BURHAN

Oscillations forcées dans un circuit RLC série : exercices, entraînement

2ème Année Baccalauréat · Sciences Mathématiques · Physique-Chimie

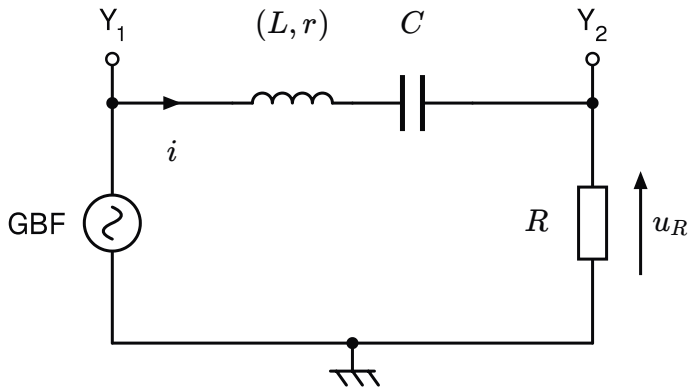
Version en ligne : burhan.ma/2bac/sciences-mathematiques/physique-chimie/oscillations-forcees-circuit-rlc-serie/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Oscillations forcées dans un circuit RLC série	Entraînement	7

Exercice 1

Montage de visualisation, impédance et déphasage

Pour étudier un circuit RLC série alimenté par un GBF, un groupe d'élèves réalise le montage du schéma. Le résistor a pour résistance $R = 100\,\Omega$.



Montage de visualisation d'un circuit RLC série

1.

Quelle tension chaque voie de l'oscilloscope affiche-t-elle ? Pourquoi le résistor est-il placé du côté de la masse ?

INDICE

Outil : une voie affiche la tension entre son entrée et la masse, commune au GBF et à l'oscilloscope.

CORRIGÉ

Voies. La voie Y_1 affiche la tension $u(t)$ du générateur. La voie Y_2 affiche la tension $u_R(t) = R\,i(t)$ du résistor.

Masse. Les masses du GBF et de l'oscilloscope sont reliées. Le résistor doit donc toucher ce point commun pour que sa tension soit mesurée par une seule voie.

Conclusion. Y_1 montre $u(t)$, Y_2 montre $u_R(t)$; la position du résistor fait de u_R une image de l'intensité.

2.

Un élève permute le résistor et le condensateur sans déplacer les voies ni la masse. Que montre alors la voie Y_2 ? Pourquoi ce montage ne convient-il plus ?

INDICE

Début : cherche le composant situé entre l'entrée Y_2 et la masse après la permutation.

CORRIGÉ

Nouveau branchement. Le condensateur se trouve maintenant entre Y_2 et la masse : la voie affiche $u_C(t)$.

Image de l'intensité. La tension u_C n'est pas proportionnelle à i : elle est en quadrature avec elle.

Conclusion. La voie Y_2 montre la tension du condensateur, qui n'est pas proportionnelle à l'intensité : le montage ne permet plus de lire directement I_m ni le déphasage.

3.

Avec le bon montage, on lit $U_m = 5{,}0\,\text{V}$ et $U_{Rm} = 1{,}6\,\text{V}$. Calculer l'amplitude I_m de l'intensité et l'impédance Z du circuit.

INDICE

Outil : la loi d'Ohm pour le résistor, puis la définition de l'impédance.

CORRIGÉ

Intensité. $I_m = \dfrac{U_{Rm}}{R} = \dfrac{1{,}6}{100} = 1{,}6 \times 10^{-2}\,\text{A}$.

Impédance.

$$Z = \frac{U_m}{I_m}$$
$$Z = \frac{5{,}0}{1{,}6 \times 10^{-2}}$$
$$Z \approx 3{,}1 \times 10^{2}\,\Omega$$

Conclusion. L'intensité a pour amplitude $16\,\text{mA}$ et le circuit une impédance d'environ $3{,}1 \times 10^{2}\,\Omega$.

4.

La période vaut $T = 1{,}6\,\text{ms}$; la tension u atteint chaque maximum $\tau = 0{,}31\,\text{ms}$ avant le maximum voisin de u_R. Calculer le déphasage φ et dire si le circuit est inductif ou capacitif.

INDICE

Outil : la relation entre décalage horaire et déphasage ; le signe vient de la courbe en avance.

CORRIGÉ

Valeur absolue.

$$|\varphi| = \frac{2\pi\,\tau}{T}$$
$$|\varphi| = \frac{2\pi \times 0{,}31}{1{,}6}$$
$$|\varphi| \approx 1{,}2\,\text{rad}$$

Signe. La tension culmine avant l'intensité : elle est en avance, $\varphi > 0$.

Conclusion. $\varphi \approx 1{,}2\,\text{rad}$: le circuit est inductif à cette fréquence.

5.

En déduire la résistance totale R_t du circuit, puis la résistance r de la bobine. Commenter la précision de r.

INDICE

Outil : l'expression de $\cos\varphi$ d'un circuit RLC série. **Point délicat :** garde les valeurs non arrondies de Z et φ.

CORRIGÉ

Résistance totale. $\cos\varphi = \dfrac{R_t}{Z}$, donc

$$R_t = Z\cos\varphi$$
$$R_t \approx 312{,}5 \times 0{,}346$$
$$R_t \approx 108\,\Omega$$

On garde ici trois chiffres pour la soustraction qui suit, les lectures n'en donnant que deux.

Bobine. $r = R_t - R \approx 108 - 100 \approx 8\,\Omega$.

Conclusion. $R_t \approx 108\,\Omega$ et $r \approx 8\,\Omega$; cette valeur, différence de deux nombres voisins, est peu précise : un ohmmètre la mesure mieux.

Exercice 2

Inductance et résistance d'une bobine sans étiquette

On cherche les caractéristiques d'une bobine sans étiquette. On la branche seule aux bornes d'un GBF, avec un ampèremètre en série et un voltmètre à ses bornes, tous deux en mode alternatif. La tension efficace est maintenue à $U = 3{,}00\,\text{V}$.

Mesures.

N (Hz)	I (mA)
$50{,}0$	$51{,}5$
100	$26{,}3$

1.

Calculer l'impédance Z_1 de la bobine à $50{,}0\,\text{Hz}$ et son impédance Z_2 à $100\,\text{Hz}$.

INDICE

Outil : la définition de l'impédance par les valeurs efficaces.

CORRIGÉ

Première fréquence. $Z_1 = \dfrac{U}{I_1} = \dfrac{3{,}00}{51{,}5 \times 10^{-3}} \approx 58{,}3\,\Omega$.

Seconde fréquence. $Z_2 = \dfrac{3{,}00}{26{,}3 \times 10^{-3}} \approx 114\,\Omega$.

Conclusion. L'impédance de la bobine vaut environ $58{,}3\,\Omega$ à $50{,}0\,\text{Hz}$ et $114\,\Omega$ à $100\,\text{Hz}$: elle croît avec la fréquence.

2.

Montrer que l'impédance de la bobine seule vérifie

$$Z_b^2 = r^2 + (L\omega)^2$$

INDICE

Outil : la loi d'additivité des tensions pour la bobine seule, et l'expression de $i(t)$.

CORRIGÉ

Équation. En convention récepteur, la tension de la bobine est $u = r\,i + L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$: le terme $\dfrac{q}{C}$ du circuit RLC série est absent.

Substitution. Avec $i = I_m\cos(\omega t)$ et $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = -I_m\,\omega\sin(\omega t)$:

$$\begin{aligned} u &= r\,I_m\cos(\omega t) \\ &\quad - L\omega\,I_m\sin(\omega t) \end{aligned}$$

Identification. On écrit $u = U_m\cos(\omega t + \varphi)$, avec $Z_b = \dfrac{U_m}{I_m}$. L'égalité vaut à tout instant ; en $t = 0$, puis en $t = \dfrac{T}{4}$:

$$U_m\cos\varphi = r\,I_m$$

$$U_m\sin\varphi = L\omega\,I_m$$

Somme des carrés. Avec $\cos^2\varphi + \sin^2\varphi = 1$, on obtient $U_m^2 = \left(r^2 + (L\omega)^2\right)I_m^2$, puis on divise par I_m^2.

Conclusion. L'impédance de la bobine seule vérifie $Z_b^2 = r^2 + (L\omega)^2$.

3.

En écrivant cette relation aux deux fréquences, calculer l'inductance L.

INDICE

Début : soustrais les deux égalités pour éliminer r. **Ensuite :** isole L^2.

CORRIGÉ

Élimination de r. $Z_2^2 - Z_1^2 = L^2(\omega_2^2 - \omega_1^2)$, donc

$$L = \sqrt{\frac{Z_2^2 - Z_1^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2}}$$

Valeurs. $Z_2^2 - Z_1^2 \approx 9{,}62 \times 10^3\,\Omega^2$ et $\omega_2^2 - \omega_1^2 \approx 2{,}96 \times 10^5\,\mathrm{rad^2\cdot s^{-2}}$.

Application numérique. $L \approx 0{,}180\,\mathrm{H}$.

Conclusion. L'inductance de la bobine vaut environ $0{,}180\,\mathrm{H}$.

4.

Calculer la résistance r de la bobine. Pourquoi cette valeur est-elle peu précise ?

INDICE

Outil : la relation de la question 2 à $50{,}0\,\text{Hz}$, avec L non arrondie.

CORRIGÉ

Calcul. $r^2 = Z_1^2 - (L\omega_1)^2$, avec $L\omega_1 \approx 56{,}6\,\Omega$:

$$r^2 \approx 58{,}3^2 - 56{,}6^2$$
$$r \approx 14\,\Omega$$

Précision. r^2 est la différence de deux carrés voisins : une petite erreur sur I_1 change beaucoup r.

Conclusion. La bobine a une résistance d'environ $14\,\Omega$, connue avec peu de précision ; une mesure à l'ohmmètre la confirmerait.

Exercice 3

Protocole et exploitation d'une courbe de résonance

En séance de travaux pratiques, on étudie un circuit RLC série. Il est formé d'un résistor de résistance $R = 82\,\Omega$, d'une bobine de résistance $r = 8{,}0\,\Omega$ et d'inductance L inconnue, et d'un condensateur de capacité C inconnue. Le GBF délivre une tension efficace $U = 3{,}2\,\text{V}$.

Document. Intensité efficace mesurée selon la fréquence.

N (Hz)	I (mA)
200	$11{,}9$
230	$18{,}9$
250	$26{,}7$
260	$31{,}3$
270	$34{,}7$
280	$35{,}4$
290	$33{,}1$
300	$29{,}4$
320	$22{,}4$
350	$15{,}9$

1.

Proposer un montage et un protocole pour obtenir ce tableau de mesures.

INDICE

Outil : les appareils qui mesurent une tension efficace et une intensité efficace. **Point délicat :** la grandeur à garder fixe d'un réglage à l'autre.

CORRIGÉ

Montage. Le GBF alimente le circuit RLC série, avec un ampèremètre en série ; un voltmètre en mode alternatif contrôle la tension efficace aux bornes du GBF.

Protocole. On fait varier la fréquence N du GBF. À chaque réglage, on rétablit $U = 3{,}2\,\text{V}$, puis on note l'intensité efficace I. Près du maximum, on resserre le pas des fréquences.

Conclusion. Le tableau s'obtient en relevant I pour des fréquences successives, la tension efficace étant maintenue constante et le pas resserré autour de la résonance.

2.

Repérer dans le tableau la fréquence de résonance N_0 et l'intensité I_0. Vérifier que I_0 est compatible avec la résistance totale du circuit.

INDICE

Outil : l'impédance d'un circuit RLC série à la résonance, avec $R_t = R + r$.

CORRIGÉ

Lecture. Le maximum du tableau est atteint vers $N_0 \approx 280\,\text{Hz}$, avec $I_0 \approx 35{,}4\,\text{mA}$.

Prévision. $R_t = 82 + 8{,}0 = 90\,\Omega$ et

$$I_0 = \frac{U}{R_t} = \frac{3{,}2}{90}$$
$$I_0 \approx 36\,\text{mA}$$

Conclusion. N_0 est voisine de $280\,\text{Hz}$; l'intensité mesurée, environ $35\,\text{mA}$, est compatible avec $\dfrac{U}{R_t} \approx 36\,\text{mA}$, le maximum vrai pouvant se situer entre deux mesures.

3.

La courbe lissée tracée à partir du tableau culmine à $I_0 \approx 35{,}6\,\text{mA}$ pour $N_0 \approx 277\,\text{Hz}$; elle donne $N_1 \approx 246\,\text{Hz}$ et $N_2 \approx 312\,\text{Hz}$. Vérifier sur le tableau la position de N_1 et N_2, puis calculer ΔN et le facteur de qualité Q.

INDICE

Outil : la définition de la bande passante à $-3\,\text{dB}$, puis celle du facteur de qualité.

CORRIGÉ

Seuil. $\dfrac{I_0}{\sqrt{2}} \approx \dfrac{35{,}6}{\sqrt{2}} \approx 25\,\text{mA}$. Dans le tableau, I franchit $25\,\text{mA}$ entre 230 et $250\,\text{Hz}$, puis entre 300 et $320\,\text{Hz}$: c'est bien là que se trouvent N_1 et N_2.

Bande passante. $\Delta N = N_2 - N_1 \approx 312 - 246 \approx 66\,\text{Hz}$.

Facteur de qualité. $Q = \dfrac{N_0}{\Delta N} \approx \dfrac{277}{66} \approx 4{,}2$.

Conclusion. La bande passante a une largeur d'environ $66\,\text{Hz}$ et le facteur de qualité vaut environ $4{,}2$.

4.

En déduire l'inductance L de la bobine.

INDICE

Outil : la largeur de la bande passante d'un circuit RLC série.

CORRIGÉ

Relation. $\Delta N = \dfrac{R_t}{2\pi L}$, donc

$$L = \frac{R_t}{2\pi\,\Delta N}$$
$$L \approx \frac{90}{2\pi \times 66}$$
$$L \approx 0{,}22\,\mathrm{H}$$

Conclusion. L'inductance de la bobine vaut environ $0{,}22\,\mathrm{H}$.

5.

En déduire la capacité C du condensateur.

INDICE

Outil : l'expression de la fréquence de résonance. **Point délicat :** garde L non arrondie.

CORRIGÉ

Relation. $N_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, donc

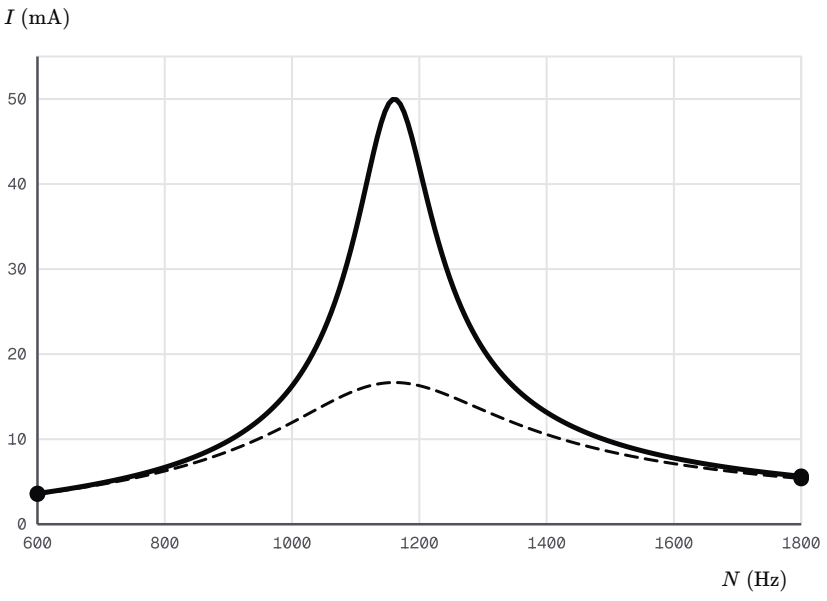
$$C = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 L}$$
$$C \approx 1{,}5 \times 10^{-6}\,\mathrm{F}$$

Conclusion. La capacité du condensateur vaut environ $1{,}5\,\mu\mathrm{F}$.

Exercice 4

Influence de la résistance sur l'acuité de la résonance

Une bobine d'inductance $L = 40\,\text{mH}$ et un condensateur de capacité $C = 0{,}47\,\mu\text{F}$ sont montés en série avec un résistor, sous une tension efficace constante $U = 1{,}5\,\text{V}$. On relève la courbe de résonance pour deux résistors différents : courbes (1) et (2) du document.



Courbes de résonance du même circuit pour deux résistances totales

1.

Lire la fréquence de résonance et l'intensité maximale de chaque courbe. Pourquoi les deux courbes culminent-elles à la même fréquence ?

INDICE

Outil : l'expression de la fréquence de résonance d'un circuit RLC série.

CORRIGÉ

Lecture. Les deux sommets sont vers $N_0 \approx 1{,}2\,\text{kHz}$; $I_{01} \approx 50\,\text{mA}$ pour la courbe (1) et $I_{02} \approx 17\,\text{mA}$ pour la courbe (2).

Explication. $N_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ ne dépend que de L et de C, communs aux deux circuits : $N_0 \approx 1{,}16\,\text{kHz}$.

Conclusion. Les deux courbes culminent vers $1{,}2\,\text{kHz}$, car changer de résistor ne modifie ni L ni C.

2.

Calculer la résistance totale R_{t1} et R_{t2} de chaque circuit.

INDICE

Outil : l'intensité efficace à la résonance.

CORRIGÉ

Courbe (1). $R_{t1} = \dfrac{U}{I_{01}} \approx \dfrac{1{,}5}{50 \times 10^{-3}} \approx 30\,\Omega$.

Courbe (2). $R_{t2} = \dfrac{U}{I_{02}} \approx \dfrac{1{,}5}{17 \times 10^{-3}} \approx 88\,\Omega$.

Conclusion. Lecture approchée : $R_{t1} \approx 30\,\Omega$ et $R_{t2} \approx 88\,\Omega$, environ trois fois plus.

3.

Calculer la largeur de la bande passante et le facteur de qualité de chaque circuit.

INDICE

Début : la largeur de bande dépend de R_t et de L. **Ensuite :** divise N_0 par chaque largeur.

CORRIGÉ

Courbe (1). $\Delta N_1 = \dfrac{R_{t1}}{2\pi L} \approx \dfrac{30}{2\pi \times 0{,}040} \approx 1{,}2 \times 10^{2}\,\text{Hz}$, d'où $Q_1 \approx \dfrac{1\,160}{119} \approx 9{,}7$.

Courbe (2). $\Delta N_2 \approx \dfrac{88}{2\pi \times 0{,}040} \approx 3{,}5 \times 10^{2}\,\text{Hz}$, d'où $Q_2 \approx \dfrac{1\,160}{350} \approx 3{,}3$.

Conclusion. Le circuit (1) a une bande passante d'environ $1{,}2 \times 10^{2}\,\text{Hz}$ et $Q_1 \approx 9{,}7$; le circuit (2) environ $3{,}5 \times 10^{2}\,\text{Hz}$ et $Q_2 \approx 3{,}3$.

4.

Lequel des deux circuits distingue le mieux deux fréquences voisines ? Résumer l'effet d'une augmentation de la résistance.

INDICE

Outil : une résonance aiguë a une bande passante étroite devant N_0.

CORRIGÉ

Sélectivité. Le circuit (1) a la bande passante la plus étroite. Une fréquence décalée de $150\,\text{Hz}$ par rapport à N_0 sort de sa bande ; elle reste dans celle du circuit (2).

Effet de la résistance. Quand R_t augmente, N_0 ne change pas, I_0 diminue, ΔN augmente et Q diminue.

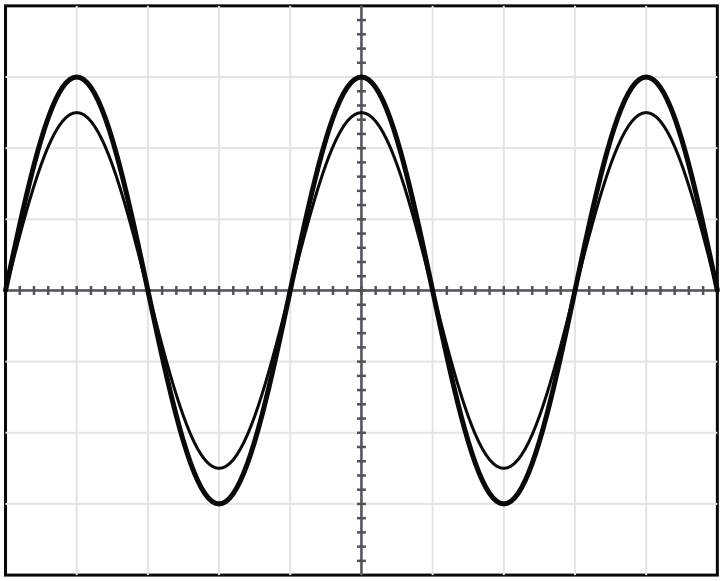
Conclusion. Le circuit (1), de plus faible résistance, est le plus sélectif ; augmenter la résistance rend la résonance plus floue.

Exercice 5

Résonance reconnue à l'oscilloscope

Un GBF alimente un circuit RLC série : résistor $R = 75\,\Omega$, bobine d'inductance $L = 25\,\mathrm{mH}$ et de résistance r inconnue, condensateur de capacité C inconnue. On règle la fréquence du GBF jusqu'à obtenir l'oscillogramme du document : voie Y_1 pour $u(t)$, voie Y_2 pour $u_R(t)$.

Document. Sensibilités : $1\,\mathrm{V/div}$ pour chaque voie ; balayage $0{,}1\,\mathrm{ms/div}$.



Voie Y_1 : 1 V/div Voie Y_2 : 1 V/div Balayage : 0,1 ms/div

Voies Y1 et Y2 : 1 V/div ; balayage : 0,1 ms/div

1.

Montrer que le circuit est à la résonance d'intensité.

INDICE

Outil : la valeur du déphasage à la résonance d'un circuit RLC série.

CORRIGÉ

Observation. Les deux courbes atteignent leurs maximums aux mêmes instants : u et u_R, donc u et i, sont en phase.

Déphasage. $\varphi = 0$, soit $\tan\varphi = 0$ et $L\omega = \dfrac{1}{C\omega}$: c'est la condition de résonance.

Conclusion. La tension et l'intensité sont en phase : le circuit est à la résonance d'intensité.

2.

Lire la période T, puis calculer la fréquence de résonance N_0 et la capacité C.

INDICE

Début : lis le nombre de divisions d'une période et multiplie par le balayage. **Ensuite :** relie N_0 à L et C.

CORRIGÉ

Période. Une période couvre $4{,}0$ divisions : $T \approx 4{,}0 \times 0{,}1 = 0{,}40\,\text{ms}$, d'où $N_0 = \dfrac{1}{T} \approx 2{,}5 \times 10^{3}\,\text{Hz}$.

Capacité.

$$C = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 L}$$
$$C \approx 1{,}6 \times 10^{-7}\,\text{F}$$

Conclusion. La fréquence de résonance vaut environ $2{,}5\,\text{kHz}$ et la capacité environ $0{,}16\,\mu\text{F}$.

3.

Lire les amplitudes U_m et U_{Rm}. En déduire l'amplitude I_m de l'intensité, la résistance totale R_t et la résistance r de la bobine.

INDICE

Outil : à la résonance, l'impédance du circuit se réduit à sa résistance totale.

CORRIGÉ

Amplitudes. $U_m \approx 3{,}0 \times 1 = 3{,}0\,\text{V}$ et $U_{Rm} \approx 2{,}5 \times 1 = 2{,}5\,\text{V}$.

Intensité. $I_m = \dfrac{U_{Rm}}{R} \approx \dfrac{2{,}5}{75} \approx 3{,}3 \times 10^{-2}\,\text{A}$.

Résistances. $R_t = \dfrac{U_m}{I_m} \approx \dfrac{3{,}0 \times 75}{2{,}5} \approx 90\,\Omega$, donc $r = R_t - R \approx 15\,\Omega$.

Conclusion. $I_m \approx 33\,\text{mA}$, $R_t \approx 90\,\Omega$ et la bobine a une résistance d'environ $15\,\Omega$.

4.

Calculer la puissance moyenne reçue par le circuit, puis la contrôler par l'effet Joule.

INDICE

Outil : la puissance moyenne en régime sinusoïdal ; à la résonance, $\cos\varphi = 1$.

CORRIGÉ

Valeurs efficaces. $U = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}}$ et $I = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$, donc $U\,I = \dfrac{U_m I_m}{2}$.

Puissance. Avec I_m non arrondie :

$$\begin{aligned} P &= \frac{U_m I_m}{2} \\ P &\approx \frac{3{,}0 \times 0{,}0333}{2} \\ P &\approx 5{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{W} \end{aligned}$$

Contrôle. $R_t\,I^2 \approx 90 \times 0{,}0236^2 \approx 5{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{W}$.

Conclusion. À la résonance, le circuit reçoit en moyenne environ $50\,\mathrm{mW}$, dissipés par effet Joule.

Exercice 6

Facteur de puissance d'une station de pompage

La pompe d'irrigation d'une ferme est alimentée par le réseau, de tension efficace $U = 230\,\mathrm{V}$ et de fréquence $50\,\mathrm{Hz}$, à travers une ligne de résistance $R_\ell = 0{,}60\,\Omega$. On améliore le facteur de puissance de l'installation sans changer la puissance moyenne qu'elle reçoit.

Document.

Situation	P	$\cos\varphi$
avant	$1{,}5\,\mathrm{kW}$	$0{,}70$
après	$1{,}5\,\mathrm{kW}$	$0{,}95$

1.

Calculer l'intensité efficace I_1 appelée avant l'amélioration, et la puissance apparente correspondante.

INDICE

Outil : l'expression de la puissance moyenne en régime sinusoïdal, à isoler pour I.

CORRIGÉ

Intensité. $P = U\,I_1\cos\varphi_1$, donc

$$I_1 = \frac{P}{U\cos\varphi_1}$$
$$I_1 = \frac{1\,500}{230\times 0{,}70}$$
$$I_1 \approx 9{,}3\,\mathrm{A}$$

Puissance apparente. $U\,I_1 = \dfrac{P}{\cos\varphi_1} \approx 2{,}1\times10^{3}\,\mathrm{VA}$.

Conclusion. Avant l'amélioration, l'installation appelle environ $9{,}3\,\mathrm{A}$, pour une puissance apparente d'environ $2{,}1\,\mathrm{kVA}$.

2.

Calculer l'intensité efficace I_2 appelée après l'amélioration.

INDICE

Outil : la même relation, avec le nouveau facteur de puissance.

CORRIGÉ

Intensité.

$$I_2 = \frac{1\,500}{230\times 0{,}95}$$
$$I_2 \approx 6{,}9\,\mathrm{A}$$

Conclusion. Après l'amélioration, l'intensité appelée descend à environ $6{,}9\,\mathrm{A}$, pour la même puissance moyenne.

3.

Calculer la puissance perdue par effet Joule dans la ligne, avant puis après l'amélioration.

INDICE

Outil : la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance. **Point délicat :** utilise les intensités non arrondies.

CORRIGÉ

Avant. $P_{\ell 1} = R_\ell \, I_1^2 \approx 0{,}60 \times 9{,}32^2 \approx 52\,\text{W}$.

Après. $P_{\ell 2} = R_\ell \, I_2^2 \approx 0{,}60 \times 6{,}87^2 \approx 28\,\text{W}$.

Conclusion. Les pertes dans la ligne passent d'environ $52\,\text{W}$ à environ $28\,\text{W}$.

4.

Expliquer l'intérêt d'un facteur de puissance proche de 1 pour le fournisseur d'électricité.

INDICE

Début : compare les intensités pour une même puissance moyenne. **Ensuite :** relie l'intensité aux pertes.

CORRIGÉ

Intensité. À puissance moyenne fixée, $I = \dfrac{P}{U \cos\varphi}$ diminue quand $\cos\varphi$ se rapproche de 1.

Pertes. Les pertes en ligne varient comme I^2 : elles sont divisées par $\left(\dfrac{0{,}95}{0{,}70}\right)^2 \approx 1{,}8$.

Conclusion. Un facteur de puissance proche de 1 réduit l'intensité transportée et les pertes par effet Joule dans les lignes, pour le même service rendu.

Exercice 7

Choix des composants d'un circuit sélectif

On veut un circuit RLC série qui résonne vers $5{,}0\,\mathrm{kHz}$, avec une bande passante de largeur comprise entre $300\,\mathrm{Hz}$ et $600\,\mathrm{Hz}$. On dispose d'une bobine d'inductance $L = 10\,\mathrm{mH}$ et de résistance $r = 6{,}0\,\Omega$, et des composants du document. Le GBF délivre $U = 1{,}2\,\mathrm{V}$.

Document. Composants disponibles. Chaque condensateur a une tension de service de $25\,\mathrm{V}$: c'est la tension maximale qu'il supporte, et l'amplitude de sa tension ne doit pas la dépasser.

Composant	Valeurs
condensateurs	$47\,\mathrm{nF}$; $100\,\mathrm{nF}$; $220\,\mathrm{nF}$
résistors	$10\,\Omega$; $22\,\Omega$; $47\,\Omega$

1.

Quel condensateur faut-il choisir ? Calculer la fréquence de résonance obtenue.

INDICE

Outil : l'expression de la fréquence de résonance, à isoler pour C.

CORRIGÉ

Capacité idéale. $C = \dfrac{1}{4\pi^2 N_0^2 L} = \dfrac{1}{4\pi^2 \times (5{,}0\times10^{3})^2 \times 0{,}010} \approx 1{,}0\times10^{-7}\,\mathrm{F}$.

Choix. On retient $C = 100\,\mathrm{nF}$, d'où

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$
$$N_0 \approx 5{,}0\times10^{3}\,\mathrm{Hz}$$

Conclusion. Le condensateur de $100\,\mathrm{nF}$ convient : le circuit résonne vers $5{,}0\,\mathrm{kHz}$.

2.

Montrer que la résistance totale doit vérifier $2\pi L\times300 \le R_t \le 2\pi L\times600$, en unités SI. Quel résistor faut-il choisir ?

INDICE

Outil : la largeur de la bande passante d'un circuit RLC série. **Point délicat :** R_t comprend la résistance de la bobine.

CORRIGÉ

Encadrement. $\Delta N = \dfrac{R_t}{2\pi L}$ et $300 \le \Delta N \le 600$, en hertz, donc $2\pi L\times300 \le R_t \le 2\pi L\times600$, soit

$$18{,}8\,\Omega \le R_t \le 37{,}7\,\Omega$$

Choix. Avec $r = 6{,}0\,\Omega$, les résistors donnent $R_t = 16$, 28 ou $53\,\Omega$: seul $R = 22\,\Omega$ convient.

Conclusion. Il faut le résistor de $22\,\Omega$, qui donne $R_t = 28\,\Omega$.

3.

Calculer la largeur ΔN de la bande passante et le facteur de qualité Q du circuit choisi.

INDICE

Outil : la largeur de la bande passante, puis la définition du facteur de qualité.

CORRIGÉ

Bande passante.

$$\begin{aligned}\Delta N &= \frac{R_t}{2\pi L}\\ \Delta N &= \frac{28}{2\pi \times 0{,}010}\\ \Delta N &\approx 4{,}5 \times 10^{2}\ \text{Hz}\end{aligned}$$

Facteur de qualité. $Q = \dfrac{N_0}{\Delta N} \approx \dfrac{5\,033}{446} \approx 11.$

Conclusion. Le circuit a une bande passante d'environ $4{,}5 \times 10^{2}\ \text{Hz}$ et un facteur de qualité d'environ 11.

4.

Calculer la tension efficace aux bornes du condensateur à la résonance. Sa tension de service est-elle respectée ?

INDICE

Outil : la surtension à la résonance ; relis la définition de la tension de service.

CORRIGÉ

Surtension. $U_C = Q\,U \approx 11{,}3 \times 1{,}2 \approx 14\ \text{V}.$

Amplitude. $U_C\sqrt{2} \approx 19\ \text{V}$, inférieure à $25\ \text{V}$.

Conclusion. À la résonance, $U_C \approx 14\ \text{V}$ et l'amplitude, environ $19\ \text{V}$, reste sous la tension de service : le condensateur ne risque rien.