BURHAN

Angles inscrits et angles au centre : exercices, entraînement

3ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/angles-inscrits-et-angles-au-centre/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Angles inscrits et angles au centre	Entraînement	7

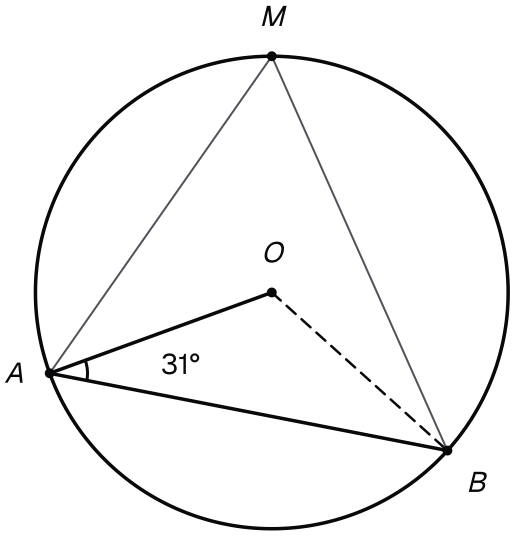
Exercice 1

D'un angle à la base à l'angle inscrit

Trace un cercle de centre O et de rayon 5 cm. Place un point A sur ce cercle.

Trace une demi-droite d'origine A qui fait avec $[AO)$ un angle de $31°$: elle coupe encore le cercle, en B. On a donc $\widehat{OAB} = 31°$.

Place enfin M sur le grand arc AB.



La demi-droite issue de A fait un angle de 31 degrés avec [AO) et recoupe le cercle en B ; M est sur le grand arc AB.

1.

Calculer $\widehat{OBA}$.

INDICE

Outil : le triangle OAB a deux côtés qui sont des rayons.

CORRIGÉ

On a $OA = OB$, car ce sont deux rayons : le triangle OAB est isocèle en O. Ses angles à la base sont donc égaux :

$$\widehat{OBA} = \widehat{OAB} = 31°$$

Conclusion. L'angle $\widehat{OBA}$ mesure $31°$.

2.

En déduire $\widehat{AOB}$.

INDICE

Début : dans le triangle OAB, combien d'angles connais-tu maintenant ?

Ensuite : quel rappel de 1re année relie les trois angles ?

CORRIGÉ

On connaît maintenant deux angles du triangle OAB. La somme des angles d'un triangle vaut $180°$, donc :

$$\begin{aligned}&\widehat{AOB}\\&= 180° - 31° - 31°\\&= 118°\end{aligned}$$

Conclusion. L'angle au centre $\widehat{AOB}$ mesure $118°$.

3.

Calculer $\widehat{AMB}$.

INDICE

Outil : la propriété « angle inscrit et angle au centre ».

Point délicat : vérifie la position de M.

CORRIGÉ

Arc intercepté. Le point M est sur le grand arc AB. Les angles $\widehat{AMB}$ et $\widehat{AOB}$ interceptent donc le petit arc AB.

Calcul. D'après la propriété « angle inscrit et angle au centre », avec la question 2 :

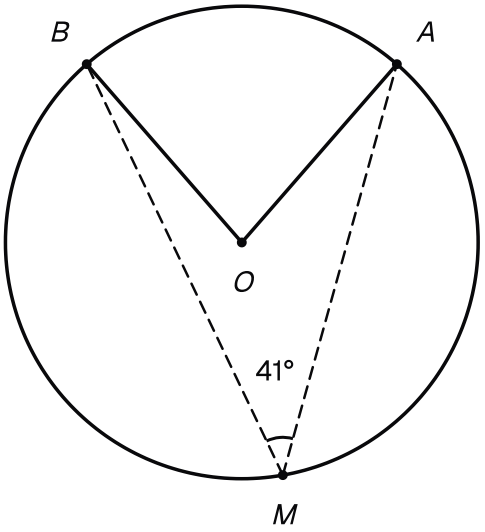
$$\widehat{AMB} = \frac{118°}{2} = 59°$$

Conclusion. L'angle $\widehat{AMB}$ mesure $59°$.

Exercice 2

Une part de pizza

Nadia découpe une part dans une pizza ronde de centre O. Elle coupe en ligne droite de O vers le point A du bord, puis de O vers le point B du bord. Son frère Youssef est assis en M, au bord de la pizza, sur le grand arc AB. Il voit la croûte de cette part sous un angle $\widehat{AMB} = 41^\circ$.



La part de pizza entre les coupes [OA] et [OB], et Youssef en M, qui voit sa croûte sous un angle de 41 degrés.

1.

Calculer l'angle $\widehat{AOB}$ de la part.

INDICE

Outil : la propriété « angle inscrit et angle au centre ».

Début : quel arc interceptent les deux angles ?

CORRIGÉ

Arc intercepté. Youssef est en M, sur le grand arc AB. Les angles $\widehat{AMB}$ et $\widehat{AOB}$ interceptent donc le petit arc AB.

Calcul. L'angle de la part est donc le double de l'angle de Youssef, d'après la propriété « angle inscrit et angle au centre » :

$$\widehat{AOB} = 2 \times 41^\circ = 82^\circ$$

Conclusion. L'angle $\widehat{AOB}$ de la part mesure 82°.

2.

Nadia coupe aussi la corde $[AB]$. Calculer les angles $\widehat{OAB}$ et $\widehat{OBA}$ du triangle OAB.

INDICE

Outil : les deux coupes $[OA]$ et $[OB]$ sont des rayons.

Ensuite : la somme des angles d'un triangle.

CORRIGÉ

Triangle isocèle. On a $OA = OB$, car les coupes $[OA]$ et $[OB]$ sont deux rayons. Le triangle OAB est isocèle en O : ses angles à la base sont égaux.

Somme des angles. La somme des angles d'un triangle vaut $180°$. On retire l'angle en O et on partage le reste en deux :

$$\begin{aligned}\widehat{OAB} &= \frac{180° - 82°}{2} \\ &= 49°\end{aligned}$$

Conclusion. $\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 49°$.

3.

Contrôler la question 1 : vérifier que $\frac{\widehat{AOB}}{2}$ redonne bien l'angle $\widehat{AMB}$ de Youssef.

INDICE

Début : reprends la valeur trouvée à la question 1.

Outil : la même propriété, lue dans l'autre sens.

CORRIGÉ

D'après la question 1, $\widehat{AOB} = 82°$. Un angle inscrit qui intercepte le petit arc AB en est la moitié, selon la propriété « angle inscrit et angle au centre » :

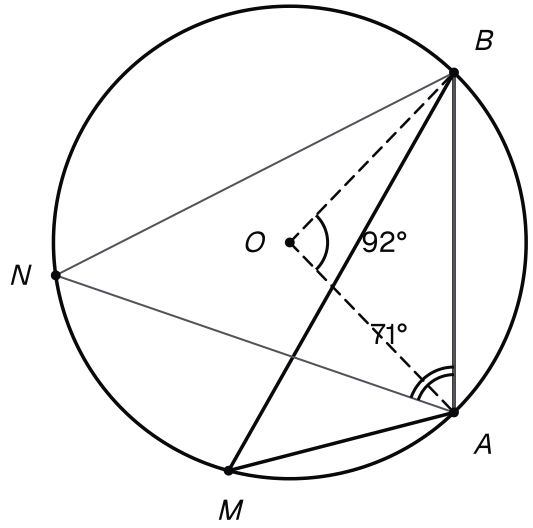
$$\frac{82°}{2} = 41°$$

Conclusion. On retrouve bien $\widehat{AMB} = 41°$: le résultat de la question 1 est cohérent.

Exercice 3

Deux triangles sur la même corde

Trace un cercle de centre O et de rayon 6 cm. Place A et B sur le cercle tels que $\widehat{AOB} = 92°$. Place M sur le grand arc AB. Place aussi N sur le grand arc AB, tel que $\widehat{NAB} = 71°$. Trace les triangles AMB et ANB.



Le cercle de rayon 6 cm, l'angle au centre AOB de 92 degrés et les triangles AMB et ANB, avec l'angle NAB de 71 degrés.

1.

Calculer $\widehat{AMB}$.

INDICE

Outil : la propriété « angle inscrit et angle au centre ».

CORRIGÉ

Arc intercepté. Le point M est sur le grand arc AB. Les angles $\widehat{AMB}$ et $\widehat{AOB}$ interceptent donc le petit arc AB.

Calcul. D'après la propriété « angle inscrit et angle au centre » :

$$\widehat{AMB} = \frac{92°}{2} = 46°$$

Conclusion. L'angle $\widehat{AMB}$ mesure $46°$.

2.

Justifier que $\widehat{ANB} = \widehat{AMB}$.

INDICE

Outil : la propriété « angles inscrits qui interceptent le même arc ».

Début : vérifie les côtés, puis les sommets.

CORRIGÉ

Côtés et sommets. Les angles $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ sont inscrits dans le même cercle. Leurs côtés passent par A et par B. Leurs sommets M et N sont tous deux sur le grand arc AB : ils interceptent le petit arc AB.

Propriété. Selon la propriété « angles inscrits qui interceptent le même arc », ces angles ont une même mesure :

$$\widehat{ANB} = \widehat{AMB} = 46^\circ$$

Conclusion. On a bien $\widehat{ANB} = \widehat{AMB}$.

3.

En déduire $\widehat{ABN}$.

INDICE

Outil : la somme des angles d'un triangle.

Début : dans le triangle ANB, tu connais maintenant deux angles.

CORRIGÉ

Dans le triangle ANB, on connaît $\widehat{NAB} = 71^\circ$ et, d'après la question 2, $\widehat{ANB} = 46^\circ$. La somme des angles d'un triangle vaut 180° :

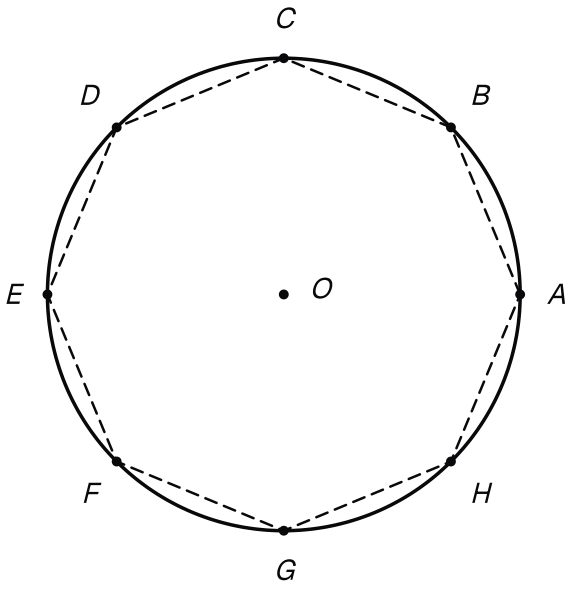
$$\begin{aligned} &\widehat{ABN} \\ &= 180^\circ - 71^\circ - 46^\circ \\ &= 63^\circ \end{aligned}$$

Conclusion. L'angle $\widehat{ABN}$ mesure 63°.

Exercice 4

Huit lampadaires autour d'une place

Une place circulaire a pour centre O. Huit lampadaires A, B, C, D, E, F, G et H sont plantés sur son bord, dans cet ordre. Ils sont régulièrement répartis : ils forment un octogone régulier.



Les huit lampadaires de la place, de A à H, forment un octogone régulier inscrit dans le cercle de centre O.

1.

Calculer $\widehat{AOB}$.

INDICE

Outil : le tour complet vaut $360°$, partagé en angles égaux.

CORRIGÉ

Autour de O, le tour complet de $360°$ est partagé en 8 angles égaux, un entre chaque paire de lampadaires voisins :

$$\widehat{AOB} = \frac{360°}{8} = 45°$$

Conclusion. L'angle $\widehat{AOB}$ mesure $45°$.

2.

Calculer $\widehat{AOC}$, puis $\widehat{ADC}$.

INDICE

Début : de A à C, il y a deux intervalles.

Point délicat : vérifie que D est sur le grand arc AC.

CORRIGÉ

Angle au centre. De A à C, il y a 2 intervalles de $45°$:

$$\widehat{AOC} = 2 \times 45° = 90°$$

Position de D. Le petit arc AC passe par B, et non par D. Le point D est donc sur le grand arc AC : les angles $\widehat{ADC}$ et $\widehat{AOC}$ interceptent le petit arc AC.

Calcul. On applique la propriété « angle inscrit et angle au centre » :

$$\widehat{ADC} = \frac{90°}{2} = 45°$$

Conclusion. $\widehat{AOC} = 90°$ et $\widehat{ADC} = 45°$.

3.

Calculer $\widehat{AOD}$, puis les angles $\widehat{OAD}$ et $\widehat{ODA}$ du triangle AOD.

INDICE

Début : compte les intervalles de A à D.

Ensuite : le triangle AOD a deux côtés qui sont des rayons.

CORRIGÉ

Angle au centre. De A à D, il y a 3 intervalles de $45°$:

$$\widehat{AOD} = 3 \times 45° = 135°$$

Triangle isocèle. On a $OA = OD$, car ce sont deux rayons. Le triangle AOD est isocèle en O, donc $\widehat{OAD} = \widehat{ODA}$.

Somme des angles. La somme des angles d'un triangle vaut $180°$:

$$\begin{aligned}\widehat{OAD} &= \frac{180° - 135°}{2} \\ &= 22{,}5°\end{aligned}$$

Conclusion. $\widehat{AOD} = 135°$ et $\widehat{OAD} = \widehat{ODA} = 22{,}5°$.

4.

Le point F est sur le grand arc AD. Calculer $\widehat{AFD}$.

INDICE

Outil : la propriété « angle inscrit et angle au centre », avec la question 3.

CORRIGÉ

Le sommet F est sur le grand arc AD. Les angles $\widehat{AFD}$ et $\widehat{AOD}$ interceptent donc le petit arc AD.

D'après la propriété « angle inscrit et angle au centre », avec la question 3 :

$$\widehat{AFD} = \frac{135^\circ}{2} = 67{,}5^\circ$$

Conclusion. L'angle $\widehat{AFD}$ mesure $67{,}5^\circ$.

Exercice 5

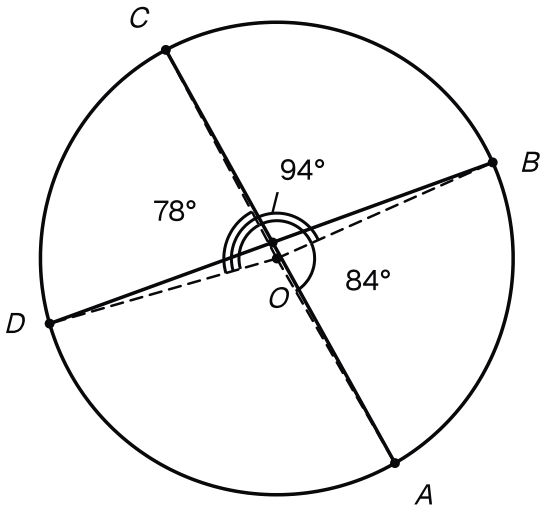
Deux cordes qui se coupent

Trace un cercle de centre O et de rayon 5 cm. Place un point A sur le cercle.

Ensuite, en parcourant le cercle dans un seul sens, place B, C et D tels que :

- $\widehat{AOB} = 84°$;
- $\widehat{BOC} = 94°$;
- $\widehat{COD} = 78°$.

On a alors $\widehat{AOD} = 104°$. Les cordes $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en I.



Les points A, B, C et D se suivent sur le cercle de rayon 5 cm ; les cordes [AC] et [BD] se coupent au point I.

1.

Calculer $\widehat{BAC}$.

INDICE

Début : les côtés de l'angle passent par B et par C. Sur quel arc BC se trouve A ?

CORRIGÉ

Position de A. Les côtés de $\widehat{BAC}$ passent par B et par C. Le petit arc BC ne contient ni A ni D : le point A est sur le grand arc BC.

Arc intercepté. Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BOC}$ interceptent donc le petit arc BC.

Calcul. D'après la propriété « angle inscrit et angle au centre » :

$$\widehat{BAC} = \frac{94°}{2} = 47°$$

Conclusion. L'angle $\widehat{BAC}$ mesure $47°$.

2.

Rédiger la justification de l'égalité $\widehat{BDC} = \widehat{BAC}$.

INDICE

Outil : la propriété « angles inscrits qui interceptent le même arc ».

Point délicat : vérifie les deux sommets.

CORRIGÉ

Côtés et sommets. Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BDC}$ sont inscrits dans le même cercle. Leurs côtés passent par B et par C. Leurs sommets A et D sont tous deux sur le grand arc BC : ils interceptent le petit arc BC.

Propriété. Selon la propriété « angles inscrits qui interceptent le même arc » :

$$\widehat{BDC} = \widehat{BAC} = 47^\circ$$

Conclusion. L'égalité $\widehat{BDC} = \widehat{BAC}$ est justifiée par cette propriété.

3.

De la même façon, calculer $\widehat{ABD}$ et $\widehat{ACD}$.

INDICE

Début : ces deux angles ont des côtés qui passent par A et par D.

Outil : utilise $\widehat{AOD}$.

CORRIGÉ

Angle $\widehat{ABD}$. Ses côtés passent par A et par D. Le sommet B est sur le grand arc AD : $\widehat{ABD}$ et $\widehat{AOD}$ interceptent le petit arc AD. D'après la propriété « angle inscrit et angle au centre » :

$$\widehat{ABD} = \frac{104^\circ}{2} = 52^\circ$$

Angle $\widehat{ACD}$. Le sommet C est lui aussi sur le grand arc AD. Pour la même raison, $\widehat{ACD}$ vaut la moitié de 104°.

Conclusion. $\widehat{ABD} = 52^\circ$ et $\widehat{ACD} = 52^\circ$.

4.

En déduire $\widehat{AIB}$ et $\widehat{DIC}$. L'angle $\widehat{AIB}$ est-il un angle inscrit ?

INDICE

Outil : la somme des angles des triangles ABI et DCI.

Point délicat : où se trouve le point I ?

CORRIGÉ

Triangle ABI. Le point I est sur $[AC]$ et sur $[BD]$. Donc $\widehat{IAB} = \widehat{BAC} = 47^\circ$ et $\widehat{IBA} = \widehat{ABD} = 52^\circ$. Avec la somme des angles d'un triangle :

$$\begin{aligned}&\widehat{AIB}\\&= 180^\circ - 47^\circ - 52^\circ\\&= 81^\circ\end{aligned}$$

Triangle DCI. De même, $\widehat{IDC} = \widehat{BDC} = 47^\circ$ et $\widehat{ICD} = \widehat{ACD} = 52^\circ$. La somme des angles donne le même calcul, donc $\widehat{DIC} = 81^\circ$.

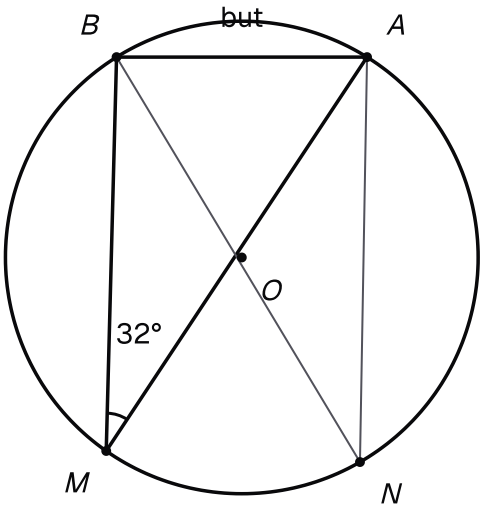
Nature. Le point I est à l'intérieur du disque, sans être le centre. Son sommet n'est ni en O, ni sur le cercle.

Conclusion. $\widehat{AIB} = 81^\circ$ et $\widehat{DIC} = 81^\circ$; l'angle $\widehat{AIB}$ n'est pas un angle inscrit.

Exercice 6

L'angle de tir face au but

À l'entraînement, le coach trace au sol un cercle de centre O qui passe par les deux poteaux A et B d'un but. Le centre O est sur le terrain, devant le but. Deux joueurs, Hamza en M et Rayan en N, se placent sur le grand arc AB. Depuis M, Hamza voit le but sous un angle $\widehat{AMB} = 32°$.



Le cercle tracé par le coach passe par les poteaux A et B ; Hamza en M voit le but sous 32 degrés, Rayan se tient en N.

1.

Rayan dit qu'il voit le but sous un angle plus grand que celui de Hamza. A-t-il raison ?

INDICE

Outil : la propriété « angles inscrits qui interceptent le même arc ».

Début : compare les points par lesquels passent les côtés des deux angles.

CORRIGÉ

Même arc. Les angles $\widehat{AMB}$ et $\widehat{ANB}$ sont inscrits dans le même cercle. Leurs côtés passent par A et par B. Les sommets M et N sont sur le grand arc AB : les deux angles interceptent le petit arc AB.

Propriété. Selon la propriété « angles inscrits qui interceptent le même arc », on a $\widehat{ANB} = 32°$.

Conclusion. Rayan a tort : les deux joueurs voient le but sous le même angle de tir.

2.

Calculer $\widehat{AOB}$.

INDICE

Outil : la propriété « angle inscrit et angle au centre ».

CORRIGÉ

Le sommet M est sur le grand arc AB : les angles $\widehat{AMB}$ et $\widehat{AOB}$ interceptent le petit arc AB.
D'après la propriété « angle inscrit et angle au centre », on double l'angle de Hamza :

$$\widehat{AOB} = 2 \times 32^\circ = 64^\circ$$

Conclusion. L'angle au centre $\widehat{AOB}$ mesure 64°.

3.

Calculer l'angle $\widehat{OAB}$ que fait la ligne de but avec la droite (AO).

INDICE

Début : quels côtés du triangle OAB sont des rayons ?

CORRIGÉ

Triangle isocèle. On a $OA = OB$, car ce sont deux rayons. Le triangle OAB est donc isocèle en O.

Somme des angles. La somme des angles d'un triangle vaut 180°. Les deux angles à la base se partagent ce qui reste après l'angle en O :

$$\begin{aligned}\widehat{OAB} &= \frac{180^\circ - 64^\circ}{2} \\ &= 58^\circ\end{aligned}$$

Conclusion. La ligne de but fait avec la droite (AO) un angle de 58°.

Exercice 7

La copie de Salma

Sur un cercle de centre O, les points A et B sont tels que $\widehat{AMB} = 34^\circ$, où M est un point du grand arc AB. On demande $\widehat{AOB}$, puis $\widehat{OAB}$. Salma rédige :

- **Ligne 1.** D'après la propriété « angle inscrit et angle au centre », $\widehat{AOB} = \dfrac{34^\circ}{2} = 17^\circ$.
- **Ligne 2.** Je mesure $\widehat{OAB}$ au rapporteur et je trouve environ 56°. Donc $\widehat{OAB} = 56^\circ$.

1.

Quelle est l'erreur dans la première ligne ? Corriger le calcul de $\widehat{AOB}$.

INDICE

Point délicat : des deux angles, lequel est la moitié de l'autre ?

CORRIGÉ

Erreur. Salma a inversé les rôles des deux angles. C'est l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ qui est la moitié de l'angle au centre, et non l'inverse.

Correction. Le point M est sur le grand arc AB. Avec la propriété « angle inscrit et angle au centre », on double donc 34° :

$$\widehat{AOB} = 2 \times 34^\circ = 68^\circ$$

Conclusion. Salma a divisé au lieu de multiplier ; en réalité, $\widehat{AOB} = 68^\circ$.

2.

La deuxième ligne donne la bonne valeur. Pourquoi n'est-elle pas acceptable ? Rédiger une justification correcte.

INDICE

Outil : une mesure sert seulement à deviner.

Ensuite : utilise le triangle OAB.

CORRIGÉ

Pourquoi ce n'est pas acceptable. Une mesure au rapporteur est approchée. Elle permet de deviner un résultat, pas de le justifier.

Triangle isocèle. On a $OA = OB$, car ce sont deux rayons. Le triangle OAB est isocèle en O.

Somme des angles. La somme des angles d'un triangle vaut 180°, et les angles à la base sont égaux :

$$\begin{aligned}\widehat{OAB} &= \frac{180^\circ - 68^\circ}{2} \\ &= 56^\circ\end{aligned}$$

Conclusion. La valeur 56° est juste, mais seul ce calcul la justifie.