BURHAN

Résumé : Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme

2ème Année Baccalauréat · Sciences Mathématiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/sciences-mathematiques/physique-chimie/particule-chargee-dans-un-champ-electrique/resume

Chapitre	Semestre
Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme	Semestre 2

Valeur et sens du champ entre deux plaques

Remarque : Vecteur champ et ligne de champ

Rappel : en chaque point, le champ électrique est un vecteur $\vec{E}$. Une ligne de champ est tangente à ce vecteur partout, et orientée comme lui.

Définition : Champ électrique uniforme

Une région de l'espace est le siège d'un **champ électrique uniforme** lorsque le vecteur champ électrique $\vec{E}$ y a, en tout point, la même direction, le même sens et la même valeur. Les lignes de champ y sont des droites parallèles, orientées dans le sens de $\vec{E}$.

La valeur E du champ électrique s'exprime en volts par mètre, de symbole $\mathrm{V}\cdot\mathrm{m}^{-1}$.

Propriété : Champ électrique entre deux plaques planes parallèles

Deux plaques métalliques planes et parallèles A et B, distantes de d et soumises à la tension non nulle $U_{AB}=V_A-V_B$, créent entre elles un champ électrique uniforme $\vec{E}$. Si $U_{AB}>0$:

- sa direction est perpendiculaire aux plaques ;
- son sens va de la plaque A vers la plaque B, du potentiel le plus élevé vers le potentiel le plus bas ;
- sa valeur est

$$E=\frac{U_{AB}}{d}.$$

Avec U_{AB} en volts et d en mètres, E s'exprime en $\mathrm{V}\cdot\mathrm{m}^{-1}$. Si $U_{AB}<0$, le champ va de B vers A et vaut $\dfrac{|U_{AB}|}{d}$. Dans les deux cas, sur un axe perpendiculaire aux plaques orienté de A vers B, sa coordonnée est $E_x=\dfrac{U_{AB}}{d}$. À l'extérieur des plaques, le champ est considéré comme nul.

Exemple

Données. $U_{AB}=900\,\mathrm{V}$ et $d=3{,}6\,\mathrm{cm}=3{,}6\times10^{-2}\,\mathrm{m}$.

Valeur. $E = \dfrac{900}{3{,}6 \times 10^{-2}} = 2{,}5 \times 10^{4}\ \mathrm{V \cdot m^{-1}}$.

Sens. Perpendiculaire aux plaques, de A vers B, puisque $V_A > V_B$.

Attention : Convertir la distance avant de diviser

Une distance donnée en centimètres ou en millimètres se convertit avant la division : $d = 5{,}0\ \mathrm{mm}$ s'écrit $5{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}$. Sinon, la valeur de E est fausse d'un facteur 100 ou $1\,000$.

Force sur une charge et place du poids

Propriété : Force électrique subie par une particule chargée

Une particule de charge q, placée en un point où règne le champ électrique $\vec{E}$, subit la **force électrique**

$$\vec{F} = q\,\vec{E}.$$

- Si $q > 0$, $\vec{F}$ a le sens de $\vec{E}$; si $q < 0$, $\vec{F}$ est de sens opposé à $\vec{E}$.
- Sa valeur est $F = |q|\,E$, en newtons, avec q en coulombs et E en $\mathrm{V \cdot m^{-1}}$.

Dans un champ uniforme, cette force est la même en tout point.

Attention : Une charge négative va vers la plaque positive

Le sens de $\vec{F}$ dépend du signe de q. Une charge négative, comme l'électron, est attirée par la plaque positive : sa force est opposée au champ.

Méthode : Décider si le poids compte

1. **Poids** : $P = m\,g$, la masse convertie en kilogrammes.
2. **Force électrique** : $F = |q|\,E$, avec $E = \dfrac{U}{d}$.
3. **Rapport** : calcule $\dfrac{P}{F}$; très inférieur à 1, par exemple sous 10^{-2}, il autorise à négliger le poids.
4. **Rédaction** : écris la comparaison chiffrée avec son résultat.

Exemple

Un ion potassium $\mathrm{K^{+}}$, de masse $6{,}49 \times 10^{-26}\ \mathrm{kg}$, est placé dans le champ précédent.

Forces. $F = e\,E = 4{,}0 \times 10^{-15}\ \mathrm{N}$ et $P = m\,g = 6{,}36 \times 10^{-25}\ \mathrm{N}$.

Rapport. $\dfrac{P}{F} \approx 1{,}6 \times 10^{-10}$: le poids de l'ion est négligeable.

Attention : Garder le poids d'une gouttelette

Un corps microscopique mais beaucoup plus massif qu'un ion, comme une gouttelette d'huile, peut avoir un poids comparable à la force électrique. Le bilan des forces doit alors l'inclure.

Accélération constante et vitesse acquise

Remarque : La deuxième loi de Newton, en une ligne

Rappel : dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un système de masse constante vaut $m\,\vec{a}$.

Propriété : Accélération d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme

Dans un référentiel galiléen, une particule de charge q et de masse m, soumise au seul champ électrique uniforme $\vec{E}$, son poids étant négligeable devant la force électrique, a un **vecteur accélération constant** :

$$\vec{a} = \frac{q}{m}\,\vec{E}, \qquad a = \frac{|q|\,E}{m}.$$

Le vecteur $\vec{a}$ a la direction de $\vec{E}$; il a son sens si $q > 0$, le sens opposé si $q < 0$.

Propriété : Vitesse acquise le long d'une ligne de champ

Deux plaques planes parallèles A et B, distantes de d, sont soumises à la tension U_{AB}. Une particule de charge q et de masse m traverse la plaque A par une petite ouverture avec une vitesse v_A perpendiculaire aux plaques, et atteint la plaque B. Son poids est négligé. Sa vitesse en B vérifie :

$$v_B^2 = v_A^2 + \frac{2\,q\,U_{AB}}{m}.$$

Si $q\,U_{AB} > 0$, la particule est accélérée. Partie de A sans vitesse initiale, elle atteint B avec la vitesse

$$v_B = \sqrt{\frac{2\,q\,U_{AB}}{m}}.$$

Méthode : Obtenir la vitesse au sortir d'une zone accélératrice

1. **Signe** : vérifie que $q\,U_{AB} > 0$ pour une accélération ; si $q\,U_{AB} < 0$, la particule est freinée.
2. **Relation** : $v_B^2 = v_A^2 + \frac{2\,q\,U_{AB}}{m}$, à citer ou à établir sur l'axe perpendiculaire aux plaques.
3. **Unités** : coulombs, kilogrammes, volts.
4. **Contrôle** : la vitesse obtenue reste très inférieure à c.

Exemple

L'ion potassium part du repos et traverse deux plaques sous $U_{AB} = 2{,}0\,\mathrm{kV}$; sa charge est positive, donc $q\,U_{AB} > 0$.

$$v_B = \sqrt{\frac{2\,e\,U_{AB}}{m}}$$
$$v_B = \sqrt{\frac{6{,}4 \times 10^{-16}}{6{,}49 \times 10^{-26}}}$$
$$v_B = 9{,}9 \times 10^{4}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Parabole entre les plaques et point de sortie

Méthode : Rédiger l'établissement des équations horaires

1. **Cadre** : le système, le référentiel terrestre supposé galiléen, le bilan des forces avec le poids écarté par un rapport.
2. **Repère** : O au point d'entrée, $\vec{i}$ selon $\vec{v}_0$, $\vec{j}$ parallèle au champ ; écris E_y avec son signe.
3. **Projection** : $a_x = 0$ et $a_y = \dfrac{q\,E_y}{m}$.
4. **Primitives** : deux intégrations avec $\vec{v}(0) = v_0\,\vec{i}$ et $x(0) = y(0) = 0$, puis $t = \dfrac{x}{v_0}$.

Propriété : Équations horaires et trajectoire parabolique dans un champ électrique uniforme

Une particule de charge q et de masse m entre à l'instant $t = 0$, au point O, dans un champ électrique uniforme $\vec{E}$, avec une vitesse $\vec{v}_0$ perpendiculaire à $\vec{E}$. Son poids est négligé. Dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, où $\vec{i}$ a le sens de $\vec{v}_0$ et $\vec{j}$ est parallèle à $\vec{E}$, on note E_y la coordonnée de $\vec{E}$ sur $\vec{j}$ (avec $|E_y| = E$). Le mouvement est plan et ses équations horaires sont :

$$x(t) = v_0\,t,$$
$$y(t) = \frac{q\,E_y}{2\,m}\,t^2.$$

La trajectoire est un arc de parabole d'équation

$$y = \frac{q\,E_y}{2\,m\,v_0^2}\,x^2,$$

tourné dans le sens de la force électrique.

Exemple

L'ion potassium entre perpendiculairement à un champ de $2{,}0 \times 10^{3}\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$, à $v_0 = 1{,}0 \times 10^{5}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, avec $E_y = +E$.

Coefficient.

$$\frac{e\,E}{2\,m\,v_0^2} = \frac{3{,}2\times10^{-16}}{1{,}30\times10^{-15}}$$
$$\frac{e\,E}{2\,m\,v_0^2} = 0{,}25\,\mathrm{m^{-1}}$$

Trajectoire. $y = 0{,}25\,x^2$, x et y en mètres.

Propriété : Sortie des plaques et angle de déviation

Dans la situation des équations horaires et de la trajectoire parabolique, le champ règne entre deux plaques de longueur ℓ, de $x = 0$ à $x = \ell$, distantes de d ; la particule entre en O, à égale distance des plaques. Elle sort du champ sans heurter une plaque si

$$|y_S| < \frac{d}{2}, \qquad y_S = \frac{q\,E_y\,\ell^2}{2\,m\,v_0^2}.$$

Elle sort alors au point $S(\ell ; y_S)$. L'angle de déviation φ entre $\vec{v}_0$ et la vitesse de sortie $\vec{v}_S$ vérifie

$$\tan\varphi = \frac{|q|\,E\,\ell}{m\,v_0^2}.$$

Si $q\,E_y \neq 0$, la droite qui porte $\vec{v}_S$ coupe l'axe $(O;\vec{i})$ au point I d'abscisse $\dfrac{\ell}{2}$, milieu de la zone de champ.

Exemple

Avec $\ell = 4{,}0\,\mathrm{cm}$ et $d = 1{,}0\,\mathrm{cm}$ pour cet ion :

Sortie. $y_S = 0{,}247\times(4{,}0\times10^{-2})^2 = 3{,}9\times10^{-4}\,\mathrm{m}$, inférieure à $\dfrac{d}{2} = 5{,}0\times10^{-3}\,\mathrm{m}$.

Angle. La droite de sortie passe par I, d'abscisse $\dfrac{\ell}{2}$: $\tan\varphi = \dfrac{2\,y_S}{\ell} \approx 0{,}020$, soit $\varphi \approx 1{,}1°$.

Attention : Contrôler la sortie avant de calculer l'angle

L'angle de déviation et la déflexion n'ont de sens que si la particule quitte la zone de champ. Calcule d'abord $|y_S|$ et compare-la à $\dfrac{d}{2}$; au-delà, la particule s'écrase sur une plaque.

Tache sur l'écran et proportionnalité à la tension

Propriété : Déflexion électrostatique sur un écran

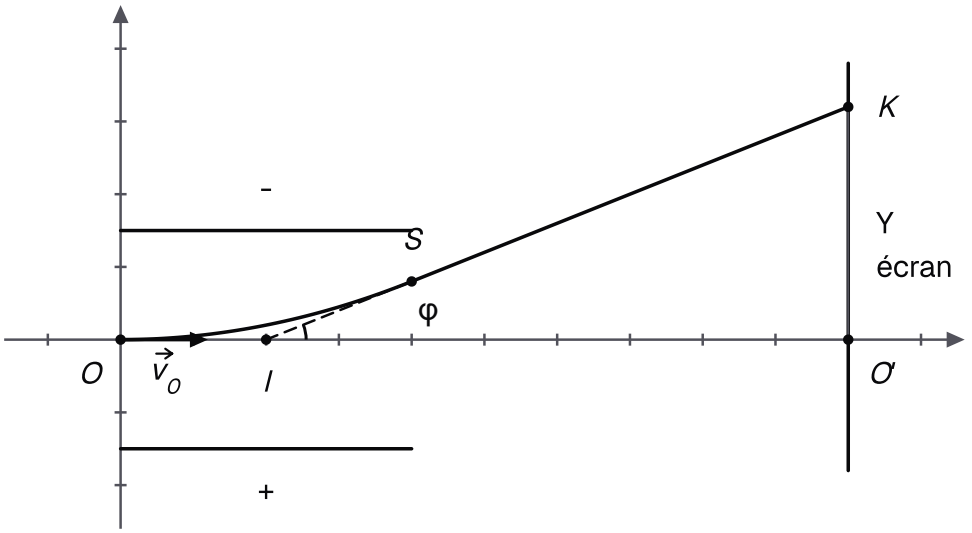
Après la sortie des plaques, la particule de la situation précédente atteint un écran perpendiculaire à l'axe $(O;\vec{i})$, placé à la distance L du milieu I de la zone de champ. L'axe coupe l'écran en O' et la particule frappe l'écran en K. La **déflexion électrostatique** $Y = O'K$ vaut

$$Y = L\,\tan\varphi = \frac{|q|\,E\,\ell\,L}{m\,v_0^2}.$$

Avec $E = \dfrac{U}{d}$, où U est la valeur absolue de la tension entre les plaques :

$$Y = \frac{|q|\,\ell\,L}{m\,d\,v_0^2}\,U.$$

Pour une particule et une vitesse d'entrée données, la déflexion est proportionnelle à la tension entre les plaques de déviation.



Déflexion d'une particule positive, schéma sans échelle

Méthode : Enchaîner sortie, angle et déflexion

1. **Sortie** : $|y_S|$ en $x = \ell$, comparée à $\dfrac{d}{2}$.
2. **Angle** : $\tan\varphi = \dfrac{|v_y|}{v_x}$ au point S.
3. **Déflexion** : $Y = L\,\tan\varphi$, la distance L étant comptée depuis I, milieu des plaques.
4. **Côté** : la tache se forme du côté où pousse la force électrique.

Exemple

Pour l'ion potassium dévié ci-dessus, un écran est placé à $L = 20\,\text{cm}$ du milieu des plaques.

Déflexion. $Y = L\,\tan\varphi = 0{,}20 \times 0{,}0197 = 3{,}9 \times 10^{-3}\,\text{m}$, du côté de la plaque négative.

Attention : Ne pas prolonger la parabole au-delà des plaques

La parabole s'arrête au point de sortie S. Entre S et l'écran, aucune force n'agit : la particule suit la droite qui porte $\vec{v}_S$. Prolonger la parabole jusqu'à l'écran surestime la déflexion.

Méthode : Tirer une grandeur de la droite de déflexion

1. **Relevé** : Y pour plusieurs valeurs de U, tous les autres réglages fixés.
2. **Graphe** : Y en fonction de U ; des points alignés sur une droite passant par l'origine confirment $Y = k\,U$.
3. **Pente** : k en $\mathrm{m \cdot V^{-1}}$, lue sur la droite de modélisation.
4. **Grandeur** : $k = \dfrac{|q|\,\ell\,L}{m\,d\,v_0^2}$ donne v_0 ou $\dfrac{|q|}{m}$.

Exemple

Une droite de modélisation a pour pente $k = 2{,}0 \times 10^{-4}\,\mathrm{m \cdot V^{-1}}$. Sous $60\,\mathrm{V}$, la déflexion prévue vaut $Y = k\,U = 0{,}012\,\mathrm{m}$.

Choisir la relation selon la question posée

Méthode : Relations à connaître et leur usage

- **Champ entre deux plaques** : $E = \dfrac{U}{d}$, sens vers le potentiel le plus bas.
- **Sens d'une force** : signe de q, puis $\vec{F} = q\,\vec{E}$.
- **Poids négligeable** : rapport $\dfrac{P}{F}$ chiffré.
- **Vitesse acquise** : signe de $q\,U_{AB}$, puis relation des carrés des vitesses.
- **Trajectoire** : deuxième loi projetée, primitives, élimination de t.
- **Sortie et déviation** : $|y_S| < \dfrac{d}{2}$, puis $\tan\varphi$.
- **Déflexion** : $Y = L\,\tan\varphi$ depuis I ; droite $Y = k\,U$ pour une mesure.

Champ entre plaques $E = \dfrac{U_{AB}}{d}$	Force électrique $\vec{F} = q\,\vec{E}$
Accélération $\vec{a} = \dfrac{q}{m}\,\vec{E}$	Vitesse acquise $v_B^2 = v_A^2 + \dfrac{2\,q\,U_{AB}}{m}$
Trajectoire $y = \dfrac{q\,E_y}{2\,m\,v_0^2}\,x^2$	Sortie $\lvert y_S\rvert < \dfrac{d}{2}$

Déviation

$$\tan\varphi = \frac{|q|\,E\,\ell}{m\,v_0^2}$$

Déflexion

$$Y = L\,\tan\varphi$$

À retenir : Rédiger une étude de particule chargée

Commence par le système, le référentiel terrestre supposé galiléen, les axes orientés et le bilan des forces. Justifie le poids négligé par un rapport chiffré. Écris l'expression littérale, puis les valeurs avec unités, puis le résultat avec son unité. Pour arrondir, regarde la précision de chaque donnée : la moins précise fixe le nombre de chiffres significatifs.