BURHAN

Oscillations forcées dans un circuit RLC série : exercices, application

2ème Année Baccalauréat · Sciences Mathématiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/sciences-mathematiques/physique-chimie/oscillations-forcees-circuit-rlc-serie/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Oscillations forcées dans un circuit RLC série	Application	8

Exercice 1

Courant sinusoïdal dans un haut-parleur de test

Un générateur basses fréquences alimente un petit haut-parleur de test. En régime permanent, l'intensité du courant qui le traverse s'écrit

$$i(t) = 28\cos(1\,250\pi\,t)$$

avec i en milliampères et t en secondes.

1.

Donner l'amplitude I_m de l'intensité, puis calculer sa valeur efficace I.

INDICE

Outil : la définition de la valeur efficace d'une grandeur sinusoïdale.

CORRIGÉ

Amplitude. C'est le coefficient du cosinus : $I_m = 28\,\text{mA}$.

Valeur efficace.

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$
$$I = \frac{28\,\text{mA}}{\sqrt{2}}$$
$$I \approx 20\,\text{mA}$$

Conclusion. L'intensité a pour amplitude $28\,\text{mA}$ et pour valeur efficace environ $20\,\text{mA}$.

2.

Calculer la fréquence N et la période T du courant.

INDICE

Début : repère la pulsation ω devant t. **Ensuite :** relie-la à la fréquence.

CORRIGÉ

Pulsation. $\omega = 1\,250\pi\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$.

Fréquence.

$$N = \frac{\omega}{2\pi}$$
$$N = \frac{1\,250\pi}{2\pi}$$
$$N = 625\,\text{Hz}$$

Période. $T = \dfrac{1}{N} = \dfrac{1}{625} = 1{,}6\times10^{-3}\,\text{s}$.

Conclusion. Le courant a une fréquence de $625\,\text{Hz}$ et une période de $1{,}6\,\text{ms}$.

3.

Calculer i à l'instant $t_1 = 0{,}60\,\text{ms}$, puis interpréter son signe.

INDICE

Point délicat : exprime t_1 en secondes et calcule l'angle en radians.

CORRIGÉ

Angle. $1\,250\pi \times 0{,}60 \times 10^{-3} = 0{,}75\pi\,\text{rad}$.

Intensité.

$$i(t_1) = 28\cos(0{,}75\pi)$$
$$i(t_1) \approx -20\,\text{mA}$$

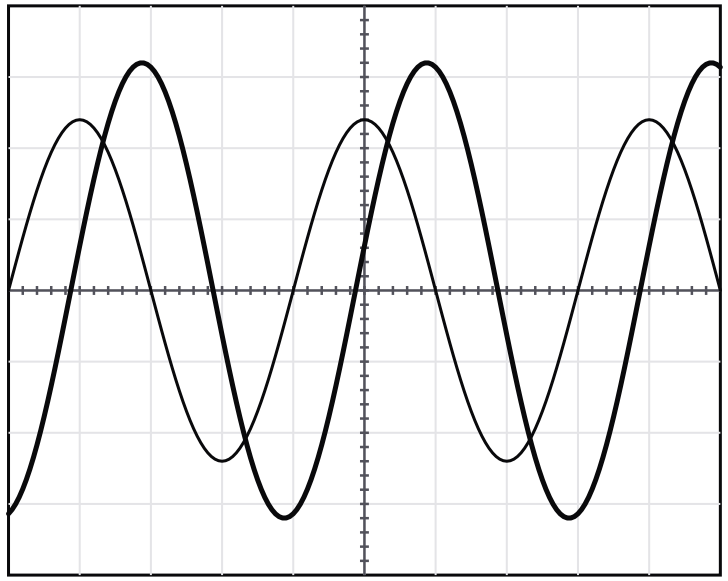
Conclusion. À l'instant t_1, $i \approx -20\,\text{mA}$: le courant circule dans le sens opposé au sens choisi comme positif.

Exercice 2

Amplitudes et impédance lues sur un oscillogramme

Au laboratoire, un GBF alimente un circuit RLC série. Le résistor, de résistance $R = 220\,\Omega$, est branché du côté de la masse. La voie Y_1 de l'oscilloscope affiche la tension $u(t)$ du générateur, la voie Y_2 la tension $u_R(t)$ du résistor.

Sensibilités : $2\,\mathrm{V/div}$ pour la voie Y_1, $0{,}5\,\mathrm{V/div}$ pour la voie Y_2 ; balayage $0{,}5\,\mathrm{ms/div}$.



Voie Y1 : 2 V/div ; voie Y2 : 0,5 V/div ; balayage : 0,5 ms/div

1.

Lire l'amplitude U_m de $u(t)$, l'amplitude U_{Rm} de $u_R(t)$ et la période T. En déduire la fréquence N.

INDICE

Outil : une grandeur lue vaut le nombre de divisions multiplié par la sensibilité de la voie ou du balayage.

CORRIGÉ

Amplitudes. La voie Y_1 culmine à $3{,}2$ divisions : $U_m \approx 3{,}2 \times 2 = 6{,}4\,\mathrm{V}$. La voie Y_2 culmine à $2{,}4$ divisions : $U_{Rm} \approx 2{,}4 \times 0{,}5 = 1{,}2\,\mathrm{V}$.

Période. Une période couvre $4{,}0$ divisions : $T \approx 4{,}0 \times 0{,}5 = 2{,}0\,\mathrm{ms}$.

Fréquence. $N = \dfrac{1}{T} \approx \dfrac{1}{2{,}0 \times 10^{-3}} = 5{,}0 \times 10^{2}\,\mathrm{Hz}$.

Conclusion. Lecture approchée : $U_m \approx 6{,}4\,\mathrm{V}$, $U_{Rm} \approx 1{,}2\,\mathrm{V}$, $T \approx 2{,}0\,\mathrm{ms}$, soit $N \approx 5{,}0 \times 10^{2}\,\mathrm{Hz}$.

2.

Calculer l'amplitude I_m de l'intensité du courant.

INDICE

Outil : la loi d'Ohm aux bornes du résistor.

CORRIGÉ

Loi d'Ohm. $u_R = R\,i$, donc les amplitudes vérifient $U_{Rm} = R\,I_m$.

Application numérique.

$$I_m = \frac{U_{Rm}}{R}$$
$$I_m = \frac{1{,}2\ \text{V}}{220\ \Omega}$$
$$I_m \approx 5{,}5 \times 10^{-3}\ \text{A}$$

Conclusion. L'intensité a pour amplitude environ $5{,}5\ \text{mA}$.

3.

En déduire l'impédance Z du circuit.

INDICE

Outil : la définition de l'impédance par les amplitudes. **Point délicat :** garde la valeur non arrondie de I_m.

CORRIGÉ

Définition. $Z = \dfrac{U_m}{I_m}$, avec $I_m = \dfrac{1{,}2}{220}\ \text{A}$ non arrondie.

Application numérique.

$$Z = \frac{6{,}4 \times 220}{1{,}2}$$
$$Z \approx 1{,}2 \times 10^{3}\ \Omega$$

Conclusion. L'impédance du circuit vaut environ $1{,}2\ \text{k}\Omega$, bien plus que la seule résistance R.

Exercice 3

Déphasage tiré d'un décalage horaire

Sur l'oscillogramme d'un circuit RLC série en régime forcé, les deux tensions observées ont la même période $T = 2{,}5\,\text{ms}$. La tension $u(t)$ du générateur atteint chacun de ses maximums $\tau = 0{,}40\,\text{ms}$ après le maximum voisin de la tension $u_R(t)$ du résistor, image de l'intensité.

1.

Calculer la valeur absolue $|\varphi|$ du déphasage de la tension par rapport à l'intensité.

INDICE

Outil : la relation entre décalage horaire, période et déphasage.

CORRIGÉ

Relation. Pour un décalage τ inférieur à $\dfrac{T}{2}$:

$$|\varphi| = \frac{2\pi\,\tau}{T}$$
$$|\varphi| = \frac{2\pi \times 0{,}40}{2{,}5}$$
$$|\varphi| \approx 1{,}0\,\text{rad}$$

Conclusion. La valeur absolue du déphasage vaut environ $1{,}0\,\text{rad}$.

2.

Donner le signe de φ. Le circuit est-il inductif ou capacitif ?

INDICE

Outil : la grandeur qui atteint son maximum la première est en avance.

CORRIGÉ

Signe. L'intensité culmine avant la tension : la tension est en retard, donc $\varphi \approx -1{,}0\,\text{rad}$.

Nature. Un déphasage négatif correspond à $L\omega < \dfrac{1}{C\omega}$.

Conclusion. φ est négatif, environ $-1{,}0\,\text{rad}$: à cette fréquence, le circuit est capacitif.

Exercice 4

Impédance et déphasage d'un circuit d'essai à fréquence fixée

Un circuit RLC série d'essai comprend un résistor de résistance $R = 68\,\Omega$, une bobine d'inductance $L = 45\,\mathrm{mH}$ et de résistance $r = 12\,\Omega$, et un condensateur de capacité $C = 3{,}3\,\mu\mathrm{F}$. Le GBF délivre une tension sinusoïdale de fréquence $N = 300\,\mathrm{Hz}$.

1.

Calculer la pulsation ω, puis les deux termes $L\omega$ et $\dfrac{1}{C\omega}$.

INDICE

Outil : la relation entre pulsation et fréquence ; chaque terme s'exprime en ohms.

CORRIGÉ

Pulsation. $\omega = 2\pi N = 2\pi \times 300 \approx 1{,}88 \times 10^{3}\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$.

Bobine. $L\omega = 45 \times 10^{-3} \times 1{,}88 \times 10^{3} \approx 85\,\Omega$.

Condensateur.

$$\frac{1}{C\omega} = \frac{1}{3{,}3 \times 10^{-6}\,\omega}$$
$$\frac{1}{C\omega} \approx 1{,}6 \times 10^{2}\,\Omega$$

Conclusion. $\omega \approx 1{,}88 \times 10^{3}\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$, $L\omega \approx 85\,\Omega$ et $\dfrac{1}{C\omega} \approx 1{,}6 \times 10^{2}\,\Omega$.

2.

Calculer l'impédance Z du circuit.

INDICE

Outil : l'expression de l'impédance d'un circuit RLC série. **Point délicat :** la résistance de la bobine compte.

CORRIGÉ

Résistance totale. $R_t = R + r = 68 + 12 = 80\,\Omega$.

Différence des termes. $L\omega - \dfrac{1}{C\omega} \approx -76\,\Omega$, calculée avec les valeurs non arrondies.

Impédance.

$$Z = \sqrt{80^{2} + 76^{2}}$$
$$Z \approx 1{,}1 \times 10^{2}\,\Omega$$

Conclusion. À $300\,\mathrm{Hz}$, l'impédance du circuit vaut environ $1{,}1 \times 10^{2}\,\Omega$.

3.

Calculer $\tan\varphi$, puis le déphasage φ. Le circuit est-il inductif ou capacitif ?

INDICE

Outil : l'expression de $\tan\varphi$ d'un circuit RLC série, avec $-\dfrac{\pi}{2} < \varphi < \dfrac{\pi}{2}$.

CORRIGÉ

Tangente. $\tan\varphi = \dfrac{L\omega - \dfrac{1}{C\omega}}{R_t} \approx \dfrac{-76}{80} \approx -0{,}95.$

Déphasage.

$$\varphi = \arctan(-0{,}95)$$
$$\varphi \approx -0{,}76\,\text{rad}$$

Conclusion. $\varphi < 0$ car $L\omega < \dfrac{1}{C\omega}$: à $300\,\text{Hz}$, le circuit est capacitif.

Exercice 5

Fréquence de résonance d'un circuit d'accord

Le circuit d'accord d'une maquette de récepteur radio est un circuit RLC série. Il comprend une bobine d'inductance $L = 0{,}50\,\mathrm{mH}$ et de résistance $r = 7{,}0\,\Omega$, un condensateur de capacité $C = 1{,}0\,\mathrm{nF}$ et un résistor de résistance $R = 33\,\Omega$.

Un GBF lui applique une tension efficace $U = 1{,}2\,\mathrm{V}$ de fréquence réglable.

1.

Calculer la fréquence N_0 à laquelle l'intensité efficace est maximale.

INDICE

Outil : la condition de résonance d'intensité d'un circuit RLC série.

CORRIGÉ

Résonance. L'intensité est maximale à la fréquence propre du résonateur.

Produit. $LC = 0{,}50 \times 10^{-3} \times 1{,}0 \times 10^{-9} = 5{,}0 \times 10^{-13}\,\mathrm{s}^2$.

Application numérique.

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$
$$N_0 \approx 2{,}3 \times 10^{5}\,\mathrm{Hz}$$

Conclusion. L'intensité efficace est maximale pour $N_0 \approx 2{,}3 \times 10^{2}\,\mathrm{kHz}$, une fréquence du domaine des grandes ondes radio.

2.

Calculer l'intensité efficace I_0 à cette fréquence.

INDICE

Outil : l'impédance d'un circuit RLC série à la résonance. **Point délicat :** n'oublie pas la bobine.

CORRIGÉ

Impédance. À la résonance, $Z = R_t = R + r = 33 + 7{,}0 = 40\,\Omega$.

Intensité.

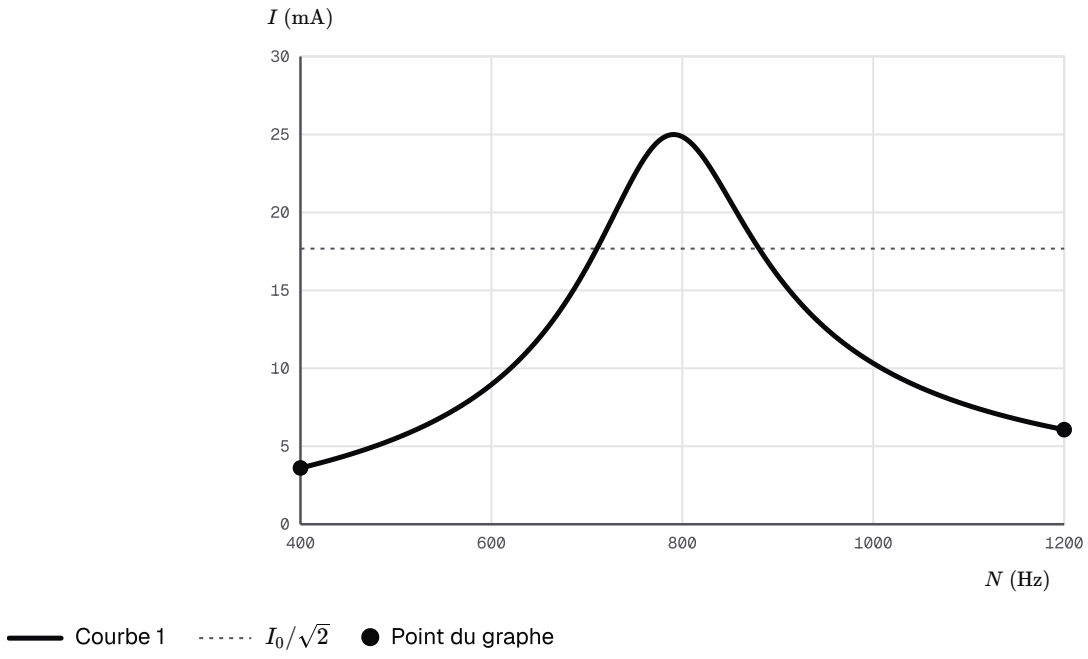
$$I_0 = \frac{U}{R_t}$$
$$I_0 = \frac{1{,}2\,\mathrm{V}}{40\,\Omega}$$
$$I_0 = 3{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{A}$$

Conclusion. À la résonance, l'intensité efficace vaut $30\,\mathrm{mA}$.

Exercice 6

Lecture d'une courbe de résonance

On maintient constante la tension efficace d'un GBF branché sur un circuit RLC série, et l'on relève l'intensité efficace I pour différentes fréquences N. La figure donne la courbe obtenue ; l'horizontale tracée est celle de l'intensité $\dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$.



Intensité efficace en fonction de la fréquence, à tension efficace constante

1.

Lire la fréquence de résonance N_0 et l'intensité efficace I_0 à la résonance.

INDICE

Outil : la résonance correspond au sommet de la courbe.

CORRIGÉ

Sommet. La courbe culmine vers $N_0 \approx 790\,\text{Hz}$, à $I_0 \approx 25\,\text{mA}$.

Conclusion. Lecture approchée : $N_0 \approx 790\,\text{Hz}$ et $I_0 \approx 25\,\text{mA}$.

2.

Calculer $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$, puis lire les fréquences N_1 et N_2 qui limitent la bande passante à $-3\,\mathrm{dB}$. En déduire sa largeur ΔN.

INDICE

Outil : la définition de la bande passante à $-3\,\mathrm{dB}$.

CORRIGÉ

Seuil. $\frac{I_0}{\sqrt{2}} \approx \frac{25}{\sqrt{2}} \approx 18\,\mathrm{mA}$: c'est l'horizontale tracée.

Intersections. Elle coupe la courbe vers $N_1 \approx 710\,\mathrm{Hz}$ et $N_2 \approx 880\,\mathrm{Hz}$.

Largeur.

$$\Delta N = N_2 - N_1$$
$$\Delta N \approx 170\,\mathrm{Hz}$$

Conclusion. La bande passante va d'environ 710 à $880\,\mathrm{Hz}$, soit une largeur $\Delta N \approx 170\,\mathrm{Hz}$.

3.

Calculer le facteur de qualité Q du circuit, puis comparer la largeur de la bande passante à N_0.

INDICE

Outil : la définition du facteur de qualité.

CORRIGÉ

Facteur de qualité.

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N}$$
$$Q \approx \frac{790}{170} \approx 4{,}6$$

Conclusion. $Q \approx 4{,}6$: la bande passante couvre environ le cinquième de N_0, la résonance est donc peu aiguë.

Exercice 7

Surtension et tension de service d'un condensateur

Un circuit RLC série comporte une bobine d'inductance $L = 80\,\text{mH}$, un condensateur de capacité $C = 0{,}10\,\mu\text{F}$ et une résistance totale $R_t = 56\,\Omega$.

Le condensateur porte l'indication « tension de service $25\,\text{V}$ » : c'est la valeur maximale que peut atteindre la tension entre ses armatures, donc l'amplitude permise pour u_C. Le GBF délivre une tension efficace $U = 2{,}5\,\text{V}$, à la fréquence de résonance.

1.

Calculer le facteur de qualité Q du circuit.

INDICE

Outil : l'expression du facteur de qualité en fonction de R_t, L et C.

CORRIGÉ

Facteur de qualité.

$$Q = \frac{1}{R_t}\sqrt{\frac{L}{C}}$$
$$\frac{L}{C} = \frac{80 \times 10^{-3}}{0{,}10 \times 10^{-6}}$$
$$Q \approx 16$$

Conclusion. Le facteur de qualité du circuit vaut environ 16.

2.

Calculer la tension efficace U_C aux bornes du condensateur, puis son amplitude. Le condensateur est-il en danger ?

INDICE

Outil : la surtension à la résonance. **Point délicat :** relis la définition de la tension de service donnée dans l'énoncé.

CORRIGÉ

Surtension. $U_C = Q\,U \approx 16 \times 2{,}5 \approx 40\,\text{V}$, calculée avec Q non arrondi.

Amplitude. $U_C\sqrt{2} \approx 56\,\text{V}$.

Conclusion. L'amplitude de u_C, environ $56\,\text{V}$, dépasse largement la tension de service de $25\,\text{V}$: le condensateur risque d'être détruit.

3.

Quelle tension efficace maximale le GBF peut-il délivrer à la résonance sans danger pour le condensateur ?

INDICE

Début : écris que l'amplitude $Q\,U\sqrt{2}$ ne dépasse pas $25\ \mathrm{V}$.

CORRIGÉ

Condition. $Q\,U\sqrt{2} \leq 25\ \mathrm{V}$, donc

$$U \leq \frac{25}{Q\sqrt{2}}$$
$$U \leq 1{,}1\ \mathrm{V}$$

Conclusion. À la résonance, la tension efficace du GBF ne doit pas dépasser environ $1{,}1\ \mathrm{V}$.

Exercice 8

Puissance moyenne reçue par un dipôle en retard de phase

Un dipôle d'un montage de laboratoire est alimenté sous une tension efficace $U = 9{,}0\,\mathrm{V}$. Il est traversé par une intensité efficace $I = 45\,\mathrm{mA}$, et la tension est en retard de $0{,}52\,\mathrm{rad}$ sur l'intensité.

1.

Donner le déphasage φ de la tension par rapport à l'intensité, puis calculer le facteur de puissance.

INDICE

Outil : la relation entre avance ou retard et signe du déphasage.

CORRIGÉ

Déphasage. La tension est en retard : $\varphi = -0{,}52\,\mathrm{rad}$.

Facteur de puissance. $\cos\varphi = \cos(-0{,}52) \approx 0{,}87$.

Conclusion. Le déphasage vaut $-0{,}52\,\mathrm{rad}$ et le facteur de puissance environ $0{,}87$.

2.

Calculer la puissance moyenne P reçue par le dipôle et sa puissance apparente.

INDICE

Outil : l'expression de la puissance moyenne en régime sinusoïdal.

CORRIGÉ

Puissance moyenne.

$$\begin{aligned} P &= U\,I\cos\varphi \\ P &\approx 9{,}0 \times 0{,}045 \times 0{,}87 \\ P &\approx 0{,}35\,\mathrm{W} \end{aligned}$$

Puissance apparente. $U\,I = 9{,}0 \times 0{,}045 \approx 0{,}41\,\mathrm{VA}$.

Conclusion. Le dipôle reçoit en moyenne environ $0{,}35\,\mathrm{W}$, pour une puissance apparente de $0{,}41\,\mathrm{VA}$.

3.

On admet que toute cette puissance est dissipée par effet Joule dans une résistance R_d. Calculer R_d.

INDICE

Outil : la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance parcourue par une intensité efficace I.

CORRIGÉ

Effet Joule. $P = R_d\, I^2$, donc, avec P non arrondie :

$$R_d = \frac{P}{I^2}$$
$$R_d \approx \frac{0{,}351}{0{,}045^2}$$
$$R_d \approx 1{,}7 \times 10^2\ \Omega$$

Conclusion. La résistance qui dissipe cette puissance vaut environ $1{,}7 \times 10^2\ \Omega$.