BURHAN

Angles inscrits et angles au centre : exercices, application

3ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/3ac/mathematiques/angles-inscrits-et-angles-au-centre/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Angles inscrits et angles au centre	Application	8

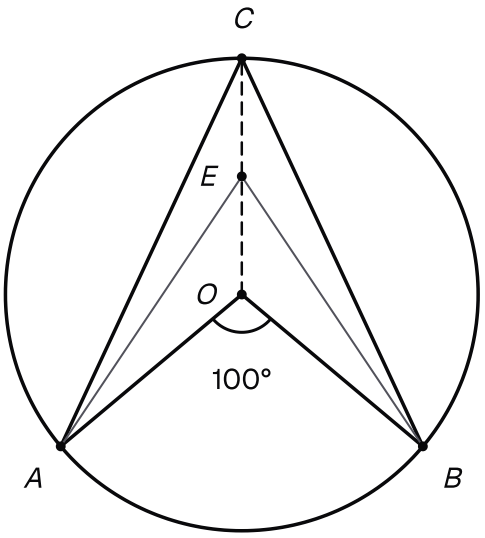
Exercice 1

Le lampadaire du rond-point

Un rond-point a la forme d'un cercle $\mathcal{C}$ de centre O. Un lampadaire est planté en O.

Figure. Construis la figure dans cet ordre :

- trace un cercle de centre O et de rayon 5 cm ;
- place un point A sur ce cercle ;
- place B sur le cercle tel que $\widehat{AOB} = 100^\circ$;
- place C sur le grand arc AB ;
- enfin, place E au milieu du segment $[OC]$.



Le rond-point de rayon 5 cm : l'angle AOB de 100 degrés, le point C sur le grand arc AB et le point E, milieu de [OC].

1.

Pour chacun des angles $\widehat{AOB}$, $\widehat{ACB}$ et $\widehat{AEB}$, dire s'il s'agit d'un angle au centre, d'un angle inscrit, ou d'aucun des deux.

INDICE

Outil : les définitions de l'angle au centre et de l'angle inscrit.

Début : cherche d'abord où se trouve le sommet de chaque angle.

CORRIGÉ

On regarde d'abord où se trouve le sommet de chaque angle.

Angle $\widehat{AOB}$. Son sommet est le centre O. D'après la définition, c'est un angle au centre.

Angle $\widehat{ACB}$. Son sommet C est sur le cercle. Ses côtés $[CA)$ et $[CB)$ recoupent le cercle, en A et en B. D'après la définition, c'est un angle inscrit.

Angle $\widehat{AEB}$. Le point E est à l'intérieur du disque, et ce n'est pas le centre. Son sommet n'est ni en O, ni sur le cercle.

Conclusion. $\widehat{AOB}$ est un angle au centre, $\widehat{ACB}$ est un angle inscrit, et $\widehat{AEB}$ n'est ni l'un ni l'autre.

2.

Quel arc intercepte l'angle $\widehat{AOB}$? Quel arc intercepte l'angle $\widehat{ACB}$?

INDICE

Outil : l'arc intercepté se trouve à l'intérieur de l'angle.

Point délicat : pour l'angle inscrit, c'est l'arc AB qui ne contient pas C.

CORRIGÉ

Angle au centre. D'après la définition de l'angle au centre, $\widehat{AOB}$ intercepte le petit arc AB.

Angle inscrit. D'après la définition de l'angle inscrit, $\widehat{ACB}$ intercepte l'arc AB qui ne contient pas C. Or C est sur le grand arc. L'arc intercepté est donc le petit arc AB.

Conclusion. $\widehat{AOB}$ et $\widehat{ACB}$ interceptent un seul et même arc : le petit arc AB.

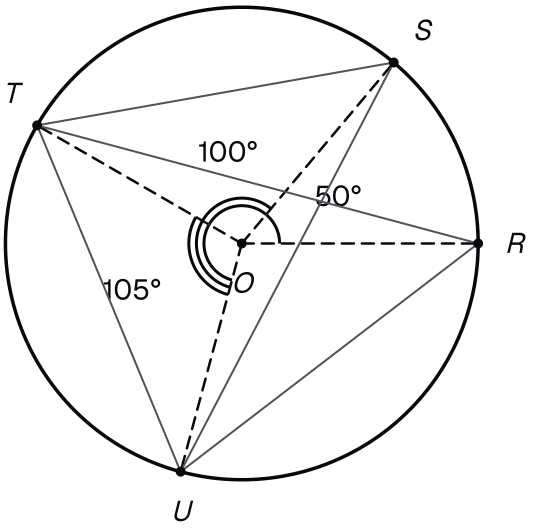
Exercice 2

Quatre points sur un cercle : qui intercepte quoi ?

Trace un cercle de centre O et de rayon 3 cm. Place un point R sur le cercle.

En tournant toujours dans le même sens, place S, T et U sur le cercle tels que :

- $\widehat{ROS} = 50°$;
- puis $\widehat{SOT} = 100°$;
- puis $\widehat{TOU} = 105°$.



Les points R, S, T et U placés dans un même sens de rotation, avec les angles au centre de 50, 100 et 105 degrés.

1.

Quel arc intercepte l'angle inscrit $\widehat{RTS}$? Quel angle au centre intercepte le même arc ?

INDICE

Outil : la définition de l'angle inscrit.

Début : les côtés de l'angle passent par R et par S.

CORRIGÉ

Les côtés de $\widehat{RTS}$ passent par R et par S. D'après la définition de l'angle inscrit, cet angle intercepte l'arc RS qui ne contient pas T : c'est le petit arc RS.

Conclusion. $\widehat{RTS}$ intercepte le petit arc RS, comme l'angle au centre $\widehat{ROS}$.

2.

Même question pour l'angle inscrit $\widehat{SUT}$.

INDICE

Outil : la même définition.

Début : repère les deux points par lesquels passent les côtés.

CORRIGÉ

Les côtés de $\widehat{SUT}$ passent par S et par T. D'après la définition, cet angle intercepte l'arc ST qui ne contient pas U : c'est le petit arc ST.

Conclusion. $\widehat{SUT}$ intercepte le petit arc ST, comme l'angle au centre $\widehat{SOT}$.

3.

Même question pour l'angle inscrit $\widehat{RUT}$.

INDICE

Point délicat : l'arc cherché passe par un autre point de la figure. Lequel ?

CORRIGÉ

Les côtés de $\widehat{RUT}$ passent par R et par T. D'après la définition, cet angle intercepte l'arc RT qui ne contient pas U.

Cet arc est le petit arc RT, qui passe par S.

Conclusion. $\widehat{RUT}$ intercepte le petit arc RT, comme l'angle au centre $\widehat{ROT}$.

Exercice 3

De l'angle au centre à l'angle inscrit

1.

Trace un cercle de centre O et de rayon 6 cm. Place A et B sur le cercle tels que $\widehat{AOB} = 124°$. Place M sur le grand arc AB. Calculer $\widehat{AMB}$.

INDICE

Outil : la propriété « angle inscrit et angle au centre ».

Début : vérifie que les deux angles interceptent le même arc.

CORRIGÉ

Arc intercepté. Le point M est sur le grand arc AB. Les angles $\widehat{AMB}$ et $\widehat{AOB}$ interceptent donc tous deux le petit arc AB.

Calcul. La propriété « angle inscrit et angle au centre » donne alors la moitié de $124°$:

$$\widehat{AMB} = \frac{124°}{2} = 62°$$

Conclusion. L'angle $\widehat{AMB}$ mesure $62°$.

2.

Sur un autre cercle de centre O, on place C et D tels que $\widehat{COD} = 75°$, puis P sur le grand arc CD. Calculer $\widehat{CPD}$.

INDICE

Outil : la même propriété.

Point délicat : le résultat n'est pas un nombre entier de degrés.

CORRIGÉ

Arc intercepté. Le point P est sur le grand arc CD. Les angles $\widehat{CPD}$ et $\widehat{COD}$ interceptent donc le petit arc CD.

Calcul. D'après la propriété « angle inscrit et angle au centre », on prend la moitié de $75°$:

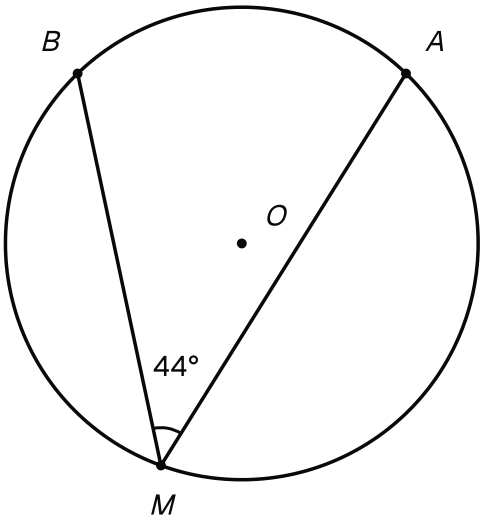
$$\widehat{CPD} = \frac{75°}{2} = 37{,}5°$$

Conclusion. L'angle $\widehat{CPD}$ mesure $37{,}5°$.

Exercice 4

Deux verres sur une table ronde

Une table ronde a pour centre O. Deux verres sont posés sur son bord, en A et en B. Ali est assis au bord de la table, au point M du grand arc AB. Il voit les deux verres sous un angle $\widehat{AMB} = 44°$.



La table ronde de centre O : les verres en A et en B, et Ali en M sur le grand arc, qui les voit sous un angle de 44 degrés.

1.

Calculer l'angle $\widehat{AOB}$.

INDICE

Outil : la propriété « angle inscrit et angle au centre ».

Point délicat : cette fois, on cherche l'angle au centre.

CORRIGÉ

Arc intercepté. Ali est en M, sur le grand arc AB. Les angles $\widehat{AMB}$ et $\widehat{AOB}$ interceptent donc le petit arc AB.

Calcul. On applique la propriété « angle inscrit et angle au centre » : on double l'angle sous lequel Ali voit les verres.

$$\widehat{AOB} = 2 \times 44° = 88°$$

Conclusion. L'angle $\widehat{AOB}$ mesure $88°$.

2.

Ali change de place, toujours sur le grand arc AB. Les verres sont déplacés et il les voit maintenant sous un angle de $23°$. Que vaut alors $\widehat{AOB}$?

INDICE

Outil : la même propriété, avec la nouvelle mesure.

CORRIGÉ

Le sommet est encore sur le grand arc AB : les deux angles interceptent toujours le petit arc AB. D'après la propriété « angle inscrit et angle au centre », on double la nouvelle mesure :

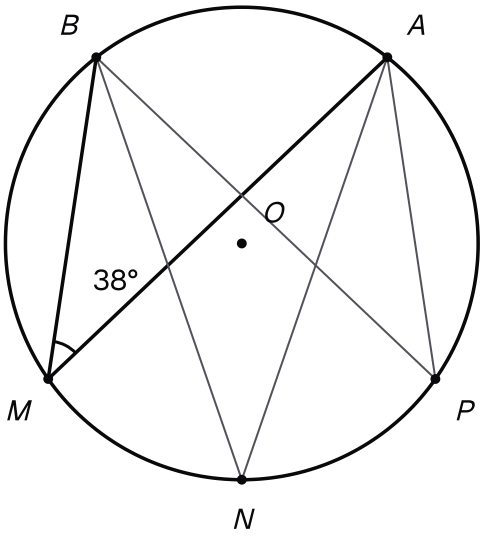
$$\widehat{AOB} = 2 \times 23° = 46°$$

Conclusion. L'angle $\widehat{AOB}$ vaut alors $46°$.

Exercice 5

Deux palmiers et trois bancs

Un jardin a la forme d'un disque de centre O. Deux palmiers sont plantés sur son bord, en A et en B. Trois bancs M, N et P sont aussi sur le bord, tous sur le grand arc AB. Depuis le banc M, les palmiers sont vus sous un angle $\widehat{AMB} = 38°$.



Le jardin circulaire : les palmiers A et B, et les trois bancs M, N et P sur le grand arc ; depuis M, l'angle AMB vaut 38 degrés.

1.

Sans mesurer, donner $\widehat{ANB}$ et $\widehat{APB}$. Justifier.

INDICE

Outil : la propriété « angles inscrits qui interceptent le même arc ».

Début : où sont les sommets N et P ?

CORRIGÉ

Même arc. Les angles $\widehat{AMB}$, $\widehat{ANB}$ et $\widehat{APB}$ sont inscrits dans le même cercle. Leurs côtés passent par A et par B, et leurs sommets sont sur le grand arc AB. Ils interceptent donc tous le petit arc AB.

Égalité. Selon la propriété « angles inscrits qui interceptent le même arc », ces trois angles ont la même mesure que $\widehat{AMB}$:

$$\widehat{ANB} = \widehat{APB} = 38°$$

Conclusion. Sans mesurer, $\widehat{ANB}$ et $\widehat{APB}$ valent $38°$.

2.

Karim affirme : « L'angle $\widehat{AMN}$ vaut aussi $38°$. » A-t-il raison ?

INDICE

Point délicat : regarde par quels points passent les côtés de l'angle $\widehat{AMN}$.

CORRIGÉ

Les côtés de $\widehat{AMN}$ passent par A et par N, pas par A et par B. Cet angle n'intercepte donc pas le même arc que $\widehat{AMB}$.

La propriété « angles inscrits qui interceptent le même arc » ne s'applique pas : elle ne permet pas de calculer $\widehat{AMN}$.

Conclusion. Karim ne peut pas l'affirmer : rien ne permet de dire que $\widehat{AMN}$ vaut $38°$.

Exercice 6

Deux rayons d'une roue de vélo

Sur une roue de vélo, le moyeu est au centre O et la jante est un cercle. Deux rayons métalliques relient O aux points A et B de la jante. On a $\widehat{AOB} = 128°$.

1.

Quelle est la nature du triangle OAB ?

INDICE

Outil : la définition d'un rayon du cercle.

Début : compare les longueurs OA et OB.

CORRIGÉ

Les points A et B sont sur le cercle de centre O. Les segments $[OA]$ et $[OB]$ sont deux rayons, donc $OA = OB$.

Conclusion. Le triangle OAB a deux côtés de même longueur : il est isocèle en O.

2.

Calculer $\widehat{OAB}$ et $\widehat{OBA}$.

INDICE

Outil : dans un triangle isocèle, les deux angles à la base ont la même mesure.

Ensuite : utilise la somme des angles d'un triangle.

CORRIGÉ

Angles à la base. Le triangle OAB est isocèle en O : ses angles à la base sont égaux, donc $\widehat{OAB} = \widehat{OBA}$.

Somme des angles. La somme des angles d'un triangle vaut $180°$. On retire l'angle en O, puis on partage le reste en deux :

$$\begin{aligned}\widehat{OAB} &= \frac{180° - 128°}{2} \\ &= 26°\end{aligned}$$

Conclusion. $\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 26°$.

3.

Deux autres rayons relient O aux points C et D de la jante, avec $\widehat{OCD} = 34°$. Calculer $\widehat{COD}$.

INDICE

Début : le triangle OCD est isocèle pour la même raison.

Ensuite : que vaut $\widehat{ODC}$?

CORRIGÉ

Triangle isocèle. On a $OC = OD$, car ce sont deux rayons. Le triangle OCD est donc isocèle en O, et $\widehat{ODC} = \widehat{OCD} = 34°$.

Somme des angles. Dans le triangle OCD, la somme des angles vaut $180°$. On retire les deux angles à la base :

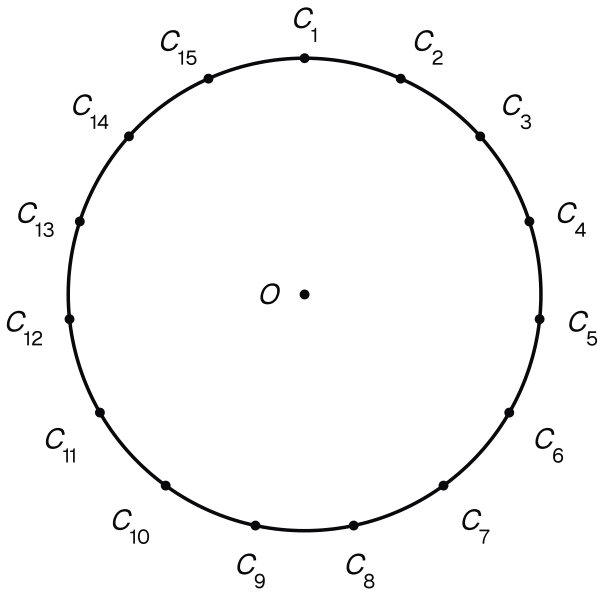
$$\begin{aligned}&\widehat{COD}\\&= 180° - 2 \times 34°\\&= 112°\end{aligned}$$

Conclusion. L'angle $\widehat{COD}$ mesure $112°$.

Exercice 7

Les cabines d'une grande roue

Une grande roue porte 15 cabines régulièrement réparties sur un cercle de centre O. On les numérote dans l'ordre : C_1, C_2, ..., C_{15}.



Les quinze cabines de la grande roue, numérotées dans l'ordre et régulièrement espacées sur le cercle de centre O.

1.

Calculer l'angle au centre $\widehat{C_1OC_2}$ entre deux cabines voisines.

INDICE

Outil : le tour complet vaut $360°$.

Début : les 15 angles entre cabines voisines sont égaux.

CORRIGÉ

Autour de O, le tour complet vaut $360°$. Les cabines sont régulièrement réparties : ce tour est partagé en 15 angles égaux.

$$\widehat{C_1OC_2} = \frac{360°}{15} = 24°$$

Conclusion. Entre deux cabines voisines, l'angle au centre mesure $24°$.

2.

Calculer $\widehat{C_1OC_6}$.

INDICE

Début : compte les intervalles entre C_1 et C_6, sans compter les cabines.

CORRIGÉ

De C_1 à C_6, on compte 5 intervalles entre cabines voisines. D'après la question 1, chacun correspond à 24° :

$$\widehat{C_1OC_6} = 5 \times 24^\circ = 120^\circ$$

Ce résultat est bien inférieur à 180°, la moitié du tour complet.

Conclusion. $\widehat{C_1OC_6} = 120^\circ$.

3.

La cabine C_{10} est sur le grand arc C_1C_4. Calculer $\widehat{C_1C_{10}C_4}$.

INDICE

Début : calcule d'abord $\widehat{C_1OC_4}$.

Outil : la propriété « angle inscrit et angle au centre ».

CORRIGÉ

Angle au centre. De C_1 à C_4, il y a 3 intervalles :

$$\widehat{C_1OC_4} = 3 \times 24^\circ = 72^\circ$$

Angle inscrit. Le sommet C_{10} est sur le grand arc C_1C_4. Les angles $\widehat{C_1C_{10}C_4}$ et $\widehat{C_1OC_4}$ interceptent donc le petit arc C_1C_4. D'après la propriété « angle inscrit et angle au centre » :

$$\widehat{C_1C_{10}C_4} = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

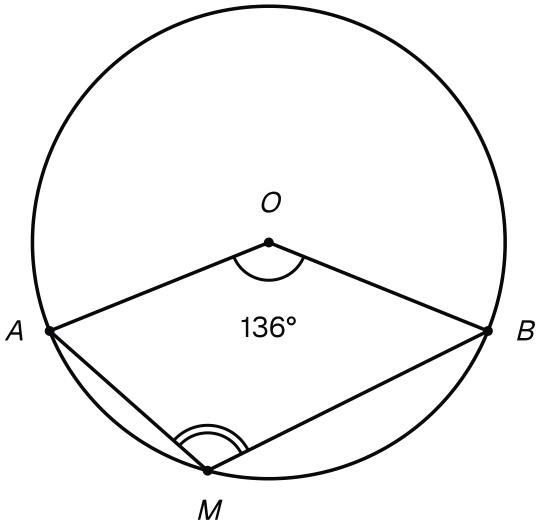
Conclusion. L'angle $\widehat{C_1C_{10}C_4}$ mesure 36°.

Exercice 8

La propriété s'applique-t-elle ?

Trace un cercle de centre O et de rayon 5 cm. Place A et B sur le cercle tels que $\widehat{AOB} = 136°$. Place M sur le petit arc AB.

Inès écrit : « $\widehat{AMB} = \dfrac{136°}{2} = 68°$. »



Le cercle de rayon 5 cm avec l'angle au centre AOB de 136 degrés et le point M placé sur le petit arc AB.

1.

Quel arc intercepte l'angle $\widehat{AMB}$? La propriété « angle inscrit et angle au centre » s'applique-t-elle ici ?

INDICE

Outil : l'angle inscrit intercepte l'arc qui ne contient pas son sommet.

Point délicat : où est le point M ?

CORRIGÉ

Arc intercepté. Le point M est sur le petit arc AB. D'après la définition, l'angle $\widehat{AMB}$ intercepte l'arc AB qui ne contient pas M : c'est le grand arc AB.

Comparaison. L'angle au centre $\widehat{AOB}$, lui, intercepte le petit arc AB. Les deux angles n'interceptent pas le même arc.

Conclusion. $\widehat{AMB}$ intercepte le grand arc AB : la propriété ne s'applique pas ici.

2.

Mesure $\widehat{AMB}$ au rapporteur sur ta figure. Que constates-tu ?

INDICE

Début : compare ta mesure à un angle droit.

CORRIGÉ

Au rapporteur, on lit une mesure approchée d'environ $112°$. L'angle $\widehat{AMB}$ paraît obtus, très loin de $68°$.

Cette mesure ne justifie rien. Elle confirme seulement que le calcul d'Inès est faux : la propriété « angle inscrit et angle au centre » ne s'appliquait pas (question 1).

Conclusion. On constate un écart important avec $68°$. Ce cas n'est pas étudié dans le chapitre.

3.

Où faut-il placer M pour que le calcul d'Inès soit juste ?

INDICE

Outil : relis les conditions de la propriété.

CORRIGÉ

Position du sommet. Il faut placer M sur le grand arc AB, distinct de A et de B. Les angles $\widehat{AMB}$ et $\widehat{AOB}$ interceptent alors le même arc, le petit arc AB.

Propriété. Les conditions de la propriété « angle inscrit et angle au centre » sont alors réunies, et le calcul d'Inès devient juste.

Conclusion. Avec M sur le grand arc AB, on a bien $\widehat{AMB} = 68°$.