BURHAN

Oscillations forcées dans un circuit RLC série : exercices, niveau examen

2ème Année Baccalauréat · Sciences Mathématiques · Physique-Chimie

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/2bac/sciences-mathematiques/physique-chimie/oscillations-forcees-circuit-rlc-serie/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Oscillations forcées dans un circuit RLC série	Niveau examen	5

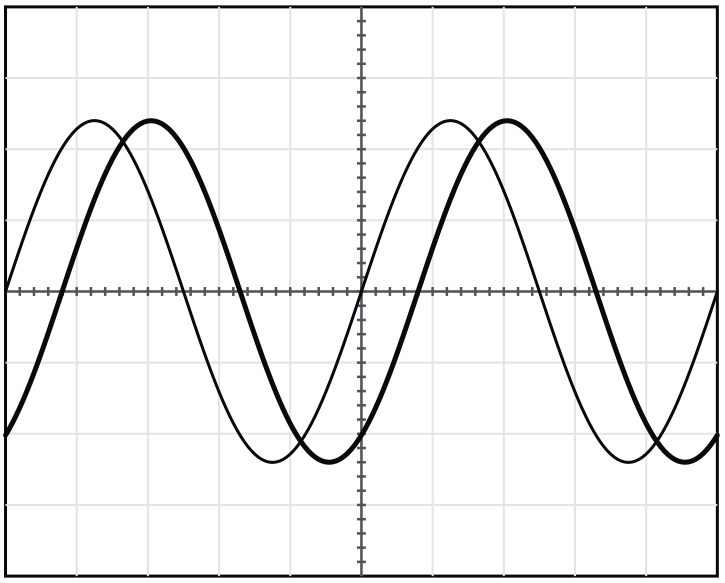
Exercice 1 6 pts

Du déphasage mesuré à la résonance d'un circuit RLC série

Dans un laboratoire de lycée, un GBF réglé sur $N = 1{,}0\,\text{kHz}$ alimente un circuit RLC série. Ce circuit comprend un résistor de résistance $R = 100\,\Omega$, branché du côté de la masse, une bobine et un condensateur.

La voie Y_1 de l'oscilloscope affiche la tension $u(t)$ du générateur, la voie Y_2 la tension $u_R(t)$ du résistor.

Document. Oscillogramme obtenu en régime permanent. Sensibilités : $2\,\text{V/div}$ pour la voie Y_1, $1\,\text{V/div}$ pour la voie Y_2 ; balayage $0{,}2\,\text{ms/div}$.



Voie Y_1 : 2 V/div Voie Y_2 : 1 V/div Balayage : 0,2 ms/div

Voie Y1 : 2 V/div ; voie Y2 : 1 V/div ; balayage : 0,2 ms/div

A.1. 0,75 pts

Partie A : exploitation de l'oscillogramme.

Lire l'amplitude U_m de $u(t)$, l'amplitude U_{Rm} de $u_R(t)$ et la période T. Vérifier la fréquence du GBF.

INDICE

Outil : nombre de divisions multiplié par la sensibilité de la voie ou du balayage.

A.2. 0,75 pts

Calculer l'amplitude I_m de l'intensité, puis l'impédance Z du circuit.

INDICE

Outil : la loi d'Ohm pour le résistor, puis la définition de l'impédance.

A.3. 0,5 pts

Mesurer le décalage horaire τ entre les deux courbes, puis calculer le déphasage φ de u par rapport à i. Le circuit est-il inductif ou capacitif ?

INDICE

Outil : la relation entre décalage horaire et déphasage ; le signe se lit sur la courbe en avance.

A.4. 0,75 pts

Montrer que la résistance totale du circuit s'écrit $R_t = Z\cos\varphi$, puis calculer R_t et la résistance r de la bobine.

INDICE

Outil : le lien entre $\cos\varphi$, R_t et Z. **Point délicat :** garde φ non arrondi.

B.1. 0,75 pts

Partie B : résonance du circuit. On admet que $R_t = 108\,\Omega$, $L = 50\,\text{mH}$ et $C = 0{,}33\,\mu\text{F}$. La tension efficace du GBF est maintenue à $U = 3{,}4\,\text{V}$ quand on fait varier sa fréquence N.

Montrer que l'intensité efficace I est maximale lorsque $L\omega = \dfrac{1}{C\omega}$, puis établir l'expression de la fréquence de résonance N_0.

INDICE

Début : U est constante, donc I est maximale quand l'impédance est minimale. **Ensuite :** cherche le minimum de Z^2.

B.2. 1 pts

Calculer la fréquence de résonance N_0 et l'intensité efficace I_0 à la résonance.

INDICE

Outil : l'impédance d'un circuit RLC série à la résonance.

B.3. 0,75 pts

Calculer la largeur ΔN de la bande passante et le facteur de qualité Q.

INDICE

Outil : la largeur de la bande passante d'un circuit RLC série, puis l'expression de Q en fonction de R_t, L et C.

B.4. 0,75 pts

Synthèse. À $1{,}0\,\text{kHz}$, la tension du GBF est en retard sur l'intensité. Expliquer ce résultat par la position de cette fréquence par rapport à N_0, puis décrire l'évolution de I et de φ quand on augmente la fréquence de $1{,}0\,\text{kHz}$ jusqu'à N_0.

INDICE

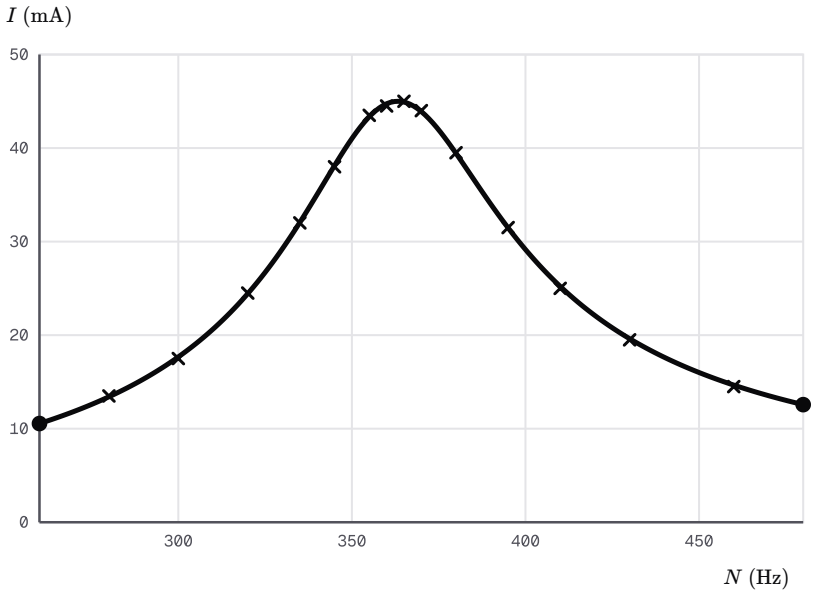
Début : compare $L\omega$ et $\dfrac{1}{C\omega}$ de part et d'autre de N_0. **Ensuite :** suis l'impédance quand N s'approche de N_0.

Exercice 2 — 6 pts

Mesures d'une résonance et puissance reçue par le circuit

En TP, un GBF de tension efficace maintenue à $U = 2{,}7\,\mathrm{V}$ alimente un circuit RLC série. Il comprend un résistor de résistance $R = 47\,\Omega$, une bobine de résistance $r = 13\,\Omega$ et d'inductance L, et un condensateur de capacité C. On mesure l'intensité efficace I pour différentes fréquences N.

Document. Mesures (croix) et courbe de résonance tracée à partir d'elles.



Intensité efficace mesurée en fonction de la fréquence, et courbe de résonance

A.1. — 0,5 pts

Partie A : exploitation des mesures.

Lire la fréquence de résonance N_0 et l'intensité efficace I_0 à la résonance.

INDICE

Outil : le sommet de la courbe de résonance.

A.2. — 0,75 pts

Déterminer graphiquement les fréquences N_1 et N_2 qui limitent la bande passante à $-3\,\mathrm{dB}$, puis sa largeur ΔN.

INDICE

Outil : la définition de la bande passante ; trace d'abord l'horizontale utile.

A.3. — 0,5 pts

Calculer le facteur de qualité Q du circuit.

INDICE

Outil : la définition du facteur de qualité.

A.4. 0,75 pts

Montrer que l'inductance de la bobine s'écrit

$$L = \frac{U}{2\pi\, I_0\, \Delta N}$$

puis calculer L.

INDICE

Début : exprime R_t à la résonance. **Ensuite :** reporte-la dans la largeur de la bande passante.

A.5. 0,5 pts

En déduire la capacité C du condensateur.

INDICE

Outil : l'expression de la fréquence de résonance. **Point délicat :** garde L non arrondie.

B.1. 1 pts

Partie B : puissance reçue par le circuit. On admet que $R_t = 60\,\Omega$ et qu'à la résonance l'intensité efficace vaut $I_0 = 45\,\text{mA}$ sous $U = 2{,}7\,\text{V}$.

Calculer la puissance moyenne P_0 reçue par le circuit à la résonance, puis la contrôler par l'effet Joule.

INDICE

Outil : la puissance moyenne en régime sinusoïdal ; à la résonance, la tension et l'intensité sont en phase.

B.2. 0,75 pts

Montrer qu'aux fréquences N_1 et N_2 qui limitent la bande passante à $-3\,\text{dB}$, la puissance moyenne reçue vaut $\dfrac{P_0}{2}$.

INDICE

Début : écris l'intensité efficace en limite de bande. **Ensuite :** utilise la puissance dissipée par effet Joule.

B.3. 0,5 pts

À la fréquence N_1, l'impédance vaut $Z = \sqrt{2}\,R_t$. Calculer le facteur de puissance et le déphasage φ, sachant que $N_1 < N_0$.

INDICE

Outil : l'expression de $\cos\varphi$ d'un circuit RLC série ; sous N_0, le circuit est capacitif.

B.4. `0,75 pts`

Synthèse. Un élève propose de remplacer le résistor par un résistor de $23{,}5\,\Omega$: « En divisant R par deux, on double la puissance reçue à la résonance. » Discuter cette affirmation, la tension efficace restant $2{,}7\,\mathrm{V}$.

INDICE

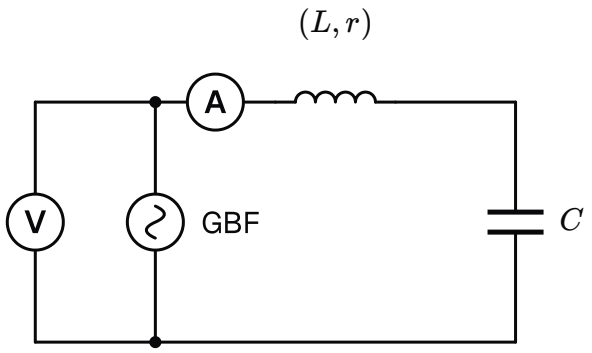
Début : exprime P_0 en fonction de U et de R_t. **Ensuite :** calcule la nouvelle résistance totale.

Exercice 3 6 pts

Étude d'une bobine par résonance et choix d'un condensateur

Un technicien veut connaître l'inductance L et la résistance r d'une bobine. Il la monte en série avec un condensateur de capacité $C = 0{,}39\ \mu\text{F}$, aux bornes d'un GBF, avec un ampèremètre et un voltmètre en mode alternatif.

Document. Schéma du montage.



Montage d'étude d'une bobine par résonance

A.1. 0,75 pts

Partie A : caractéristiques de la bobine.

Proposer un protocole qui permet de trouver la fréquence de résonance N_0 de ce circuit avec ce montage.

INDICE

Outil : la grandeur à maintenir constante pour tracer une courbe de résonance.

A.2. 1 pts

On trouve $N_0 \approx 1{,}47\,\text{kHz}$. En déduire l'inductance L de la bobine.

INDICE

Outil : l'expression de la fréquence de résonance d'un circuit RLC série.

A.3. 0,75 pts

À la résonance, le voltmètre indique $U = 1{,}50\,\text{V}$ et l'ampèremètre $I_0 = 88{,}0\,\text{mA}$. Calculer la résistance r de la bobine.

INDICE

Outil : l'impédance d'un circuit RLC série à la résonance ; ici, aucun résistor n'est monté.

A.4. 0,75 pts

Calculer le facteur de qualité du circuit, puis la tension efficace aux bornes du condensateur pendant la mesure à la résonance.

INDICE

Début : exprime Q avec L, C et la résistance totale. **Point délicat :** garde L et r non arrondies.

B.1. 1 pts

Partie B : choix d'un condensateur. On admet que la bobine a une inductance $L = 30\,\text{mH}$ et une résistance $r = 17\,\Omega$. On l'associe en série à un condensateur de capacité C, sans autre résistor. Le GBF délivre $U = 3{,}0\,\text{V}$ à la résonance.

Montrer que, à la résonance, la tension efficace du condensateur vaut $U_C = Q\,U$, avec $Q = \dfrac{1}{r}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$.

INDICE

Outil : la tension du condensateur en fonction de sa charge. **Ensuite :** écris-la à la résonance.

B.2. 0,75 pts

Le circuit doit résonner au-dessus de $1{,}5\,\text{kHz}$. On appelle tension de service la plus haute tension que le condensateur supporte entre ses armatures : l'amplitude de u_C ne doit jamais la dépasser. Les condensateurs disponibles sont les suivants.

C	tension de service
$0{,}10\,\mu\text{F}$	$100\,\text{V}$
$0{,}33\,\mu\text{F}$	$100\,\text{V}$
$0{,}68\,\mu\text{F}$	$50\,\text{V}$

Calculer la fréquence de résonance obtenue avec chacun. Lequel faut-il écarter ?

INDICE

Outil : l'expression de la fréquence de résonance d'un circuit RLC série.

B.3. 0,5 pts

Pour les deux condensateurs restants, calculer l'amplitude de la tension du condensateur à la résonance. Lequel choisir ?

INDICE

Début : calcule Q pour chaque capacité. **Ensuite :** relis la définition de la tension de service.

B.4. `0,5 pts`

Synthèse. On souhaite malgré tout employer le condensateur de $0{,}10\ \mu\mathrm{F}$, en ajoutant un résistor en série. Quelle résistance minimale faut-il ajouter ? Quel en est l'effet sur la résonance ?

INDICE

Début : écris la condition sur Q pour que l'amplitude ne dépasse pas $100\ \mathrm{V}$. **Ensuite :** déduis-en la résistance totale minimale.

Exercice 4 6 pts

Impédance établie par substitution et puissance d'une lampe à ballast

On étudie d'abord un circuit RLC série de laboratoire, puis l'alimentation d'une lampe à décharge par le réseau.

Document. Oscillogramme de la lampe et de son ballast, en partie B.

A.1. 0,75 pts

Partie A : impédance d'un circuit RLC série. Un GBF applique la tension $u(t)$ à un circuit RLC série : résistor $R = 27\,\Omega$, bobine $(L = 0{,}40\,\text{H} ; r = 6{,}0\,\Omega)$, condensateur $C = 10\,\mu\text{F}$. On oriente le circuit dans le sens de i et l'on note q la charge de l'armature vers laquelle le courant est orienté.

Écrire la relation entre u, i, $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ et q, avec $R_t = R + r$.

INDICE

Outil : la loi d'additivité des tensions, chaque tension étant prise en convention récepteur.

A.2. 0,75 pts

En régime permanent, on propose $i(t) = I_m \cos(\omega t)$ et $q(t) = \dfrac{I_m}{\omega}\sin(\omega t)$. Vérifier que $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$, puis exprimer $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$.

INDICE

Outil : la dérivée d'une fonction composée $t \mapsto \sin(\omega t)$ ou $\cos(\omega t)$.

A.3. 0,5 pts

Montrer que

$$u = R_t I_m \cos(\omega t) - \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) I_m \sin(\omega t)$$

INDICE

Début : reporte i, $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ et q dans la relation de la question A.1. **Ensuite :** regroupe les termes en $\sin(\omega t)$.

A.4. 0,75 pts

On écrit $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$. En développant cette expression, établir que $Z = \dfrac{U_m}{I_m}$ vérifie $Z^2 = R_t^2 + \left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)^2$ et exprimer $\tan\varphi$.

INDICE

Outil : la formule d'addition du cosinus et l'identification des deux membres.

A.5. 0,5 pts

Calculer Z et φ pour une fréquence $N = 120\,\text{Hz}$.

INDICE

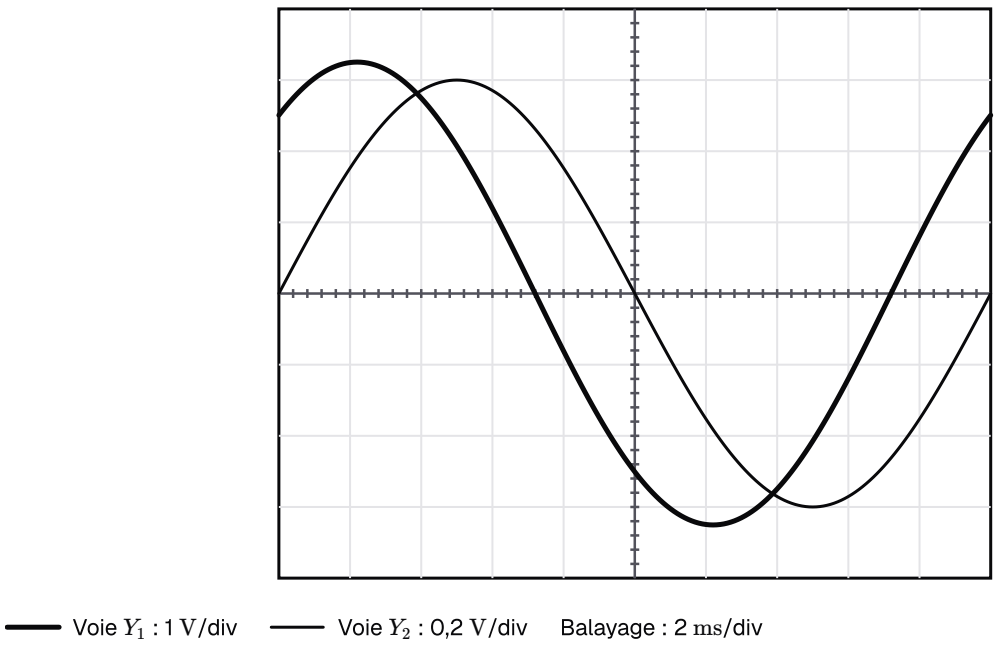
Outil : calcule séparément $L\omega$ et $\dfrac{1}{C\omega}$, en ohms.

B.1. 0,75 pts

Partie B : lampe à ballast. Une lampe à décharge et son ballast, une bobine, forment un dipôle alimenté sous $U = 230\,\text{V}$, $50\,\text{Hz}$. Une sonde transmet $\dfrac{u}{100}$ à la voie Y_1 ; la voie Y_2 reçoit la tension d'un résistor de mesure de $1{,}0\,\Omega$, égale à $1{,}0 \times i$.

Document. Sensibilités : $1\,\text{V/div}$ pour la voie Y_1, $0{,}2\,\text{V/div}$ pour la voie Y_2 ; balayage $2\,\text{ms/div}$.

Lire la période, le décalage horaire et l'amplitude de la voie Y_2. En déduire le déphasage φ de u par rapport à i, puis l'intensité efficace I.



Voie Y1 : 1 V/div (tension divisée par 100) ; voie Y2 : 0,2 V/div ; balayage : 2 ms/div

INDICE

Outil : divisions multipliées par les sensibilités ; le signe de φ se lit sur la courbe en avance.

B.2. 0,75 pts

On note $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ la tension du dipôle et $i(t) = I_m \cos(\omega t)$ l'intensité qui le traverse. La puissance instantanée qu'il reçoit est $p(t) = u(t)\, i(t)$. On admet la formule de transformation

$$\cos a \cos b = \frac{\cos(a+b) + \cos(a-b)}{2}$$

et l'on admet que la valeur moyenne de $\cos(2\omega t + \varphi)$ sur une période est nulle.

Montrer que la puissance moyenne reçue par le dipôle vaut $P = U\, I \cos\varphi$.

INDICE

Début : écris $p(t)$ comme le produit de deux cosinus. **Ensuite :** transforme ce produit en somme, puis prends la valeur moyenne de chaque terme.

B.3. 0,75 pts

Calculer le facteur de puissance et la puissance moyenne P reçue par le dipôle.

INDICE

Outil : l'expression de la puissance moyenne en régime sinusoïdal.

B.4. 0,5 pts

Synthèse. Pour annuler le déphasage, on propose d'ajouter un condensateur en série, de capacité telle que le dipôle soit à la résonance à $50\,\mathrm{Hz}$. La lampe est conçue pour fonctionner sous l'intensité efficace trouvée à la question B.1 ; elle ne supporte pas une intensité nettement plus grande.

Calculer la résistance totale du dipôle, puis l'intensité efficace qu'il appellerait. Cette solution convient-elle à la lampe ?

INDICE

Début : la résistance totale se tire de $\cos\varphi$ et de l'impédance $\dfrac{U}{I}$. **Ensuite :** à la résonance, l'impédance se réduit à la résistance totale.

Exercice 5 6 pts

Oscillations libres puis forcées du capteur d'un détecteur de métaux

Le capteur d'un détecteur de métaux est un circuit RLC série : une bobine d'inductance $L = 8{,}2\,\mathrm{mH}$, un condensateur de capacité $C = 56\,\mathrm{nF}$ et une résistance totale $R_t = 90\,\Omega$. Quand un objet métallique approche de la bobine, son inductance diminue légèrement.

Document. Courbe de résonance du capteur, en partie B.

A.1. 1 pts

Partie A : du régime libre au régime forcé. On charge le condensateur, puis on le relie à la bobine : le circuit est le siège d'oscillations libres amorties, de pseudo-période voisine de la période propre T_0.

Rappeler l'expression de T_0 et la calculer.

INDICE

Outil : la période propre d'un circuit LC.

A.2. 0,5 pts

Pourquoi l'amplitude des oscillations libres diminue-t-elle ? Quel rôle joue un GBF branché sur le circuit ?

INDICE

Outil : l'effet Joule dans la résistance totale, et les mots excitateur et résonateur.

A.3. 0,75 pts

Le circuit est alimenté par un GBF de tension efficace constante et de fréquence N réglable. Montrer que l'intensité efficace est maximale pour $N = \dfrac{1}{T_0}$.

INDICE

Début : à tension efficace constante, cherche le minimum de l'impédance. **Ensuite :** exprime la pulsation correspondante en fonction de T_0.

A.4. 0,5 pts

On règle le GBF sur $N = 5{,}0\,\mathrm{kHz}$. À quelle fréquence oscille l'intensité en régime permanent ? Le circuit est-il inductif ou capacitif ?

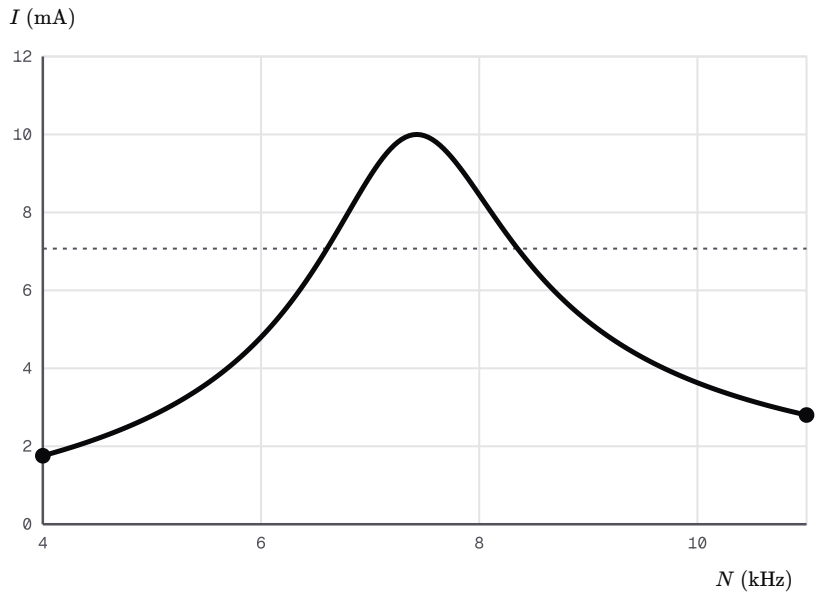
INDICE

Outil : en régime forcé, la fréquence est imposée par l'excitateur ; compare N à $\dfrac{1}{T_0}$.

B.1. 0,5 pts

Partie B : sensibilité du capteur. On admet que $L = 8{,}2\,\text{mH}$ et $C = 56\,\text{nF}$. Le GBF délivre une tension efficace constante $U = 0{,}90\,\text{V}$; l'horizontale tracée est celle de l'intensité $\dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$.

Lire la fréquence de résonance N_0 et l'intensité efficace I_0.



Courbe de résonance du capteur, à tension efficace constante

INDICE

Outil : le sommet de la courbe de résonance.

B.2. 0,5 pts

Lire les fréquences N_1 et N_2 qui limitent la bande passante à $-3\,\text{dB}$, puis calculer sa largeur ΔN.

INDICE

Outil : les intersections de l'horizontale tracée avec la courbe.

B.3. 0,5 pts

Calculer le facteur de qualité Q du capteur.

INDICE

Outil : la définition du facteur de qualité.

B.4. 0,75 pts

Vérifier la résistance totale $R_t = 90\,\Omega$ du capteur de deux façons : à partir de ΔN, puis à partir de I_0.

INDICE

Début : isole R_t dans la largeur de la bande passante. **Ensuite :** utilise l'impédance à la résonance.

B.5. 1 pts

Synthèse. L'approche d'une pièce métallique diminue l'inductance de $2{,}0\,\%$. Calculer le décalage de la fréquence de résonance qui en résulte et le comparer à ΔN. Que faudrait-il modifier pour que l'intensité mesurée à la fréquence N_0 varie davantage ?

INDICE

Début : N_0 varie comme $\dfrac{1}{\sqrt{L}}$. **Ensuite :** relie la sensibilité à la largeur de la bande passante.