $ABED$ et $ACFD$, et les deux bases.

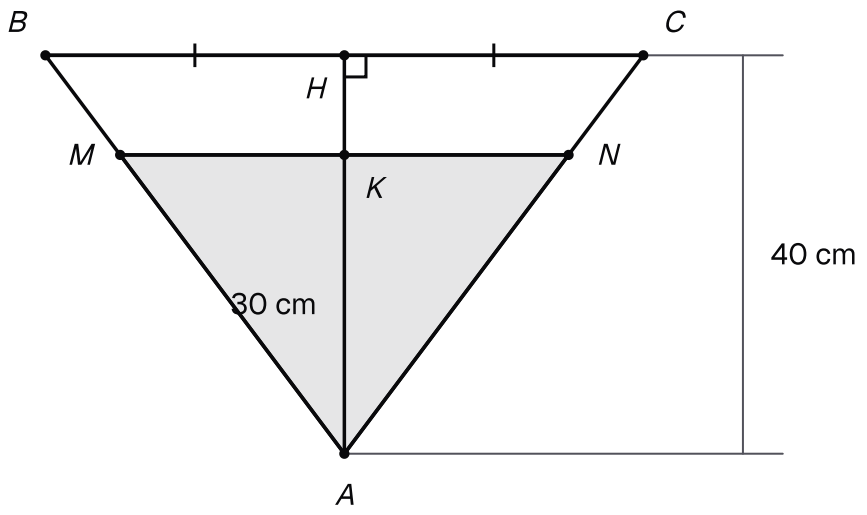
INDICE

Début : la face $ABED$ est un rectangle de côtés AB et AD.

Point délicat : $AC = AB$, car le triangle ABC est isocèle en A.

4. 1 pts

On verse de l'eau dans l'abreuvoir. Dans la face avant ABC, la surface de l'eau est le segment $[MN]$, avec M sur $[AB]$, N sur $[AC]$ et (MN) parallèle à (BC). Le segment $[MN]$ coupe $[AH]$ en K, et la profondeur de l'eau est $AK = 30\ \text{cm}$. Calculer KM avec le théorème de Thalès. En déduire la largeur MN de la surface de l'eau.



Dans la face avant ABC, la surface de l'eau est [MN], parallèle à [BC] ; elle coupe [AH] en K, avec AK = 30 cm.

INDICE

Outil : dans le triangle ABH, les droites (KM) et (HB) sont parallèles.

Point délicat : fais de même dans le triangle ACH, puis additionne.

5. 1 pts

Le fermier affirme : « L'eau monte aux trois quarts de la hauteur, donc l'abreuvoir est rempli aux trois quarts. » Calculer le volume d'eau en litres, puis dire si le fermier a raison.

INDICE

Début : quelle forme a l'eau dans l'abreuvoir ? Cherche sa base dans la face avant.

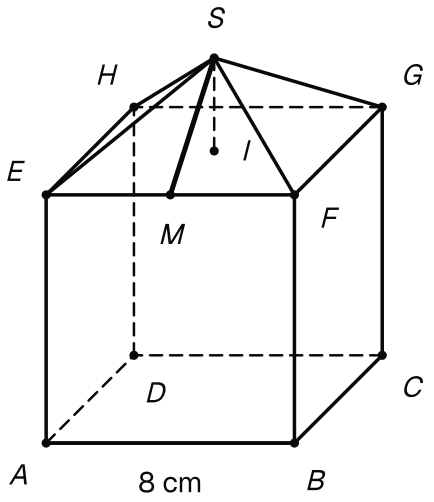
Point délicat : compare des fractions de la capacité, pas des hauteurs.

Exercice 5 — 5 pts

Un trophée en verre

Un trophée en verre plein est formé d'un cube $ABCDEFGH$ d'arête $8\ \text{cm}$, posé sur sa face $ABCD$, et d'une pyramide régulière $SEFGH$ collée sur la face $EFGH$. La base de la pyramide est le carré $EFGH$, de centre I, et sa hauteur est $[SI]$: la droite (SI) est perpendiculaire à la face $EFGH$.

Les quatre faces latérales de la pyramide sont des triangles isocèles identiques. Le point M est le milieu de $[EF]$, et $[SM]$ est la hauteur du triangle SEF issue de S, avec $SM = 5\ \text{cm}$. Dessine le trophée sur ton cahier.



Le trophée : le cube ABCDEFGH de 8 cm d'arête, posé sur ABCD, et la pyramide SEFGH collée sur la face du haut, avec I centre de EFGH, M milieu de [EF] et SM = 5 cm.

1. — 1,5 pts

Calculer le volume du cube en cm^3, puis en dm^3.

INDICE

Outil : le volume d'un cube d'arête a vaut $a \times a \times a$.

Ensuite : $1\ \text{dm}^3 = 1\,000\ \text{cm}^3$.

2. — 1 pts

Calculer l'aire latérale de la pyramide $SEFGH$.

INDICE

Outil : l'aire du triangle SEF vaut $\dfrac{EF \times SM}{2}$.

Point délicat : $[SM]$ est la hauteur d'une face, pas celle de la pyramide.

3. 0,5 pts

En déduire l'aire de la surface extérieure du trophée, face posée sur la table comprise.

INDICE

Point délicat : la face $EFGH$ du cube est cachée sous la pyramide : elle ne compte pas.

4. 1 pts

Justifier que le triangle SIM est rectangle en I. En déduire la hauteur SI de la pyramide, puis le volume du trophée.

INDICE

Outil : la droite (SI) est perpendiculaire à la face $EFGH$.

Début : I est le centre du carré et M le milieu de $[EF]$; calcule d'abord IM.

5. 1 pts

Un autre modèle garde le même cube et une pyramide régulière de même base $EFGH$, mais plus haute : cet objet a un volume de $640\ \text{cm}^3$. Quelle est la hauteur de sa pyramide ?

INDICE

Début : retire d'abord le volume du cube.

Point délicat : écris le volume de la pyramide avec sa hauteur h, inconnue, sans oublier le tiers.