BURHAN

Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme

2ème Année Baccalauréat · Sciences Mathématiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/sciences-mathematiques/physique-chimie/particule-chargee-dans-un-champ-electrique/cours

Chapitre	Semestre
Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme	Semestre 2

Champ électrique uniforme entre deux plaques

Deux plaques reliées à un générateur

Deux plaques métalliques planes, A et B, sont placées face à face, horizontales et parallèles. Elles sont distantes de $d = 3{,}0\,\text{cm}$. Un générateur de haute tension les relie : A à la borne positive, B à la borne négative. La tension vaut $U_{AB} = 600\,\text{V}$.

On plonge les plaques dans une cuve d'huile où flottent des grains de semoule. Sous la tension, les grains s'orientent et dessinent des lignes.

Devine : L'allure des lignes entre les plaques

Loin des bords des plaques, quelle figure dessinent les grains de semoule ?

A. Des droites parallèles entre elles, perpendiculaires aux plaques.

Juste.

Juste : entre deux plaques planes et parallèles, les lignes de champ sont des droites parallèles.

B. Des arcs de cercle qui joignent les deux plaques.

Faux.

Les lignes ne s'incurvent que près des bords, là où le champ cesse d'être uniforme.

C. Des droites qui convergent vers le centre des plaques.

Faux.

Rien ne distingue le centre : loin des bords, chaque point est dans la même situation.

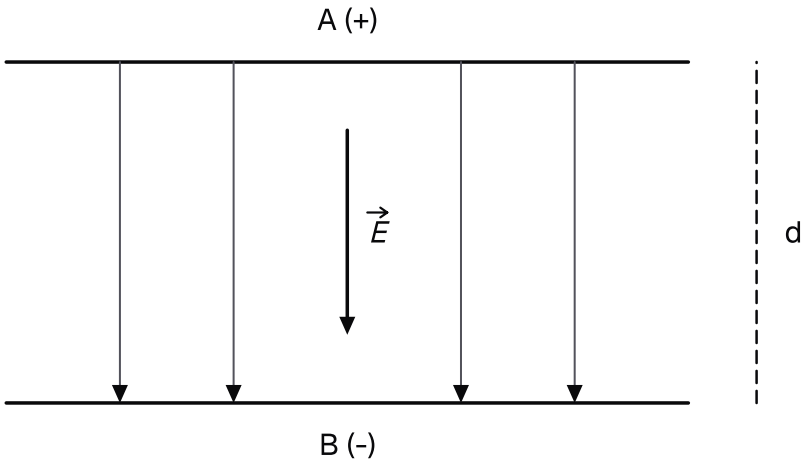
D. Des droites parallèles aux plaques.

Faux.

Les grains s'orientent selon la direction du champ, qui va d'une plaque à l'autre.

Correction

Loin des bords, les grains forment des droites parallèles, perpendiculaires aux plaques et régulièrement espacées. Près des bords, les lignes s'incurvent : on néglige ces effets de bord.



Lignes de champ entre deux plaques planes et parallèles : la plaque A est positive, la plaque B négative, à la distance d.

Un champ identique en tout point

Rappel : en un point où règne un champ électrique, une charge subit une force électrique. Le vecteur champ $\vec{E}$ a la direction et le sens de cette force pour une charge positive. Une ligne de champ est tangente à $\vec{E}$ en chacun de ses points, et orientée dans son sens.

Entre les plaques, les lignes sont parallèles et de même sens : le champ y est le même partout.

Définition : Champ électrique uniforme

Une région de l'espace est le siège d'un **champ électrique uniforme** lorsque le vecteur champ électrique $\vec{E}$ y a, en tout point, la même direction, le même sens et la même valeur. Les lignes de champ y sont des droites parallèles, orientées dans le sens de $\vec{E}$.

La valeur E du champ électrique s'exprime en volts par mètre, de symbole $\mathrm{V} \cdot \mathrm{m}^{-1}$.

Direction, sens et valeur entre les plaques

Propriété : Champ électrique entre deux plaques planes parallèles

Deux plaques métalliques planes et parallèles A et B, distantes de d et soumises à la tension non nulle $U_{AB} = V_A - V_B$, créent entre elles un champ électrique uniforme $\vec{E}$. Si $U_{AB} > 0$:

- sa direction est perpendiculaire aux plaques ;
- son sens va de la plaque A vers la plaque B, du potentiel le plus élevé vers le potentiel le plus bas ;

- sa valeur est

$$E = \frac{U_{AB}}{d}.$$

Avec U_{AB} en volts et d en mètres, E s'exprime en $\mathrm{V \cdot m^{-1}}$. Si $U_{AB} < 0$, le champ va de B vers A et vaut $\frac{|U_{AB}|}{d}$. Dans les deux cas, sur un axe perpendiculaire aux plaques orienté de A vers B, sa coordonnée est $E_x = \frac{U_{AB}}{d}$. À l'extérieur des plaques, le champ est considéré comme nul.

Exemple : Le champ entre les plaques sous 600 V

Le champ est vertical, perpendiculaire aux plaques. Il va de A vers B, du potentiel le plus élevé vers le plus bas : vers le bas. On convertit $d = 3{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}$, puis

$$\begin{aligned} E &= \frac{U_{AB}}{d} \\ &= \frac{600}{3{,}0 \times 10^{-2}} \\ &= 2{,}0 \times 10^{4}\,\mathrm{V \cdot m^{-1}} \end{aligned}$$

Chiffres significatifs. Un résultat ne peut pas être plus précis que la donnée la moins précise : il garde le même nombre de chiffres significatifs qu'elle. Ici, d en a deux, donc E aussi.

La distance en mètres

Attention : Une distance en centimètres fausse le champ

✗ « Entre deux plaques distantes de $5{,}0\,\mathrm{mm}$, sous $250\,\mathrm{V}$, le champ vaut $\frac{250}{5{,}0} = 50\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$. »

✓ La distance s'écrit d'abord en mètres : $d = 5{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}$. Alors $E = 5{,}0 \times 10^{4}\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$, mille fois plus.

À toi : Régler la tension pour un champ donné

On veut un champ de valeur $E = 3{,}0 \times 10^{4}\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$ entre deux plaques distantes de $2{,}5\,\mathrm{cm}$. Calcule la tension U_{AB} à appliquer. Donne ensuite le sens du champ si l'on échange les bornes du générateur. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Isole U_{AB} dans la relation entre le champ, la tension et la distance.
Indice 2
Convertis d en mètres avant de multiplier.
Indice 3
Point délicat : le champ va de la plaque au potentiel le plus élevé vers l'autre plaque.

Réponse

D'après $E = \dfrac{U_{AB}}{d}$, on a $U_{AB} = E\,d$:

$$\begin{aligned} U_{AB} &= E\,d \\ &= 3{,}0 \times 10^{4} \\ &\quad \times 2{,}5 \times 10^{-2} \\ &= 7{,}5 \times 10^{2}\ \mathrm{V} \end{aligned}$$

Si l'on échange les bornes, B devient la plaque positive : le champ va de B vers A, avec la même valeur.

Force électrique et poids d'une particule chargée

Proton et électron dans le même champ

Devine : Le côté où part chaque particule

On place un proton, puis un électron, entre les plaques A (positive, en haut) et B (négative, en bas). Vers quelle plaque la force électrique pousse-t-elle chacun ?

A. Tous deux vers B, dans le sens du champ.

Faux.

C'est vrai pour le proton seulement : la charge de l'électron est négative.

B. Le proton vers A, l'électron vers B.

Faux.

C'est l'inverse : une charge positive est poussée vers la plaque négative.

C. Le proton vers B, l'électron vers A.

Juste.

Juste : la force a le sens du champ pour le proton, le sens opposé pour l'électron.

D. Aucun des deux : la force est nulle dans un champ uniforme.

Faux.

Uniforme veut dire identique en tout point, pas nul.

Correction

Le proton, de charge $+e$, est poussé dans le sens de $\vec{E}$, vers la plaque négative B. L'électron, de charge $-e$, est poussé en sens inverse, vers la plaque positive A.

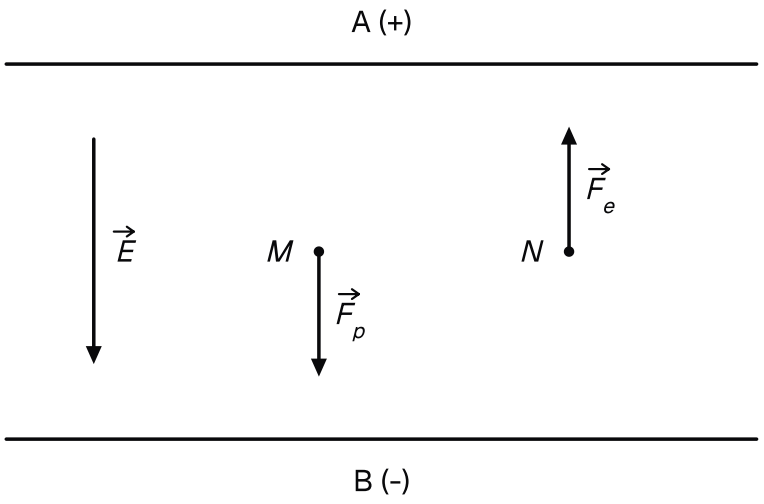
Propriété : Force électrique subie par une particule chargée

Une particule de charge q, placée en un point où règne le champ électrique $\vec{E}$, subit la **force électrique**

$$\vec{F} = q\,\vec{E}.$$

- Si $q > 0$, $\vec{F}$ a le sens de $\vec{E}$; si $q < 0$, $\vec{F}$ est de sens opposé à $\vec{E}$.
- Sa valeur est $F = |q|\,E$, en newtons, avec q en coulombs et E en $\mathrm{V \cdot m^{-1}}$.

Dans un champ uniforme, cette force est la même en tout point.



Forces électriques sur un proton en M et sur un électron en N, dans le même champ uniforme : même valeur, sens opposés.

Exemple : La valeur commune des deux forces

Les deux particules portent une charge de valeur absolue e. Dans le champ $E = 2{,}0 \times 10^{4}\ \mathrm{V \cdot m^{-1}}$:

$$\begin{aligned} F &= e\,E \\ &= 1{,}60 \times 10^{-19} \\ &\quad \times 2{,}0 \times 10^{4} \\ &= 3{,}2 \times 10^{-15}\ \mathrm{N} \end{aligned}$$

La force a la même valeur pour le proton et pour l'électron. Seul son sens change.

Attention : Le signe de la charge fixe le sens de la force

✗ « La force électrique a toujours le sens du champ. »

✓ $\vec{F} = q\,\vec{E}$: si $q < 0$, $\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont de sens opposés. L'électron part vers la plaque **positive**, alors que $\vec{E}$ pointe vers la plaque négative.

Le poids devant la force électrique

Méthode : Négliger le poids : la comparaison par un rapport

1. **Calcule** le poids $P = m\,g$, la masse en kilogrammes. Une masse en unités de masse atomique se convertit avec $1\,\mathrm{u} = 1{,}66054 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$.
2. **Calcule** la force électrique $F = |q|\,E$, avec $E = \dfrac{U}{d}$ et d en mètres.
3. **Forme** le rapport $\dfrac{P}{F}$. S'il est très petit devant 1, inférieur à 10^{-2} par exemple, le poids est négligeable.
4. **Écris** cette conclusion dans le bilan des forces, avant d'appliquer la deuxième loi de Newton.

Exemple : Poids de l'électron et du proton

Dans le champ des plaques, les deux forces valent $F = 3{,}2 \times 10^{-15}\,\mathrm{N}$. Pour l'électron, $P = m_e\,g = 8{,}93 \times 10^{-30}\,\mathrm{N}$ et

$$\frac{P}{F} = \frac{8{,}93 \times 10^{-30}}{3{,}2 \times 10^{-15}} = 2{,}8 \times 10^{-15}$$

Pour le proton, $m_p = 1{,}00728\,\mathrm{u}$, soit $m_p = 1{,}67263 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$. Son poids vaut $P = 1{,}64 \times 10^{-26}\,\mathrm{N}$, et $\dfrac{P}{F} = 5{,}1 \times 10^{-12}$.

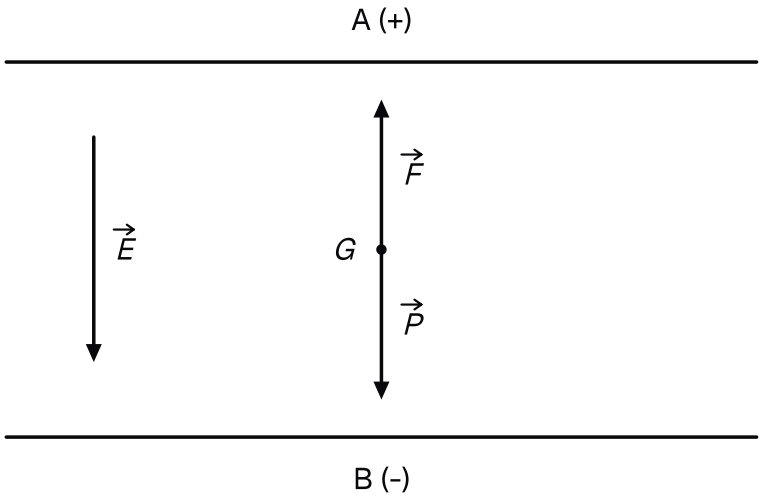
Les deux rapports sont très petits devant 10^{-2} : le poids est négligeable.

Une gouttelette où le poids compte

Attention : Le poids d'une gouttelette ne se néglige pas

✗ « Le poids est toujours négligeable devant la force électrique. »

✓ C'est vrai pour un électron, un proton ou un ion dans les champs usuels. Une gouttelette d'huile d'environ un micromètre de rayon est plus de mille milliards de fois plus lourde qu'un proton. Son poids peut être du même ordre que la force électrique : on le garde alors dans le bilan, et il peut l'équilibrer.



Gouttelette chargée négativement, immobile entre deux plaques horizontales : son poids P et la force électrique F se compensent.

À toi : La tension qui immobilise une gouttelette

Une gouttelette d'huile de masse $m = 2{,}6 \times 10^{-15}\,\mathrm{kg}$ porte la charge $q = -2\,e$. Elle reste immobile entre deux plaques horizontales distantes de $d = 2{,}0\,\mathrm{cm}$. La poussée de l'air est négligée. Quelle plaque est positive ? Calcule E, puis la tension U entre les plaques. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
La gouttelette est immobile : d'après la deuxième loi de Newton, la somme des forces est nulle.
Indice 2
Les deux forces ont la même valeur : écris cette égalité, puis isole E.
Indice 3
Point délicat : la force électrique doit monter alors que la charge est négative.

Réponse
La force électrique doit être verticale, vers le haut. La charge est négative : $\vec{E}$ pointe vers le bas, donc la plaque du haut est positive.

L'équilibre donne $|q|\,E = m\,g$, avec $|q| = 2\,e$:

$$\begin{aligned} E &= \frac{m\,g}{2\,e} \\ &= \frac{2{,}6 \times 10^{-15} \times 9{,}80}{3{,}20 \times 10^{-19}} \\ &= 8{,}0 \times 10^{4}\,\mathrm{V \cdot m^{-1}} \end{aligned}$$

Avec la valeur non arrondie de E :

$$
\begin{aligned}
U &= E\,d \\
&= 7{,}96 \times 10^{4} \\
&\quad \times 2{,}0 \times 10^{-2} \\
&= 1{,}6 \times 10^{3}\ \mathrm{V}
\end{aligned}
$$

Accélération d'une particule par la deuxième loi de Newton

La loi de Newton appliquée à la particule

Devine : Électron ou proton : lequel accélère le plus ?

Dans le champ des plaques, l'électron et le proton subissent des forces de même valeur. Leur poids est négligeable. Comment se comparent leurs accélérations ?

A. Elles sont égales : leur rapport vaut 1, puisque les forces ont même valeur.
Faux.
À force égale, l'accélération dépend aussi de la masse.

B. Celle du proton est près de 1 840 fois plus grande, car il est le plus lourd.
Faux.
Une masse plus grande donne une accélération plus petite, à force égale.

C. Celle de l'électron est environ 43 fois plus grande, la racine carrée de 1 840.
Faux.
Les deux forces ont la même valeur : le rapport des accélérations est celui des masses, sans racine carrée.

D. Celle de l'électron est près de 1 840 fois plus grande.
Juste.
Juste : la masse du proton vaut près de 1 840 fois celle de l'électron.

Correction
D'après la deuxième loi de Newton, $a = \dfrac{F}{m}$ ici. Les forces ont même valeur, et la masse du proton vaut près de 1 840 fois celle de l'électron. L'accélération de l'électron est donc près de 1 840 fois plus grande, et de sens opposé.

Rappel : dans un référentiel galiléen, la deuxième loi de Newton s'écrit $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$. C'est une loi admise. Ici, une seule force compte : la force électrique, constante dans un champ uniforme.

La démonstration de l'accélération suit l'énoncé ci-dessous.

Propriété : Accélération d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme

Dans un référentiel galiléen, une particule de charge q et de masse m, soumise au seul champ électrique uniforme $\vec{E}$, son poids étant négligeable devant la force électrique, a un **vecteur accélération constant** :

$$\vec{a} = \frac{q}{m}\,\vec{E}, \qquad a = \frac{|q|\,E}{m}.$$

Le vecteur $\vec{a}$ a la direction de $\vec{E}$; il a son sens si $q > 0$, le sens opposé si $q < 0$.

Démonstration

Étape 1. Le système est la particule, de masse m constante, étudiée dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Bilan des forces : la force électrique $\vec{F} = q\,\vec{E}$; le poids est négligé devant elle.

Étape 2. La deuxième loi de Newton s'écrit $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $q\,\vec{E} = m\,\vec{a}$.

Étape 3. En divisant par $m > 0$:

$$\vec{a} = \frac{q}{m}\,\vec{E}.$$

Le champ est uniforme et ne dépend pas du temps : $\vec{a}$ est constant.

Étape 4. Le vecteur $\vec{a}$ est colinéaire à $\vec{E}$, de même sens si $\dfrac{q}{m} > 0$, c'est-à-dire si $q > 0$, de sens opposé si $q < 0$. Sa valeur est $a = \dfrac{|q|}{m}\,E$.

Une accélération constante

À retenir : Une force constante, une accélération constante

La démonstration applique la deuxième loi de Newton à la particule, puis divise par sa masse. Le champ uniforme et constant donne une force constante : l'accélération l'est aussi. Son sens dépend du seul signe de q, puisque $m > 0$.

Vérifie : Le rôle du signe de la charge

Dans la démonstration de l'accélération, pourquoi $\vec{a}$ a-t-il le sens de $\vec{E}$ quand $q > 0$?

A. Parce que la masse est positive : $\dfrac{q}{m}$ a le signe de q.
Juste.
Juste : c'est l'étape 4 de la démonstration.

B. Parce que le champ est uniforme.
Faux.
L'uniformité rend $\vec{a}$ constant ; elle ne fixe pas son sens.

C. Parce que le poids est négligé.
Faux.
Négliger le poids réduit le bilan à une force ; le sens vient du signe de la charge.

D. Parce que la particule part du repos.
Faux.

La démonstration ne fait aucune hypothèse sur la vitesse initiale.

Correction
À l'étape 4, $\vec{a} = \dfrac{q}{m}\,\vec{E}$ est colinéaire à $\vec{E}$. Comme $m > 0$, le coefficient $\dfrac{q}{m}$ a le signe de q : même sens si $q > 0$, sens opposé si $q < 0$.

Exemple : Accélérations de l'électron et du proton

Dans le champ $E = 2{,}0 \times 10^{4}\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$, pour l'électron :

$$\begin{aligned} a &= \frac{e\,E}{m_e} \\ &= \frac{3{,}2 \times 10^{-15}}{9{,}11 \times 10^{-31}} \\ &= 3{,}5 \times 10^{15}\,\mathrm{m \cdot s^{-2}} \end{aligned}$$

Pour le proton, de masse $1{,}67263 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$, on trouve $a = 1{,}9 \times 10^{12}\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Les deux accélérations sont verticales et de sens opposés : vers A pour l'électron, vers B pour le proton. Celle de l'électron vaut $3{,}6 \times 10^{14}$ fois $g = 9{,}80\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

À toi : Un électron dans un champ plus faible

Un électron se trouve dans un champ uniforme vertical, vers le haut, de valeur $E = 5{,}0 \times 10^{3}\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$. Son poids est négligé. Donne la direction et le sens de son accélération, puis sa valeur. Compare-la à g. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Applique la deuxième loi de Newton avec la seule force électrique.
Indice 2
La charge de l'électron vaut $-e$; sa masse est $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$.
Indice 3
Point délicat : le signe de la charge inverse le sens par rapport à $\vec{E}$.

Réponse
On a $\vec{a} = -\dfrac{e}{m_e}\,\vec{E}$: l'accélération est verticale, vers le bas.

$$\begin{aligned} a &= \frac{e\,E}{m_e} \\ &= \frac{1{,}60 \times 10^{-19}}{9{,}11 \times 10^{-31}} \\ &\quad \times 5{,}0 \times 10^{3} \\ &= 8{,}8 \times 10^{14}\,\mathrm{m \cdot s^{-2}} \end{aligned}$$

Le rapport $\dfrac{a}{g}$ vaut environ $9{,}0 \times 10^{13}$: la pesanteur ne compte pas.

Accélérer une particule sous une tension

Doubler la tension accélératrice

Devine : La vitesse sous une tension double

Un électron part du repos et traverse deux plaques sous une tension U. On double la tension. Comment change sa vitesse en sortie ?

A. Elle double, comme la tension.

Faux.
La vitesse n'est pas proportionnelle à la tension : c'est son carré qui l'est.

B. Elle est multipliée par 4.

Faux.
Ce serait vrai si la vitesse variait comme le carré de la tension ; c'est le carré de la vitesse qui varie comme la tension.

C. Elle ne change pas : seule la distance compte.

Faux.
La distance change le champ, mais pas la vitesse finale : la tension fixe le gain.

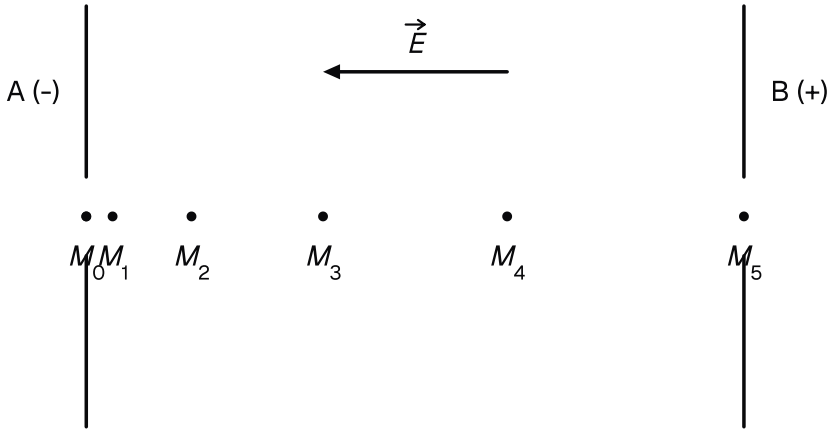
D. Elle est multipliée par $\sqrt{2}$, environ $1{,}4$.

Juste.
Juste : le carré de la vitesse est proportionnel à la tension.

Correction
La vitesse acquise depuis le repos vérifie $v^2 = \dfrac{2\,e\,U}{m_e}$, comme on l'établit plus bas. Doubler U double v^2 : la vitesse est multipliée par $\sqrt{2}$, environ $1{,}4$.

Deux plaques planes A et B, parallèles, sont percées d'un petit trou en face l'une de l'autre. Elles sont dans une enceinte vide, et B est la plaque positive. Un électron traverse A par le trou, presque sans vitesse. Poussé vers B, il la franchit par le second trou.

La figure montre ses positions à intervalles de temps égaux : les écarts croissent, le mouvement est rectiligne et accéléré.



Positions d'un électron accéléré entre deux plaques percées, à intervalles de temps égaux ; schéma sans échelle.

La vitesse acquise entre deux plaques

Propriété : Vitesse acquise le long d'une ligne de champ

Deux plaques planes parallèles A et B, distantes de d, sont soumises à la tension U_{AB}. Une particule de charge q et de masse m traverse la plaque A par une petite ouverture avec une vitesse v_A perpendiculaire aux plaques, et atteint la plaque B. Son poids est négligé. Sa vitesse en B vérifie :

$$v_B^2 = v_A^2 + \frac{2\,q\,U_{AB}}{m}.$$

Si $q\,U_{AB} > 0$, la particule est accélérée. Partie de A sans vitesse initiale, elle atteint B avec la vitesse

$$v_B = \sqrt{\frac{2\,q\,U_{AB}}{m}}.$$

Démonstration

Étape 1. Système : la particule, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On oriente l'axe $(A;\vec{i})$ perpendiculairement aux plaques, de A vers B. D'après le champ électrique entre deux plaques planes parallèles, le champ est perpendiculaire aux plaques et sa coordonnée sur cet axe est $E_x = \dfrac{U_{AB}}{d}$ (positive si $U_{AB} > 0$, négative sinon).

Étape 2. D'après l'accélération d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme, $\vec{a} = \dfrac{q}{m}\,\vec{E}$: sa coordonnée sur l'axe est constante,

$$a_x = \frac{q\,U_{AB}}{m\,d},$$

et ses autres coordonnées sont nulles. La vitesse initiale étant portée par l'axe, le mouvement est rectiligne selon $(A;\vec{i})$.

Étape 3. Avec $v_x(0) = v_A$ et $x(0) = 0$, les primitives donnent :

$$v_x(t) = a_x\,t + v_A,$$

$$x(t) = \frac{1}{2}\,a_x\,t^2 + v_A\,t.$$

Étape 4. On calcule $v_x^2 - v_A^2 = a_x\,t\,(a_x\,t + 2\,v_A) = 2\,a_x\,x(t)$. En B, $x = d$:

$$v_B^2 = v_A^2 + 2\,a_x\,d = v_A^2 + \frac{2\,q\,U_{AB}}{m}.$$

Pour $v_A = 0$ et $q\,U_{AB} > 0$, on obtient $v_B = \sqrt{\dfrac{2\,q\,U_{AB}}{m}}$.

À retenir : Éliminer le temps entre vitesse et position

La démonstration projette l'accélération sur l'axe perpendiculaire aux plaques, puis intègre deux fois avec les conditions initiales. Le calcul de $v_x^2 - v_A^2$ élimine le temps : il ne reste que a_x et la distance parcourue. Comme $a_x\,d = \dfrac{q\,U_{AB}}{m}$, la distance d disparaît du résultat.

Vérifie : Rapprocher les plaques

On rapproche les plaques sans changer la tension. Que devient la vitesse acquise en B, d'après la démonstration ?

A. Elle augmente, car le champ devient plus intense.

Faux.
Le champ augmente, mais la distance parcourue diminue dans le même rapport.

B. Elle ne change pas.

Juste.
Juste : le produit $a_x\,d$ ne dépend que de q, de U_{AB} et de m.

C. Elle diminue, car la particule a moins de place pour accélérer.

Faux.
La distance diminue, mais l'accélération croît dans le même rapport.

Correction
À l'étape 4, $v_B^2 = v_A^2 + 2\,a_x\,d$, avec $a_x = \dfrac{q\,U_{AB}}{m\,d}$. Le produit $a_x\,d = \dfrac{q\,U_{AB}}{m}$ ne contient plus d : la vitesse acquise ne dépend que de la tension, pour une particule donnée.

Accélérer ou freiner un électron

Dans un canon à électrons, un filament chauffe une cathode C, qui émet des électrons presque sans vitesse. Une anode A, percée, est portée au potentiel le plus élevé. Sous la tension accélératrice U_{AC}, les électrons sortent par le trou de l'anode en un faisceau fin, avec une vitesse notée v_0. Le tout est dans le vide.

Grandeur	Symbole	Valeur
tension accélératrice	U_{AC}	$1{,}50\,\mathrm{kV}$
vitesse à la cathode	v_C	négligeable
charge de l'électron	q	$-e$

Méthode : Calculer une vitesse acquise sous une tension

1. **Nomme** A la plaque de départ et B celle d'arrivée ; relève le signe de q et celui de U_{AB}.
2. **Vérifie** le signe de $q\,U_{AB}$: positif, la particule est accélérée ; négatif, elle est freinée.
3. **Écris** $v_B^2 = v_A^2 + \dfrac{2\,q\,U_{AB}}{m}$, ou établis-la par les équations horaires.
4. **Calcule** en unités SI : charge en coulombs, masse en kilogrammes, tension en volts. Contrôle que la vitesse reste très petite devant $c = 3{,}00 \times 10^{8}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Exemple : La vitesse des électrons du canon

Ici, le départ est la cathode C et l'arrivée l'anode A : la relation s'écrit $v_0^2 = v_C^2 + \dfrac{2\,q\,U_{CA}}{m_e}$, avec v_C négligeable. Comme

$$q\,U_{CA} = (-e)(-U_{AC})$$
$$q\,U_{CA} = e\,U_{AC} > 0$$

les électrons sont accélérés.

$$\begin{aligned} v_0^2 &= \frac{2\,e\,U_{AC}}{m_e} \\ &= \frac{2 \times 1{,}60 \times 10^{-19}}{9{,}11 \times 10^{-31}} \\ &\quad \times 1{,}50 \times 10^{3} \\ &= 5{,}27 \times 10^{14}\,\mathrm{m^2\cdot s^{-2}} \end{aligned}$$

d'où $v_0 = 2{,}30 \times 10^{7}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. C'est environ $7{,}7\,\%$ de c : la vitesse reste petite devant celle de la lumière.

À toi : Un électron ralenti entre deux plaques

Un électron entre par le trou d'une plaque A avec la vitesse $v_A = 1{,}0 \times 10^{7}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, perpendiculaire aux plaques. Il va vers la plaque B, avec $U_{AB} = 200\,\mathrm{V}$. Son poids est négligé. Est-il accéléré ou freiné ? Calcule sa vitesse en B. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Cherche le signe de $q\,U_{AB}$, avec $q = -e$.
Indice 2
Utilise la vitesse acquise le long d'une ligne de champ, puis prends la racine carrée.
Indice 3
Point délicat : vérifie que v_B^2 reste positif ; sinon, l'électron n'atteint pas B.

Réponse
Ici $q\,U_{AB} = -e \times 200 < 0$: l'électron est freiné.

$$\begin{aligned} v_B^2 &= v_A^2 - \frac{2\,e\,U_{AB}}{m_e} \\ &= 1{,}0 \times 10^{14} \\ &\quad - 7{,}03 \times 10^{13} \\ &= 2{,}97 \times 10^{13}\,\mathrm{m^2\cdot s^{-2}} \end{aligned}$$

Comme $v_B^2 > 0$, l'électron atteint B, avec $v_B = 5{,}5 \times 10^{6}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Équations horaires et trajectoire de la particule déviée

Un faisceau courbé vers la plaque positive

Un tube de démonstration, vide d'air, contient un canon à électrons, deux plaques de déviation horizontales et un écran fluorescent. Une plaque quadrillée, enduite d'une substance luminescente, montre le trajet du faisceau.

Sans tension entre les plaques, le faisceau va en ligne droite. Dès qu'on applique une tension, il s'incurve vers la plaque positive. Plus la tension est grande, plus il s'incurve.

Devine : La forme de la trace entre les plaques

Le faisceau pénètre entre les plaques parallèlement à elles. Quelle forme a sa trace dans la zone de champ ?

A. Un segment de droite incliné.
Faux.
Une trajectoire rectiligne demande une vitesse de direction constante ; or v_x reste égale à v_0 tandis que v_y croît : la direction de la vitesse tourne.

B. Un arc de parabole.
Juste.
Juste : comme pour un projectile, l'accélération est constante et perpendiculaire à la vitesse initiale.

C. Un arc de cercle.

Faux.

Un arc de cercle demande une force perpendiculaire à la vitesse à chaque instant ; ici, la force garde sa direction.

D. Une droite, puis un coude brusque.

Faux.

La force agit dès l'entrée : la trace s'incurve progressivement.

Correction

La force électrique est constante, perpendiculaire à la vitesse d'entrée : l'accélération l'est aussi. Le mouvement ressemble à celui d'un projectile lancé horizontalement : la trace est un arc de parabole.

Système, repère et conditions initiales

Méthode : De la loi de Newton à l'équation de la trajectoire

1. **Définis** le système (la particule) et le référentiel terrestre supposé galiléen. Fais le bilan des forces ; justifie par un ordre de grandeur que le poids est négligé.
2. **Choisis** le repère : origine O au point d'entrée, $\vec{i}$ dans le sens de $\vec{v}_0$, $\vec{j}$ parallèle au champ, de sens écrit. Note la coordonnée E_y avec son signe.
3. **Applique** la deuxième loi de Newton et projette : $a_x = 0$ et $a_y = \dfrac{q\,E_y}{m}$.
4. **Intègre** deux fois avec les conditions initiales, puis élimine t pour obtenir l'équation de la trajectoire.

Propriété : Équations horaires et trajectoire parabolique dans un champ électrique uniforme

Une particule de charge q et de masse m entre à l'instant $t = 0$, au point O, dans un champ électrique uniforme $\vec{E}$, avec une vitesse $\vec{v}_0$ perpendiculaire à $\vec{E}$. Son poids est négligé. Dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, où $\vec{i}$ a le sens de $\vec{v}_0$ et $\vec{j}$ est parallèle à $\vec{E}$, on note E_y la coordonnée de $\vec{E}$ sur $\vec{j}$ (avec $|E_y| = E$). Le mouvement est plan et ses équations horaires sont :

$$x(t) = v_0\,t,$$

$$y(t) = \frac{q\,E_y}{2\,m}\,t^2.$$

La trajectoire est un arc de parabole d'équation

$$y = \frac{q\,E_y}{2\,m\,v_0^2}\,x^2,$$

tourné dans le sens de la force électrique.

Démonstration

Étape 1. D'après l'accélération d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme, $\vec{a} = \dfrac{q}{m}\,\vec{E}$. Comme $\vec{E}$ est parallèle à $\vec{j}$:

$$a_x = 0, \qquad a_y = \frac{q\,E_y}{m}.$$

La coordonnée de $\vec{a}$ et celle de $\vec{v}_0$ perpendiculaires au plan $(O;\vec{i},\vec{j})$ sont nulles, et O appartient à ce plan : le mouvement reste dans ce plan.

Étape 2. Les coordonnées de la vitesse sont des primitives de celles de l'accélération. Avec $v_x(0) = v_0$ et $v_y(0) = 0$:

$$v_x(t) = v_0, \qquad v_y(t) = \frac{q\,E_y}{m}\,t.$$

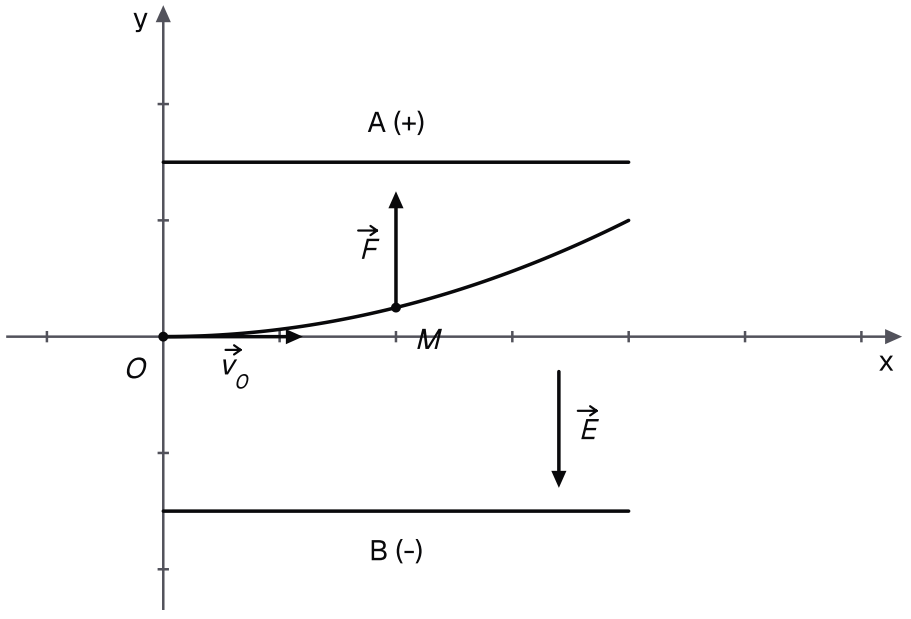
Étape 3. Les coordonnées de la position sont des primitives de celles de la vitesse. Avec $x(0) = 0$ et $y(0) = 0$:

$$x(t) = v_0\,t, \qquad y(t) = \frac{q\,E_y}{2\,m}\,t^2.$$

Étape 4. Comme $v_0 > 0$, $t = \dfrac{x}{v_0}$. En reportant dans $y(t)$:

$$y = \frac{q\,E_y}{2\,m\,v_0^2}\,x^2.$$

C'est l'équation d'une parabole de sommet O ; y a le signe de $q\,E_y$, c'est-à-dire celui de la coordonnée de $\vec{F} = q\,\vec{E}$ sur $\vec{j}$.



Arc de parabole d'un électron entre les plaques, dans le repère (O ; i, j), j vers la plaque positive. Unités de figure, déviation exagérée.

Primitives et conditions initiales

À retenir : Deux intégrations, quatre conditions initiales

La démonstration intègre deux fois les coordonnées de l'accélération. Les conditions initiales fixent les constantes : $v_x(0) = v_0$, $v_y(0) = 0$, $x(0) = 0$ et $y(0) = 0$. Selon $\vec{i}$, le mouvement est uniforme ; selon $\vec{j}$, il est uniformément varié. Éliminer t donne une parabole de sommet O.

Vérifie : La vitesse verticale au départ

Dans la démonstration des équations horaires, pourquoi la constante de $v_y(t)$ est-elle nulle ?

A. Parce que l'accélération a_y est constante.

Faux.

Une accélération constante donne une vitesse affine ; la constante reste à fixer.

B. Parce que le poids est négligé.

Faux.

Le poids négligé simplifie le bilan, pas la constante d'intégration.

C. Parce que la vitesse d'entrée est perpendiculaire au champ.

Juste.

Juste : $\vec{v}_0$ n'a pas de coordonnée selon $\vec{j}$, donc $v_y(0) = 0$.

D. Parce que l'origine du repère est le point d'entrée.

Faux.

Ce choix annule $y(0)$, la constante de la position, pas celle de la vitesse.

Correction

À l'étape 2, $v_y(t) = \dfrac{q\,E_y}{m}\,t + v_y(0)$. Comme $\vec{v}_0$ est perpendiculaire à $\vec{E}$, donc à $\vec{j}$, on a $v_y(0) = 0$.

Exemple : Les équations horaires dans le tube

Dans le tube, $v_0 = 2{,}30 \times 10^{7}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$: c'est le canon réglé sous $1{,}50\,\mathrm{kV}$. Les plaques, distantes de $d = 2{,}0\,\mathrm{cm}$, sont sous $U = 160\,\mathrm{V}$: $E = 8{,}0 \times 10^{3}\ \mathrm{V \cdot m^{-1}}$. Le rapport $\dfrac{P}{F}$ vaut environ 7×10^{-15} : le poids est négligé.

Avec $\vec{j}$ vers la plaque positive, $E_y = -E$ et $q\,E_y = e\,E$. En mètres et en secondes :

$$x(t) = 2{,}30 \times 10^{7}\,t$$
$$y(t) = 7{,}0 \times 10^{14}\,t^{2}$$

L'équation de la trajectoire est alors $y = 1{,}3\,x^{2}$, avec x et y en mètres.

Ressemblances avec le projectile

Rappel : un projectile lancé horizontalement dans le champ de pesanteur a une trajectoire parabolique, d'accélération $\vec{g}$.

Ici, l'accélération vaut $\frac{q}{m}\vec{E}$ au lieu de $\vec{g}$. Elle dépend de la charge et de la masse : un proton et un électron ne suivent pas la même parabole. Son sens dépend du signe de q : la parabole peut s'ouvrir vers le haut.

Dans un champ magnétique uniforme, vu au chapitre Mouvements plans, la force reste perpendiculaire à la vitesse : lorsque la vitesse initiale est perpendiculaire au champ magnétique, la trajectoire est un arc de cercle.

À toi : Changer le sens du vecteur j

On reprend l'électron du tube, mais on oriente $\vec{j}$ vers la plaque négative. Écris E_y, puis les équations horaires et l'équation de la trajectoire. La particule est-elle déviée du même côté ? Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Le champ va de la plaque positive vers la plaque négative : compare son sens à celui de $\vec{j}$.
Indice 2
Reporte le nouveau signe de E_y dans $a_y = \dfrac{q\,E_y}{m}$, avec $q = -e$.
Indice 3
Point délicat : le signe de y change, mais pas le côté physique de la déviation.

Réponse
Ici $\vec{E}$ a le sens de $\vec{j}$: $E_y = +E$, et $q\,E_y = -e\,E < 0$.

$$x(t) = v_0\,t$$
$$y(t) = -\frac{e\,E}{2\,m_e}\,t^2$$
$$y = -\frac{e\,E}{2\,m_e\,v_0^2}\,x^2$$

On trouve $y < 0$, du côté opposé à $\vec{j}$: c'est encore vers la plaque positive. Le côté de la déviation ne dépend pas du repère.

Condition de sortie du faisceau et inclinaison de sa vitesse

Augmenter la tension de déviation

Devine : Quand la tension de déviation augmente

Dans le tube, on augmente peu à peu la tension entre les plaques de déviation. La vitesse d'entrée reste la même. Que devient le faisceau ?

A. Il sort des plaques, de plus en plus dévié, quelle que soit la tension.
Faux.

La déviation croît avec la tension ; à partir d'une valeur, le faisceau touche une plaque.

B. Sa déviation reste la même : seule la vitesse compte.

Faux.

L'accélération a_y est proportionnelle à E, donc à la tension.

C. Il est de plus en plus dévié, puis heurte la plaque positive.

Juste.

Juste : $|y_S|$ croît avec la tension jusqu'à atteindre $\dfrac{d}{2}$.

D. Il est de plus en plus dévié, puis heurte la plaque négative.

Faux.

Les électrons sont attirés par la plaque positive : c'est elle qu'ils heurtent.

Correction

L'ordonnée de sortie est proportionnelle à E, donc à la tension. Quand elle atteint la moitié de l'écart entre les plaques, le faisceau heurte la plaque positive avant la sortie : la tache disparaît de l'écran.

Propriété : Sortie des plaques et angle de déviation

Dans la situation des équations horaires et de la trajectoire parabolique, le champ règne entre deux plaques de longueur ℓ, de $x = 0$ à $x = \ell$, distantes de d ; la particule entre en O, à égale distance des plaques. Elle sort du champ sans heurter une plaque si

$$|y_S| < \frac{d}{2}, \qquad y_S = \frac{q\,E_y\,\ell^2}{2\,m\,v_0^2}.$$

Elle sort alors au point $S(\ell ; y_S)$. L'angle de déviation φ entre $\vec{v}_0$ et la vitesse de sortie $\vec{v}_S$ vérifie

$$\tan\varphi = \frac{|q|\,E\,\ell}{m\,v_0^2}.$$

Si $q\,E_y \neq 0$, la droite qui porte $\vec{v}_S$ coupe l'axe $(O;\vec{i})$ au point I d'abscisse $\dfrac{\ell}{2}$, milieu de la zone de champ.

Démonstration

Étape 1. D'après les équations horaires, $x(t) = v_0\,t$: la particule atteint l'abscisse ℓ à la date $t_S = \dfrac{\ell}{v_0}$. Son ordonnée vaut alors

$$y_S = \frac{q\,E_y}{2\,m}\,t_S^2 = \frac{q\,E_y\,\ell^2}{2\,m\,v_0^2}.$$

Les plaques sont aux ordonnées $\pm\dfrac{d}{2}$ et $|y|$ croît avec x : la particule n'en heurte aucune si $|y_S| < \dfrac{d}{2}$.

Étape 2. À la date t_S, les coordonnées de la vitesse sont $v_x = v_0$ et $v_y = \dfrac{q\,E_y}{m}\,t_S = \dfrac{q\,E_y\,\ell}{m\,v_0}$.

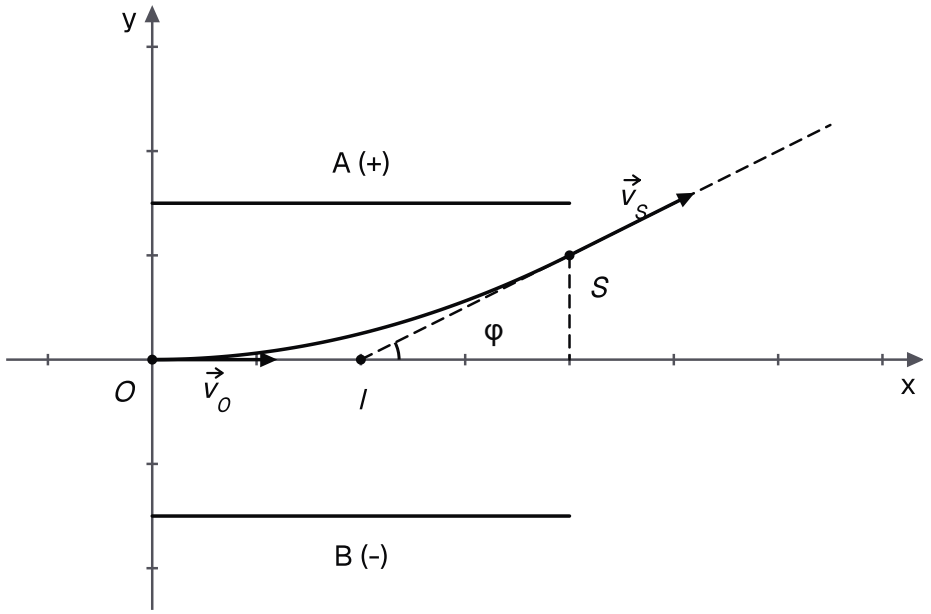
Étape 3. L'angle φ est aigu et vérifie

$$\tan\varphi = \frac{|v_y|}{v_x} = \frac{|q|\,E\,\ell}{m\,v_0^2},$$

puisque $|E_y| = E$.

Étape 4. La droite qui passe par S et porte $\vec{v}_S$ a pour équation $y - y_S = \dfrac{v_y}{v_x}\,(x - \ell)$. Pour $y = 0$, avec $q\,E_y \neq 0$:

$$x = \ell - y_S\,\frac{v_x}{v_y} = \ell - \frac{\ell}{2} = \frac{\ell}{2}.$$



Sortie des plaques : point S, vitesse v_S, et droite de sortie qui coupe l'axe en I, milieu de la zone de champ. Unités de figure.

Le milieu de la zone de champ

À retenir : Pourquoi la droite de sortie passe par I

À la sortie, $y_S = \dfrac{1}{2}\,a_y\,t_S^2$ et $v_y = a_y\,t_S$, avec $t_S = \dfrac{\ell}{v_0}$. Si la particule est déviée, $v_y \neq 0$ et le produit $y_S\,\dfrac{v_x}{v_y}$ vaut $\dfrac{\ell}{2}$. Depuis S, la droite de sortie recule de $\dfrac{\ell}{2}$ pour rejoindre l'axe : elle le coupe au milieu I de la zone de champ.

Vérifie : Ce qui place le point I

D'après la démonstration, de quoi dépend l'abscisse du point I où la droite de sortie coupe l'axe ?

A. De la tension entre les plaques.

Faux.

La tension change y_S et v_y dans le même rapport : leur quotient n'en dépend pas.

B. De la charge et de la masse de la particule.

Faux.

Elles entrent dans a_y, qui se simplifie dans le quotient de y_S par v_y.

C. De la longueur des plaques seulement.

Juste.

Juste : I est à l'abscisse $\dfrac{\ell}{2}$, dès que la particule est déviée.

D. De la vitesse d'entrée seulement.

Faux.

Elle fixe la durée de traversée, mais l'abscisse de I reste $\dfrac{\ell}{2}$.

Correction

À l'étape 4, $x = \ell - y_S \dfrac{v_x}{v_y} = \dfrac{\ell}{2}$. Tension, charge, masse et vitesse se simplifient : seule la longueur ℓ des plaques fixe le point I.

Sortie et déviation dans le tube

Exemple : Ordonnée de sortie et angle de déviation du tube

Les plaques du tube ont la longueur $\ell = 5{,}0\,\text{cm}$. La traversée dure $t_S = \dfrac{\ell}{v_0} = 2{,}2 \times 10^{-9}\,\text{s}$. À la sortie :

$$\begin{aligned} y_S &= \frac{e\,E\,\ell^2}{2\,m_e\,v_0^2} \\ &= \frac{1{,}28 \times 10^{-15} \times 2{,}5 \times 10^{-3}}{9{,}64 \times 10^{-16}} \\ &= 3{,}3 \times 10^{-3}\,\text{m} \end{aligned}$$

Soit $3{,}3\,\text{mm}$, moins que $\dfrac{d}{2} = 1{,}0\,\text{cm}$: le faisceau sort. Puis

$$\begin{aligned} \tan\varphi &= \frac{e\,E\,\ell}{m_e\,v_0^2} \\ &= \frac{1{,}28 \times 10^{-15} \times 5{,}0 \times 10^{-2}}{4{,}82 \times 10^{-16}} \\ &= 0{,}13 \end{aligned}$$

d'où $\varphi = 7{,}6°$.

Attention : Sortir des plaques avant de calculer l'angle

X « Sous $600\,\text{V}$, la formule donne $\tan\varphi = 0{,}50$: le faisceau est dévié de $26°$. »

✓ Il faut d'abord vérifier que $|y_S| < \dfrac{d}{2}$. Sous $600\,\mathrm{V}$, $y_S = 12\,\mathrm{mm}$, plus que $\dfrac{d}{2} = 10\,\mathrm{mm}$. Le faisceau heurte la plaque positive : l'angle calculé n'a pas de sens.

À toi : La tension maximale de déviation

Dans le tube, $v_0 = 2{,}30 \times 10^7\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $\ell = 5{,}0\,\mathrm{cm}$ et $d = 2{,}0\,\mathrm{cm}$. Quelle tension U ne faut-il pas dépasser pour que le faisceau sorte des plaques ? Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Exprime y_S en fonction de la tension, avec $E = \dfrac{U}{d}$.

Indice 2

Écris la condition de sortie, puis isole U.

Indice 3

Point délicat : d intervient deux fois, dans le champ et dans la condition.

Réponse

Avec $E = \dfrac{U}{d}$, on a $y_S = \dfrac{e\,U\,\ell^2}{2\,m_e\,d\,v_0^2}$. La condition $y_S < \dfrac{d}{2}$ donne

$$\begin{aligned} U &< \frac{m_e\,d^2\,v_0^2}{e\,\ell^2} \\ U &< \frac{9{,}11 \times 10^{-31}}{1{,}60 \times 10^{-19}} \\ &\quad \times \frac{4{,}0 \times 10^{-4}}{2{,}5 \times 10^{-3}} \\ &\quad \times 5{,}29 \times 10^{14} \\ U &< 4{,}8 \times 10^{2}\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

Au-delà, le faisceau heurte la plaque positive.

Trajet rectiligne après les plaques et position de la tache

Après les plaques, jusqu'à l'écran

Devine : Le trajet entre la sortie et l'écran

Après sa sortie des plaques, l'électron ne subit plus aucune force notable. Quelle trajectoire suit-il jusqu'à l'écran ?

A. La suite de l'arc de parabole.

Faux.

La parabole ne vaut que là où règne le champ ; après la sortie, l'accélération est nulle.

B. Un arc qui le ramène vers l'axe.

Faux.

Aucune force ne le ramène : rien ne change sa vitesse.

C. Une droite parallèle à l'axe.

Faux.

La vitesse de sortie n'est plus parallèle à l'axe : elle garde l'inclinaison φ.

D. Une droite qui prolonge la vitesse de sortie.

Juste.

Juste : sans force, la vitesse reste $\vec{v}_S$ et le mouvement est rectiligne uniforme.

Correction

D'après la deuxième loi de Newton, une somme des forces nulle donne une accélération nulle. La vitesse reste égale à $\vec{v}_S$: l'électron va en ligne droite, selon la tangente de sortie, jusqu'à l'écran.

Propriété : Déflexion électrostatique sur un écran

Après la sortie des plaques, la particule de la situation précédente atteint un écran perpendiculaire à l'axe $(O;\vec{i})$, placé à la distance L du milieu I de la zone de champ. L'axe coupe l'écran en O' et la particule frappe l'écran en K. La **déflexion électrostatique** $Y = O'K$ vaut

$$Y = L\,\tan\varphi = \frac{|q|\,E\,\ell\,L}{m\,v_0^2}.$$

Avec $E = \dfrac{U}{d}$, où U est la valeur absolue de la tension entre les plaques :

$$Y = \frac{|q|\,\ell\,L}{m\,d\,v_0^2}\,U.$$

Pour une particule et une vitesse d'entrée données, la déflexion est proportionnelle à la tension entre les plaques de déviation.

Démonstration

Étape 1. Entre la sortie S et l'écran, le champ est nul et le poids est négligé : la somme des forces est nulle. D'après la deuxième loi de Newton, l'accélération est nulle et la vitesse reste égale à $\vec{v}_S$: le mouvement est rectiligne uniforme, sur la droite qui porte $\vec{v}_S$.

Étape 2. D'après la sortie des plaques et l'angle de déviation, cette droite passe par I, sur l'axe, et fait l'angle φ avec lui. Dans le triangle $IO'K$, rectangle en O', avec $IO' = L$:

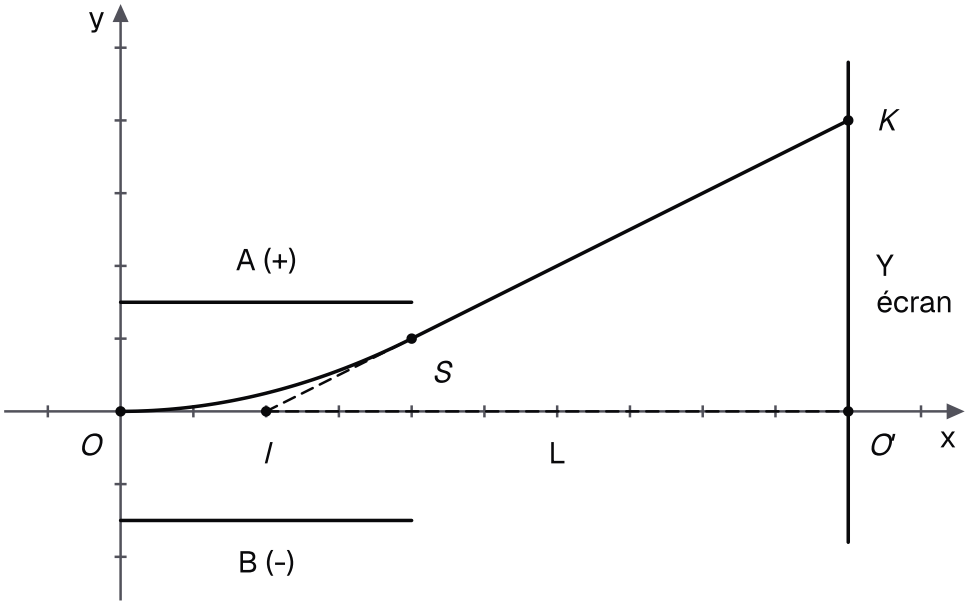
$$\tan\varphi = \frac{O'K}{IO'} = \frac{Y}{L},$$

d'où $Y = L\,\tan\varphi$.

Étape 3. En remplaçant $\tan\varphi = \dfrac{|q|\,E\,\ell}{m\,v_0^2}$, puis $E = \dfrac{U}{d}$ (champ électrique entre deux plaques planes parallèles) :

$$Y = \frac{|q|\,E\,\ell\,L}{m\,v_0^2} = \frac{|q|\,\ell\,L}{m\,d\,v_0^2}\,U.$$

Pour une particule et une vitesse d'entrée données, le coefficient de U est constant : Y est proportionnelle à U.



Trajectoire jusqu'à l'écran : arc de parabole entre les plaques, puis droite issue de I ; déflexion Y = O'K. Unités de figure.

Du point I à la tache du tube

À retenir : Raccorder la droite de sortie au point I

La démonstration enchaîne deux résultats. Après S, aucune force n'agit plus : la vitesse se conserve, et la trajectoire est une droite. La droite suivie passe par I et fait l'angle φ avec l'axe. Le triangle $IO'K$, rectangle en O', donne $Y = L\,\tan\varphi$. Enfin, $E = \dfrac{U}{d}$ fait apparaître la tension.

Exemple : La tache sur l'écran du tube

L'écran du tube est à $L = 20\,\mathrm{cm}$ de I. Avec la valeur non arrondie de $\tan\varphi$:

$$\begin{aligned} Y &= L\,\tan\varphi \\ &= 0{,}20 \times 0{,}1328 \\ &= 2{,}7 \times 10^{-2}\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

La tache est à $2{,}7\,\mathrm{cm}$ au-dessus de O', du côté de la plaque positive. Ici, le coefficient de proportionnalité entre Y et U vaut $\dfrac{Y}{U} = 1{,}7 \times 10^{-4}\,\mathrm{m \cdot V^{-1}}$.

Ordre des calculs et principe de l'oscilloscope

Attention : La parabole s'arrête à la sortie des plaques

✗ « Pour trouver Y, je remplace x par l'abscisse de l'écran dans l'équation de la parabole. »

✓ La parabole ne vaut qu'entre $x = 0$ et $x = \ell$. Au-delà, la trajectoire est une droite : on calcule $Y = L\,\tan\varphi$, avec L mesurée depuis I. Prolonger la parabole donne une déflexion trop grande.

Méthode : Sortie, angle puis déflexion : l'ordre des calculs

1. **Calcule** l'ordonnée de sortie y_S en $x = \ell$, puis **vérifie** que $|y_S| < \dfrac{d}{2}$; sinon, la particule heurte une plaque.
2. **Calcule** l'angle de déviation par $\tan\varphi = \dfrac{|v_y|}{v_x}$, à la sortie.
3. **Mesure** L depuis le milieu I des plaques, puis calcule $Y = L\,\tan\varphi$.
4. **Place** la tache : elle est du côté vers lequel la force électrique dévie la particule.

Dans un oscilloscope analogique, un canon à électrons envoie un faisceau entre deux paires de plaques. Pour un faisceau donné, la déflexion verticale de la tache est proportionnelle à la tension appliquée aux plaques horizontales. On lit donc une tension sur l'écran gradué : c'est le principe de la déviation verticale. Le balayage horizontal n'est pas étudié ici.

À toi : Inverser et réduire la tension de déviation

Dans le tube, on applique maintenant $U_{AB} = -80\,\text{V}$ entre la plaque A, en haut, et la plaque B. Où se forme la tache ? Calcule la déflexion Y. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Cherche d'abord la plaque positive : l'électron est dévié vers elle.
Indice 2
La déflexion est proportionnelle à la valeur absolue de la tension.
Indice 3
Point délicat : $Y = O'K$ est une distance ; le côté de la tache se dit en mots.

Réponse
Avec $U_{AB} < 0$, la plaque B, en bas, est positive : la tache se forme sous O'. La valeur absolue de la tension est divisée par deux, la déflexion aussi :

$$\begin{aligned} Y &= \frac{80}{160} \times 2{,}656 \times 10^{-2} \\ &= 1{,}3 \times 10^{-2}\,\text{m} \end{aligned}$$

L'électron sort bien des plaques : $|y_S| = 1{,}7\,\text{mm}$.

Mesurer une déflexion en fonction de la tension

Le montage du tube et le protocole

Devine : L'allure de la courbe de la déflexion

On mesure la déflexion Y sur l'écran du tube pour plusieurs tensions U de déviation. La tension accélératrice reste fixe. Quelle allure attends-tu pour Y en fonction de U ?

A. Une parabole passant par l'origine.

Faux.
La trajectoire est parabolique en x, mais Y varie comme la tension elle-même.

B. Une droite passant par l'origine.

Juste.
Juste : pour un faisceau donné, la déflexion électrostatique est proportionnelle à la tension.

C. Une droite qui ne passe pas par l'origine.

Faux.
Sans tension, il n'y a ni champ ni déviation : $Y = 0$ pour $U = 0$.

D. Une courbe qui tend vers une valeur limite.

Faux.
Tant que le faisceau sort des plaques, Y reste proportionnelle à U.

Correction
D'après la déflexion électrostatique sur un écran, $Y = k\,U$, avec un coefficient k constant pour un faisceau donné. Les points doivent s'aligner sur une droite passant par l'origine.

Méthode : Montage, protocole et exploitation des mesures de déflexion

Montage. Le tube à vide contient le canon, sous $U_{AC} = 1{,}50\,\mathrm{kV}$, et les plaques de déviation, reliées à une alimentation réglable. Un voltmètre mesure la tension U entre les plaques. L'écran porte une graduation en millimètres.

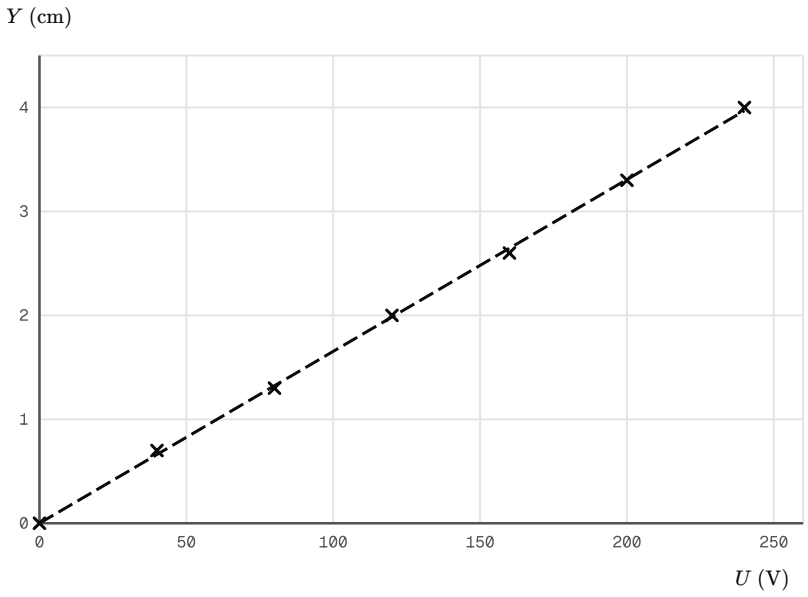
Protocole. On règle $U = 0$ et on repère O', le centre de la tache. On augmente U par pas de $40\,\mathrm{V}$, jusqu'à $240\,\mathrm{V}$, sous la tension maximale de sortie. Pour chaque valeur, on lit la position du centre de la tache. La tension accélératrice reste fixe.

Exploitation. On trace Y en fonction de U, puis on modélise les points par une droite.

Les déflexions relevées sur l'écran sont réunies dans le tableau.

U (V)	Y (cm)
0	0

U (V)	Y (cm)
40	0,7
80	1,3
120	2,0
160	2,6
200	3,3
240	4,0



Déflexion Y mesurée sur l'écran du tube en fonction de la tension U entre les plaques, et droite de modélisation passant par l'origine.

Droite de modélisation calculée par moindres carrés sur 7 points : y = a x, avec a ≈ 0,01654.

Pente de la droite et vitesse d'entrée

Méthode : De la pente de la droite à une grandeur du faisceau

1. **Relève** Y pour plusieurs tensions U, les autres réglages restant fixes.
2. **Trace** Y en fonction de U ; vérifie que les points s'alignent sur une droite passant par l'origine.
3. **Calcule** la pente k de la droite de modélisation, en $\mathrm{m} \cdot \mathrm{V}^{-1}$.
4. **Identifie** $k = \dfrac{|q|\,\ell\,L}{m\,d\,v_0^2}$ et déduis-en la grandeur cherchée : la vitesse d'entrée, ou le rapport $\dfrac{|q|}{m}$.

Exemple : La vitesse d'entrée tirée de la pente

La droite de modélisation a pour pente $k \approx 1{,}65 \times 10^{-2}\,\mathrm{cm \cdot V^{-1}}$, soit $k \approx 1{,}65 \times 10^{-4}\,\mathrm{m \cdot V^{-1}}$. On isole v_0, avec $\ell\, L = 1{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{m^2}$ et $d\, k \approx 3{,}31 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2 \cdot V^{-1}}$:

$$\begin{aligned} v_0^2 &= \frac{e\,\ell\, L}{m_e\, d\, k} \\ &\approx \frac{1{,}60 \times 10^{-19} \times 1{,}0 \times 10^{-2}}{9{,}11 \times 10^{-31} \times 3{,}31 \times 10^{-6}} \\ &\approx 5{,}31 \times 10^{14}\,\mathrm{m^2 \cdot s^{-2}} \end{aligned}$$

d'où $v_0 \approx 2{,}3 \times 10^{7}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. On retrouve la vitesse donnée par le canon, à la précision des lectures près.

Plusieurs causes écartent les points de la droite. La tache a une largeur : on repère son centre à $1\,\mathrm{mm}$ près. Près des bords des plaques, le champ n'est pas uniforme. La distance L se mesure depuis le milieu des plaques, pas depuis leur sortie. Enfin, le poids et l'air résiduel du tube sont négligés.

À toi : Prévoir une tension avec la droite

Avec la droite de modélisation, quelle tension faut-il appliquer pour obtenir une déflexion $Y = 3{,}0\,\mathrm{cm}$? Le faisceau sort-il encore des plaques ? Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Isole U dans la relation de proportionnalité $Y = k\,U$.
Indice 2
Utilise la pente k trouvée plus haut, dans les mêmes unités que Y.
Indice 3
Point délicat : compare la tension trouvée à la tension maximale de sortie de ce tube.

Réponse
Avec Y en centimètres et k en $\mathrm{cm \cdot V^{-1}}$:

$$\begin{aligned} U &= \frac{Y}{k} \\ &\approx \frac{3{,}0}{1{,}654 \times 10^{-2}} \\ &\approx 1{,}8 \times 10^{2}\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

Cette tension reste inférieure à $4{,}8 \times 10^{2}\,\mathrm{V}$: le faisceau sort des plaques.

SOURCES

Référentiel BURHAN du chapitre « Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme » (2bac · sciences-mathematiques · physique-chimie)