BURHAN

Oscillations forcées dans un circuit RLC série

2ème Année Baccalauréat · Sciences Mathématiques · Physique-Chimie

Version en ligne : burhan.ma/2bac/sciences-mathematiques/physique-chimie/oscillations-forcees-circuit-rlc-serie/cours

Chapitre	Semestre
Oscillations forcées dans un circuit RLC série	Semestre 2

Circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé

Un GBF branché sur un circuit RLC série

Un **générateur basses fréquences** (GBF) délivre une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 2{,}0\,\mathrm{V}$. On règle sa fréquence à $N = 400\,\mathrm{Hz}$.

On le branche sur un circuit RLC série : un résistor $R = 40\,\Omega$, une bobine d'inductance $L = 0{,}10\,\mathrm{H}$ et de résistance $r = 10\,\Omega$, un condensateur $C = 1{,}0\,\mu\mathrm{F}$. Ce circuit sert dans tout le chapitre.

Devine : La fréquence imposée au circuit

Rappel : laissé seul, ce circuit oscille librement avec sa période propre $T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \approx 2{,}0\,\mathrm{ms}$. Branché sur le GBF réglé à $400\,\mathrm{Hz}$, à quelle fréquence l'intensité oscille-t-elle, une fois le circuit stabilisé ?

A. À sa fréquence propre, $\dfrac{1}{T_0}$, environ $5{,}0 \times 10^{2}\,\mathrm{Hz}$.

Faux.

C'est la fréquence des oscillations libres ; ici, le GBF agit en permanence sur le circuit.

B. À la fréquence du GBF, $400\,\mathrm{Hz}$.

Juste.

Juste : le générateur impose sa fréquence au circuit.

C. À une fréquence comprise entre les deux.

Faux.

Aucune fréquence intermédiaire n'apparaît sur l'oscillogramme.

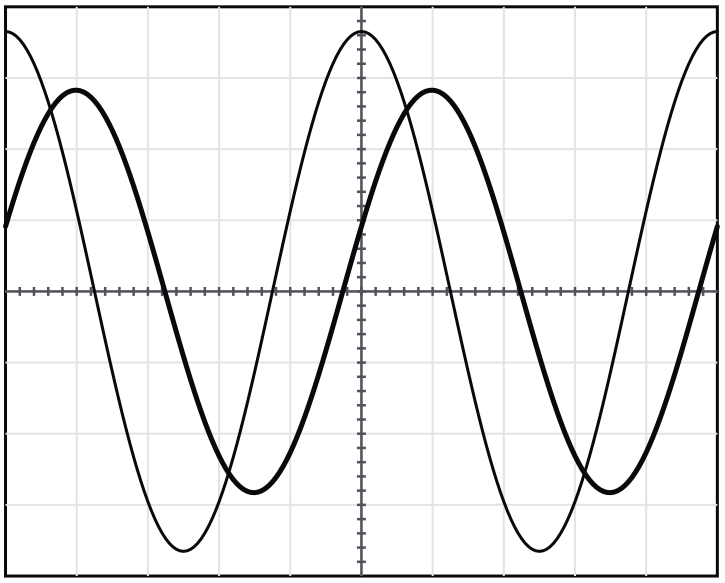
D. Tantôt à l'une, tantôt à l'autre.

Faux.

En régime permanent, la période de l'intensité ne change plus.

Correction

Une fois le circuit stabilisé, l'intensité oscille à $400\,\mathrm{Hz}$, la fréquence du GBF. Le générateur impose sa fréquence ; la fréquence propre du circuit n'a aucun effet sur la fréquence de la réponse : elle agit sur son amplitude et sur son déphasage. L'oscillogramme qui suit le confirme.



Voie Y_1 : 1 V/div Voie Y_2 : 0,2 V/div Balayage : 0,5 ms/div

Oscillogramme à 400 Hz en régime permanent. Voie Y1 : tension u du GBF, 1 V/div. Voie Y2 : tension du résistor, 0,2 V/div. Balayage : 0,5 ms/div.

Régime transitoire, puis régime permanent

Une mesure. Juste après la fermeture du circuit, l'amplitude de u_R varie pendant quelques dizaines de millisecondes. C'est le **régime transitoire**. Ensuite, u_R devient sinusoïdale et garde la même amplitude : c'est le **régime permanent**.

Sur l'écran, une période occupe 5 divisions pour les deux voies. Avec un balayage de $0{,}5\,\text{ms/div}$, $T = 5 \times 0{,}5 = 2{,}5\,\text{ms}$, soit $N = \dfrac{1}{T} = 400\,\text{Hz}$.

Définition : Oscillations forcées : excitateur et résonateur

Un circuit RLC série branché aux bornes d'un **générateur basses fréquences** (GBF) qui délivre une tension sinusoïdale de fréquence N est le siège d'**oscillations forcées**.

Après un **régime transitoire** bref, le circuit atteint un **régime permanent sinusoïdal forcé** : l'intensité du courant est sinusoïdale, de même fréquence N que la tension du générateur.

Le générateur est l'**excitateur** : il impose sa fréquence. Le circuit RLC est le **résonateur** : l'amplitude de sa réponse dépend de l'écart entre N et sa fréquence propre

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Exemple : Excitateur et résonateur du circuit étudié

Ici, l'excitateur est le GBF et le résonateur est le circuit RLC. Sa fréquence propre vaut

$$
\begin{aligned}
N_0 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \\
&= \frac{1}{2\pi\sqrt{0{,}10 \times 1{,}0 \times 10^{-6}}} \\
&\approx 5{,}0 \times 10^{2}\,\text{Hz}
\end{aligned}
$$

Pourtant, en régime permanent, l'intensité oscille à $N = 400\,\text{Hz}$: la fréquence est celle de l'excitateur.

Attention : La fréquence des oscillations forcées est celle du générateur

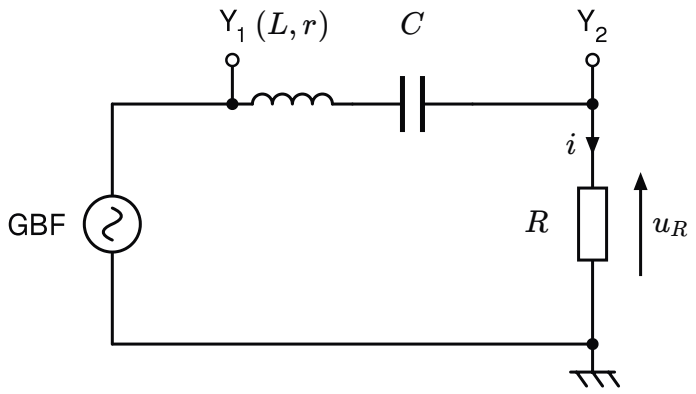
✗ « Branché sur le GBF, le circuit oscille à sa fréquence propre N_0. »

✓ En régime permanent, le circuit oscille à la fréquence N imposée par le GBF, quelle que soit sa fréquence propre N_0. La fréquence propre agit sur l'**amplitude** de la réponse, maximale quand $N = N_0$, et sur le déphasage, nul à la résonance.

Le montage de visualisation

Méthode : Visualiser la tension et l'intensité à l'oscilloscope

1. **Brancher** le GBF aux bornes du circuit RLC série, le résistor de résistance R placé contre la masse du générateur.
2. **Relier** la voie Y_1 à la borne du GBF qui n'est pas à la masse : elle affiche la tension $u(t)$ du générateur.
3. **Relier** la voie Y_2 à la borne commune du résistor et du condensateur : elle affiche $u_R(t) = R\,i(t)$, image de l'intensité.
4. **Attendre** la fin du régime transitoire, puis lire les deux courbes : même période, amplitudes, décalage horaire.
5. **Calculer** l'intensité par $I_m = \dfrac{U_{Rm}}{R}$.



Montage de visualisation : GBF, bobine (L, r), condensateur C, puis résistor R contre la masse. Voie Y1 sur le GBF, voie Y2 sur le résistor.

Vérifie : La place du résistor dans le montage

Pourquoi place-t-on le résistor contre la masse du GBF ?

A. Pour que la voie Y_2 donne la tension du résistor, mesurée par rapport à la masse.

Juste.

Juste : l'oscilloscope mesure chaque voie par rapport à sa masse, reliée à celle du GBF.

B. Pour que le courant traverse le résistor avant la bobine.

Faux.

Dans un circuit série, la même intensité traverse tous les dipôles, quel que soit leur ordre.

C. Pour protéger le GBF d'une intensité trop grande.

Faux.

L'ordre des dipôles ne change ni la résistance totale ni l'intensité.

D. Pour que u_R ait la fréquence du GBF.

Faux.

En régime permanent, toutes les tensions ont déjà la fréquence du GBF.

Correction

L'oscilloscope mesure chaque tension entre une voie et sa masse, reliée à celle du GBF. Placé contre cette masse, le résistor donne sur la voie Y_2 la tension $u_R = R\,i$, image de l'intensité. Une masse branchée ailleurs court-circuiterait une partie du circuit.

L'intensité tirée de la voie Y2

À toi : L'amplitude de l'intensité à 400 Hz

Sur l'oscillogramme, la tension u_R a une amplitude $U_{Rm} = 0{,}73\ \text{V}$. Calcule l'amplitude I_m de l'intensité, en ampères puis en milliampères. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Le résistor suit la loi d'Ohm : $u_R = R\,i$ à chaque instant.
Indice 2
Divise l'amplitude de u_R par $R = 40\,\Omega$.
Indice 3
Point délicat : garde deux chiffres significatifs, comme la mesure et la résistance.

Réponse
D'après la méthode de visualisation,

$$\begin{aligned} I_m &= \frac{U_{Rm}}{R} \\ &= \frac{0{,}73}{40} \\ &\approx 0{,}018\ \mathrm{A} \end{aligned}$$

soit $I_m \approx 18\,\mathrm{mA}$.

La suite du chapitre. Tu vas décrire ces tensions par leurs valeurs efficaces. Tu mesureras puis calculeras l'impédance et le déphasage. En faisant varier N, tu trouveras la **résonance d'intensité**, sa bande passante et la puissance reçue par le circuit.

Grandeurs d'une tension sinusoïdale et valeurs efficaces

Amplitude, période et phase d'une tension

Devine : Ce qu'affiche le voltmètre

Un voltmètre réglé en mode alternatif est branché aux bornes du GBF. Il affiche $2{,}0\ \mathrm{V}$. Sur l'oscilloscope, quelle est la plus grande valeur atteinte par la tension u ?

A. $2{,}0\ \mathrm{V}$, la valeur affichée.
Faux.
En mode alternatif, le voltmètre n'indique pas le maximum de la tension.

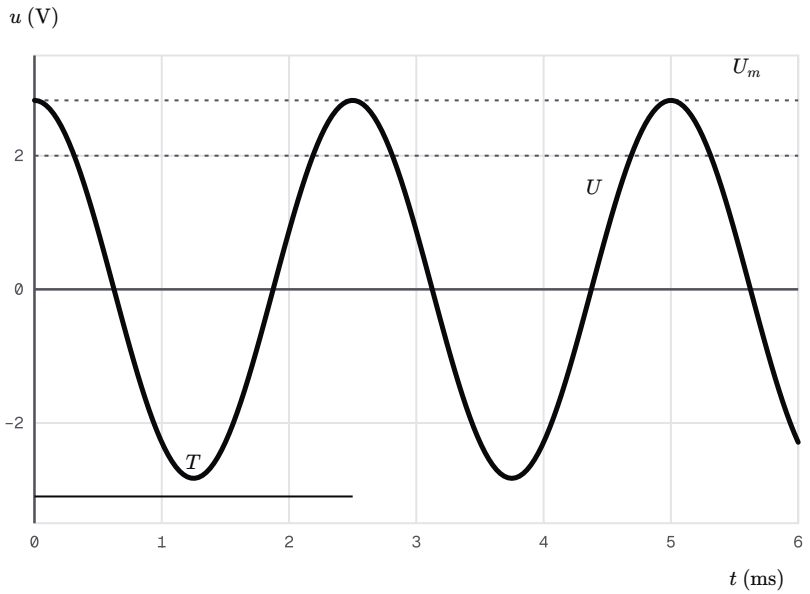
B. $1{,}0\ \mathrm{V}$, la moitié.
Faux.
La tension monte au-dessus de la valeur affichée, pas en dessous.

C. Environ $2{,}8\ \mathrm{V}$.
Juste.
Juste : le maximum dépasse la valeur affichée.

D. $4{,}0\ \mathrm{V}$, le double.
Faux.
Le maximum n'atteint pas le double ; l'écart entre maximum et minimum vaut environ $5{,}7\ \mathrm{V}$.

Correction

> Le voltmètre indique la **valeur efficace** $U = 2{,}0\,\mathrm{V}$. Le maximum de u est son **amplitude**, $U_m = U\sqrt{2} \approx 2{,}8\,\mathrm{V}$. La courbe qui suit montre les deux grandeurs.



Tension u(t) du GBF à 400 Hz : amplitude, valeur efficace et période.

En clair. Une tension sinusoïdale oscille entre $-U_m$ et $+U_m$: U_m est son **amplitude**. Elle reprend la même valeur au bout d'une **période** T. Sa **fréquence** $N = \dfrac{1}{T}$ compte les périodes par seconde.

Pour le GBF, $T = 2{,}5\,\mathrm{ms}$ et $N = 400\,\mathrm{Hz}$. Le cosinus fait un tour complet par période : la pulsation vaut $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$.

Écrire une grandeur sinusoïdale

Définition : Grandeurs d'une intensité sinusoïdale et valeurs efficaces

Une intensité sinusoïdale s'écrit

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i),$$

où I_m est l'**amplitude** (en A), ω la **pulsation** (en $\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$), $\omega t + \varphi_i$ la **phase** et φ_i la phase à l'origine. La période T et la fréquence N vérifient

$$\omega = 2\pi N = \frac{2\pi}{T}.$$

Les **valeurs efficaces** de l'intensité et d'une tension sinusoïdales d'amplitudes I_m et U_m sont

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \qquad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

Un ampèremètre et un voltmètre utilisés en mode alternatif indiquent des valeurs efficaces.

Exemple : L'expression de la tension du GBF

On choisit l'origine des dates à un maximum de u : la phase à l'origine est nulle. Avec $U = 2{,}0\,\mathrm{V}$ et $N = 400\,\mathrm{Hz}$:

$$\begin{aligned} U_m &= U\sqrt{2} = 2{,}0 \times \sqrt{2} \\ &\approx 2{,}8\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega &= 2\pi N = 2\pi \times 400 \\ &\approx 2{,}51 \times 10^{3}\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

D'où $u(t) \approx 2{,}8\cos(2{,}51 \times 10^{3}\,t)$, avec u en volts et t en secondes.

Chiffres significatifs. Dans un calcul, la donnée la moins précise fixe la précision du résultat : celui-ci garde autant de chiffres significatifs qu'elle. Un zéro placé avant le premier chiffre non nul ne compte pas : $0{,}040\,\mathrm{A}$ a deux chiffres significatifs.

On garde en mémoire la valeur de la calculatrice ; à défaut, on écrit un chiffre significatif de plus pour les étapes, et non le résultat arrondi final. Ici, $U = 2{,}0\,\mathrm{V}$ a deux chiffres : on écrit $U_m \approx 2{,}8\,\mathrm{V}$, et non $2{,}828\,\mathrm{V}$.

Vérifie : L'amplitude de la tension du condensateur

À $400\,\mathrm{Hz}$, un voltmètre en mode alternatif branché aux bornes du condensateur indique $U_C = 5{,}14\,\mathrm{V}$. Comment écrire l'amplitude U_{Cm} de cette tension ?

A. $U_{Cm} \approx 7{,}3\,\mathrm{V}$

Faux.

Deux chiffres seulement : la mesure en a trois.

B. $U_{Cm} \approx 7{,}269\,\mathrm{V}$

Faux.

Quatre chiffres : la mesure n'est pas aussi précise.

C. $U_{Cm} \approx 7{,}27\,\mathrm{V}$

Juste.

Juste : trois chiffres, comme la mesure.

D. $U_{Cm} \approx 3{,}63\,\mathrm{V}$

Faux.

Tu as divisé par la racine de deux : l'amplitude dépasse la valeur efficace.

Correction

$U_{Cm} = U_C\sqrt{2} = 5{,}14 \times \sqrt{2} \approx 7{,}27\,\mathrm{V}$. La mesure a trois chiffres significatifs : le résultat aussi. Cette tension dépasse même celle du GBF : la section sur l'impédance explique pourquoi.

Valeurs efficaces et appareils de mesure

Attention : Ne pas confondre amplitude et valeur efficace

✗ « Le voltmètre indique $2{,}0\,\mathrm{V}$: la tension ne dépasse jamais $2{,}0\,\mathrm{V}$. »

✓ Un voltmètre en mode alternatif indique la valeur efficace U, un oscillogramme montre l'amplitude $U_m = U\sqrt{2}$. Pour une tension d'amplitude $U_m = 8{,}5\,\mathrm{V}$, le voltmètre affiche $U = \dfrac{8{,}5}{\sqrt{2}} \approx 6{,}0\,\mathrm{V}$. Les relations $Z = \dfrac{U}{I}$ et $P = U\,I\cos\varphi$ emploient des grandeurs de même nature.

Une mesure. En mode continu, un voltmètre branché sur le GBF indique $0\,\mathrm{V}$: la valeur moyenne d'une tension sinusoïdale est nulle. En mode alternatif, il indique la valeur efficace. L'ampèremètre se règle de la même façon.

L'oscilloscope montre la tension à chaque instant : on y lit les amplitudes. Pour passer d'une amplitude à une valeur efficace, on divise par $\sqrt{2}$.

À toi : L'expression de l'intensité à 400 Hz

À $N = 400\,\mathrm{Hz}$, l'ampèremètre du circuit indique $I = 12{,}9\,\mathrm{mA}$. On prend l'origine des dates à un maximum de i. Écris $i(t)$, avec i en milliampères et t en secondes. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Commence par l'amplitude : l'ampèremètre indique une valeur efficace.
Indice 2
Calcule ensuite la pulsation à partir de la fréquence.
Indice 3
Point délicat : l'origine des dates à un maximum donne une phase à l'origine nulle.

Réponse
L'amplitude vaut

$$\begin{aligned} I_m &= I\sqrt{2} \\ &\approx 18{,}2\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

et la pulsation

$$\begin{aligned} \omega &= 2\pi \times 400 \\ &\approx 2{,}51 \times 10^{3}\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}} \end{aligned}$$

D'où $i(t) \approx 18{,}2\cos(2{,}51 \times 10^{3}\,t)$.

Mesurer l'impédance et le déphasage sur un oscillogramme

Le quotient des valeurs efficaces

Devine : L'effet d'une tension doublée

Le GBF reste réglé à $400\,\mathrm{Hz}$. On double sa tension efficace, de $2{,}0\,\mathrm{V}$ à $4{,}0\,\mathrm{V}$. Que devient l'intensité efficace, égale à $12{,}9\,\mathrm{mA}$?

A. Elle reste égale à $12{,}9\,\mathrm{mA}$.

Faux.

Le circuit n'a pas changé, mais la tension qui l'alimente a doublé.

B. Elle est multipliée par quatre.

Faux.

Ce serait le cas d'une grandeur liée au carré de la tension, comme une puissance.

C. Elle double, à $25{,}8\,\mathrm{mA}$ environ.

Juste.

Juste : à fréquence fixée, l'intensité est proportionnelle à la tension.

D. Elle augmente, mais moins que le double.

Faux.

Les mesures montrent une proportionnalité, sans écart notable.

Correction

À fréquence fixée, l'intensité efficace est proportionnelle à la tension efficace. Doubler U double I : l'ampèremètre indique $25{,}8\,\mathrm{mA}$.

Une mesure. On relève $I = 12{,}9\,\mathrm{mA}$ pour $U = 2{,}0\,\mathrm{V}$, puis $I = 25{,}8\,\mathrm{mA}$ pour $U = 4{,}0\,\mathrm{V}$. Le quotient $\dfrac{U}{I}$ garde la même valeur : il ne dépend que du dipôle et de la fréquence.

Définition : Impédance d'un dipôle en régime sinusoïdal

En régime sinusoïdal forcé, l'**impédance** Z d'un dipôle est le quotient de la valeur efficace U de la tension à ses bornes par la valeur efficace I de l'intensité qui le traverse :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m}.$$

Elle s'exprime en ohms (Ω).

Exemple : L'impédance du circuit à 400 Hz

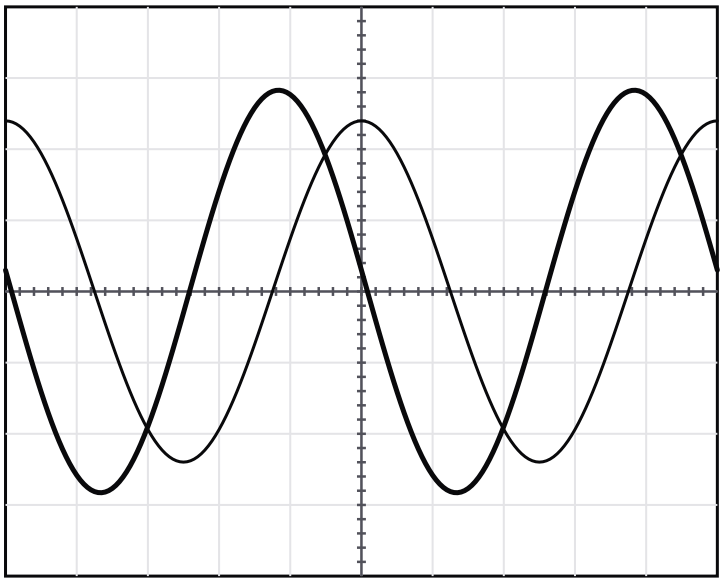
Avec la première mesure :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{2{,}0}{12{,}9 \times 10^{-3}}$$
$$\approx 1{,}6 \times 10^{2}\,\Omega$$

La seconde mesure donne la même valeur. À $400\,\mathrm{Hz}$, le circuit freine le courant bien plus que sa résistance totale, $R + r = 50\,\Omega$.

Le décalage horaire entre la tension et l'intensité

En clair. Sur l'oscilloscope, u_R est l'image de l'intensité. On prend l'intensité comme référence : ses maximums fixent l'origine des phases. La tension u du GBF atteint les siens un peu avant ou un peu après : on mesure ce décalage.



Voie Y_1 : 1 V/div Voie Y_2 : 0,1 V/div Balayage : 0,2 ms/div

Oscillogramme à 1,0 kHz. Voie Y1 : tension u du GBF, 1 V/div. Voie Y2 : tension du résistor, 0,1 V/div. Balayage : 0,2 ms/div.

Définition : Déphasage de la tension par rapport à l'intensité

On prend l'intensité comme origine des phases :

$$i(t) = I_m \cos(\omega t),$$

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi).$$

L'angle φ, en radians, est le **déphasage** de la tension u par rapport à l'intensité i. Si $\varphi > 0$, la tension est **en avance** sur l'intensité ; si $\varphi < 0$, elle est **en retard** ; si $\varphi = 0$, elles sont **en phase**.

Sur un oscillogramme de période T, si τ est le décalage horaire entre deux maximums voisins des deux courbes, alors

$$|\varphi| = \frac{2\pi\,\tau}{T}.$$

Ce que l'on mesure sur l'écran

Méthode : Lire une amplitude, une période et un déphasage sur un oscillogramme

1. **Compter** les divisions et multiplier par la sensibilité : verticale pour une amplitude (en $\mathrm{V/div}$), horizontale pour une durée (en $\mathrm{ms/div}$).
2. **Mesurer** la période T sur plusieurs périodes pour gagner en précision.
3. **Mesurer** le décalage horaire τ entre deux maximums voisins des deux courbes.
4. **Calculer** $|\varphi| = \dfrac{2\pi\,\tau}{T}$.
5. **Conclure sur le signe** : la courbe qui atteint son maximum la première est en avance ; si c'est la tension, $\varphi > 0$.

Exemple : Le déphasage lu sur l'oscillogramme à 1,0 kHz

Deux périodes occupent les 10 divisions : $T = 5 \times 0{,}2 = 1{,}0\,\mathrm{ms}$. Le maximum de u précède celui de u_R d'environ $1{,}2$ division, soit $\tau \approx 0{,}24\,\mathrm{ms}$ (lecture). Alors

$$\begin{aligned} |\varphi| &= \frac{2\pi\,\tau}{T} \\ &\approx \frac{2\pi \times 0{,}24}{1{,}0} \\ &\approx 1{,}5\,\mathrm{rad} \end{aligned}$$

La tension atteint son maximum la première : elle est en avance, $\varphi \approx +1{,}5\,\mathrm{rad}$.

Vérifie : L'impédance lue sur l'écran à 1,0 kHz

Sur cet oscillogramme, $U_m \approx 2{,}8\,\mathrm{V}$ et $U_{Rm} \approx 0{,}24\,\mathrm{V}$, avec $R = 40\,\Omega$. Quelle est l'impédance du circuit à $1{,}0\,\mathrm{kHz}$?

A. $Z \approx 50\,\Omega$

Faux.
C'est la résistance totale ; à cette fréquence, la bobine freine bien plus le courant.

B. $Z \approx 4{,}7 \times 10^{2}\,\Omega$

Juste.
Juste : quotient de l'amplitude de la tension par celle de l'intensité.

C. $Z \approx 12$

Faux.
Le quotient des deux tensions est sans unité : il faut d'abord l'intensité.

D. $Z \approx 0{,}47\,\Omega$

Faux.
Erreur de conversion : l'intensité s'exprime en ampères dans le quotient.

Correction

L'amplitude de l'intensité vaut $I_m = \dfrac{U_{Rm}}{R} = \dfrac{0{,}24}{40} = 6{,}0 \times 10^{-3}\,\text{A}$. Alors

$$\begin{aligned} Z &= \frac{U_m}{I_m} = \frac{2{,}8}{6{,}0 \times 10^{-3}} \\ &\approx 4{,}7 \times 10^{2}\,\Omega \end{aligned}$$

Le signe du déphasage, à 400 Hz

Attention : Le signe du déphasage dépend de la grandeur de référence

✗ « Le décalage horaire τ est positif : le déphasage φ l'est aussi. »

✓ Le déphasage φ du chapitre est celui de la tension **par rapport à l'intensité**. La formule $|\varphi| = \dfrac{2\pi\,\tau}{T}$ ne donne que sa valeur absolue : le signe se lit sur l'oscillogramme, en repérant la grandeur qui atteint son maximum la première.

À toi : Avance ou retard de la tension à 400 Hz

À $N = 400\,\text{Hz}$, on mesure au curseur de l'oscilloscope un décalage horaire $\tau = 0{,}49\,\text{ms}$; la courbe u_R atteint son maximum la première. Calcule φ et dis si la tension est en avance ou en retard sur l'intensité. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Calcule d'abord la période à partir de la fréquence.

Indice 2

Applique la relation entre le décalage horaire, la période et la valeur absolue du déphasage.

Indice 3

Point délicat : le signe se lit sur la courbe qui atteint son maximum la première.

Réponse

La période vaut $T = \dfrac{1}{N} = 2{,}5\,\text{ms}$. Alors

$$\begin{aligned} |\varphi| &= \frac{2\pi\,\tau}{T} \\ &= \frac{2\pi \times 0{,}49}{2{,}5} \\ &\approx 1{,}2\,\text{rad} \end{aligned}$$

L'intensité est en avance : la tension est **en retard**, $\varphi \approx -1{,}2\,\text{rad}$.

Expressions de l'impédance et du déphasage d'un circuit RLC série

Des valeurs efficaces qui ne s'ajoutent pas

Devine : La somme des tensions efficaces

À $N = 1{,}0\,\text{kHz}$, un voltmètre mesure la tension efficace aux bornes de chaque dipôle. Le GBF délivre $U = 2{,}0\,\text{V}$. La somme $U_R + U_b + U_C$ des trois valeurs mesurées vaut-elle $2{,}0\,\text{V}$?

A. Oui, d'après la loi d'additivité des tensions.

Faux.
Cette loi porte sur les tensions à chaque instant, pas sur leurs valeurs efficaces.

B. Non : elle dépasse nettement $2{,}0\,\text{V}$.

Juste.
Juste : les trois tensions n'atteignent pas leur maximum au même instant.

C. Non : elle est un peu plus petite que $2{,}0\,\text{V}$.

Faux.
La mesure donne bien plus que la tension du GBF.

Correction
Les relevés donnent $U_R \approx 0{,}17\,\text{V}$, $U_b \approx 2{,}7\,\text{V}$ et $U_C \approx 0{,}67\,\text{V}$: leur somme vaut environ $3{,}5\,\text{V}$. Les trois tensions sont décalées dans le temps. Leurs valeurs efficaces ne s'ajoutent donc pas.

Rappel : en convention récepteur, à chaque instant, $u_R = R\,i$, $u_b = r\,i + L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ et $u_C = \dfrac{q}{C}$, avec $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$. La loi d'additivité des tensions donne $u = u_R + u_b + u_C$.

Une valeur efficace ne garde pas la trace du décalage dans le temps. Pour obtenir Z, on passe donc par les expressions de u et de i.

Établir l'impédance par substitution

Pourquoi est-ce vrai ? La démonstration part de l'équation du circuit. On propose $i(t) = I_m\cos(\omega t)$, on calcule la charge et la dérivée de i, puis on substitue. On écrit enfin l'égalité obtenue en deux instants bien choisis. Ouvre la démonstration sous l'énoncé et suis ses cinq étapes.

Propriété : Impédance et déphasage d'un circuit RLC série

Un circuit RLC série comporte un résistor de résistance R, une bobine d'inductance L et de résistance r, et un condensateur de capacité C ; sa résistance totale est $R_t = R + r$. Il est alimenté par la tension $u(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi)$. En régime permanent, l'intensité est $i(t) = I_m\cos(\omega t)$, avec

$$\begin{aligned} Z &= \frac{U_m}{I_m} \\ &= \sqrt{R_t^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \end{aligned}$$

et

$$\cos\varphi = \frac{R_t}{Z},$$

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \dfrac{1}{C\omega}}{R_t}.$$

Le déphasage vérifie $-\dfrac{\pi}{2} < \varphi < \dfrac{\pi}{2}$. Si $L\omega > \dfrac{1}{C\omega}$, alors $\varphi > 0$: le circuit est **inductif**. Si $L\omega < \dfrac{1}{C\omega}$, alors $\varphi < 0$: le circuit est **capacitif**.

Démonstration

Étape 1. Orientons le circuit dans le sens de i et prenons les tensions en convention récepteur. D'après la loi d'additivité des tensions, avec $u_b = r\,i + L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ et $u_C = \dfrac{q}{C}$:

$$u = R_t\,i + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{q}{C},$$

où q est la charge de l'armature vers laquelle le courant est orienté, avec $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$.

Étape 2. Vérifions la forme proposée $i(t) = I_m\cos(\omega t)$. En régime permanent, la charge est sinusoïdale de valeur moyenne nulle :

$$q(t) = \frac{I_m}{\omega}\sin(\omega t).$$

D'après la dérivée d'une fonction composée, $\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = I_m\cos(\omega t) = i$, et

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = -I_m\,\omega\sin(\omega t).$$

Étape 3. En reportant dans la relation de l'étape 1 :

$$\begin{aligned} u &= R_t I_m\cos(\omega t) \\ &\quad - \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) I_m\sin(\omega t). \end{aligned}$$

Étape 4. D'après la formule d'addition :

$$\begin{aligned} u &= U_m\cos\varphi\cos(\omega t) \\ &\quad - U_m\sin\varphi\sin(\omega t). \end{aligned}$$

Les deux expressions de u sont égales pour tout t : en $t = 0$ puis en $t = \dfrac{T}{4}$, on obtient

$$U_m\cos\varphi = R_t I_m,$$

$$U_m\sin\varphi = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) I_m.$$

Étape 5. En élevant au carré et en ajoutant, puisque $\cos^2\varphi + \sin^2\varphi = 1$:

$$\begin{aligned} U_m^2 &= I_m^2\,R_t^2 \\ &\quad + I_m^2\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2, \end{aligned}$$

d'où l'expression de $Z = \dfrac{U_m}{I_m}$. La première égalité de l'étape 4 donne $\cos\varphi = \dfrac{R_t}{Z} > 0$, donc $-\dfrac{\pi}{2} < \varphi < \dfrac{\pi}{2}$; le quotient des deux égalités donne $\tan\varphi$. Enfin $\sin\varphi$ a le signe de $L\omega - \dfrac{1}{C\omega}$, d'où les cas inductif et capacitif.

Réciproquement, avec ces valeurs de U_m et de φ, les deux expressions de u sont égales à tout instant : l'intensité proposée vérifie la relation de l'étape 1.

À retenir : Deux égalités tirées de la substitution

Tout repose sur deux égalités, obtenues en $t = 0$ puis en $t = \dfrac{T}{4}$:

$$U_m \cos\varphi = R_t I_m,$$

$$U_m \sin\varphi = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) I_m.$$

La somme de leurs carrés donne Z ; leur quotient donne $\tan\varphi$.

Vérifie : Le choix des deux instants

Dans la démonstration, pourquoi écrit-on l'égalité des deux expressions de u en $t = 0$, puis en $t = \dfrac{T}{4}$?

A. Parce que l'intensité est nulle à ces deux instants.

Faux.

En $t = 0$, $i = I_m$: l'intensité est maximale.

B. Parce que le régime transitoire est alors terminé.

Faux.

Toute l'étude se fait en régime permanent ; ces instants ne sont pas choisis pour cela.

C. Parce qu'une période ne contient que ces deux instants.

Faux.

Une période contient une infinité d'instants ; deux suffisent ici.

D. Parce que chaque instant annule l'un des deux termes.

Juste.

Juste : en $t = 0$ les sinus s'annulent, en un quart de période les cosinus.

Correction

En $t = 0$, $\sin(\omega t) = 0$: il reste $U_m \cos\varphi = R_t I_m$. En $t = \dfrac{T}{4}$, $\omega t = \dfrac{\pi}{2}$ et $\cos(\omega t) = 0$: il reste la seconde égalité. C'est l'étape 4 de la démonstration.

Exemple : Impédance et déphasage à 1,0 kHz

Ici $R_t = 40 + 10 = 50\,\Omega$ et $\omega = 2\pi \times 1{,}0 \times 10^3 \approx 6{,}3 \times 10^3\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$. On garde un chiffre de plus pour les étapes : $L\omega \approx 628\,\Omega$ et $\dfrac{1}{C\omega} \approx 159\,\Omega$.

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{50^2 + (628 - 159)^2} \\ &\approx 4{,}7 \times 10^2\,\Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan\varphi &= \frac{628 - 159}{50} \\ &\approx 9{,}4 \end{aligned}$$

D'où $\varphi \approx 1{,}5\,\text{rad}$: le circuit est inductif. On retrouve la lecture de l'oscillogramme à $1{,}0\,\text{kHz}$.

Du circuit aux valeurs de Z et de φ

Méthode : Calculer l'impédance et le déphasage d'un circuit RLC série

1. **Calculer** la pulsation $\omega = 2\pi N$ et la résistance totale $R_t = R + r$.
2. **Calculer** séparément $L\omega$ et $\dfrac{1}{C\omega}$, en ohms.
3. **Calculer** $Z = \sqrt{R_t^2 + \left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)^2}$, puis $I = \dfrac{U}{Z}$.
4. **Calculer** $\tan\varphi$ ou $\cos\varphi = \dfrac{R_t}{Z}$, puis φ en radians.
5. **Conclure** : circuit inductif si $L\omega > \dfrac{1}{C\omega}$, capacitif sinon.

Vérifie : Inductif ou capacitif à 400 Hz

À $N = 400\,\text{Hz}$, $L\omega \approx 251\,\Omega$ et $\dfrac{1}{C\omega} \approx 398\,\Omega$. Comment se comporte le circuit ?

A. Il est capacitif : la tension est en retard sur l'intensité.

Juste.

Juste : $L\omega < \dfrac{1}{C\omega}$, donc $\varphi < 0$.

B. Il est inductif : la tension est en avance sur l'intensité.

Faux.

Il faudrait $L\omega > \dfrac{1}{C\omega}$; c'est l'inverse ici.

C. Il se comporte comme une résistance : $\varphi = 0$.

Faux.

Ce serait le cas si $L\omega$ et $\dfrac{1}{C\omega}$ étaient égales.

D. On ne peut pas conclure sans connaître R_t.

Faux.

Le signe de φ est celui de $L\omega - \dfrac{1}{C\omega}$, quelle que soit R_t.

Correction

$L\omega - \dfrac{1}{C\omega} \approx -147\,\Omega < 0$, donc $\varphi < 0$: le circuit est capacitif. L'oscillogramme de la première section le montrait : u_R, image de i, atteignait ses maximums avant u.

À toi : Le circuit étudié à 400 Hz

À $N = 400\,\text{Hz}$, calcule l'impédance du circuit, l'intensité efficace et le déphasage φ. Compare avec les mesures des sections précédentes. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Calcule ω, puis $L\omega$ et $\dfrac{1}{C\omega}$ séparément, en ohms.

Indice 2

Utilise l'expression de Z, puis $I = \dfrac{U}{Z}$ et $\tan\varphi$.

Indice 3

Point délicat : R_t compte aussi la résistance de la bobine, $r = 10\,\Omega$.

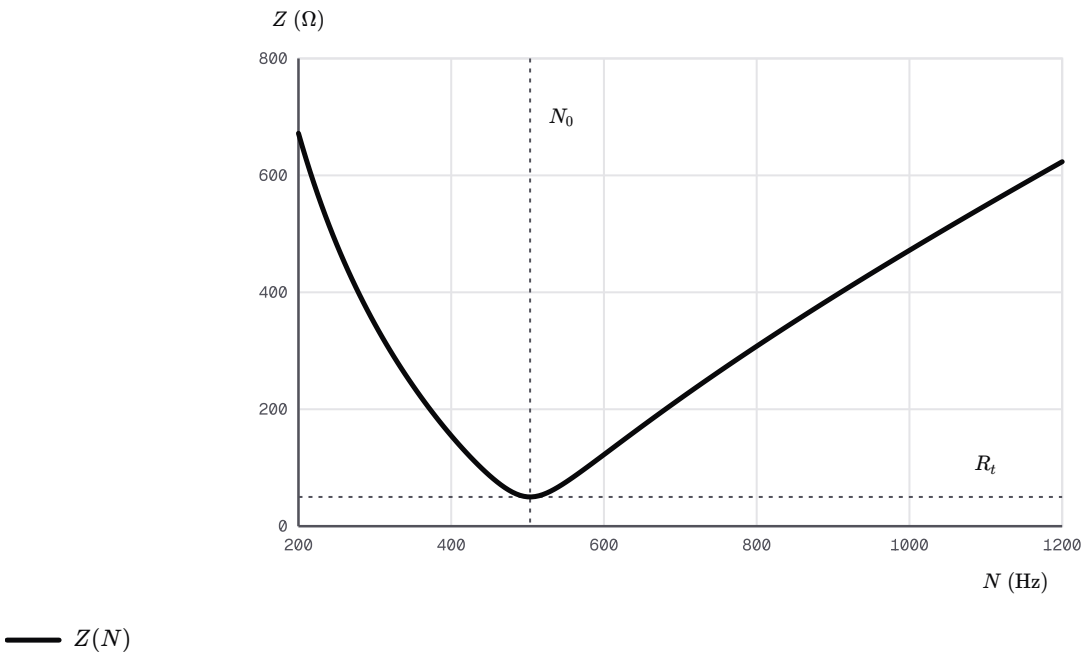
Réponse

$L\omega \approx 251\,\Omega$ et $\dfrac{1}{C\omega} \approx 398\,\Omega$, avec $R_t = 50\,\Omega$:

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{50^2 + 147^2} \\ &\approx 1{,}5 \times 10^2\,\Omega \end{aligned}$$

Alors $I = \dfrac{U}{Z} \approx 13\,\text{mA}$ et $\tan\varphi \approx \dfrac{-147}{50} \approx -2{,}9$, d'où $\varphi \approx -1{,}2\,\text{rad}$. On retrouve l'intensité mesurée et le retard de la tension.

L'impédance en fonction de la fréquence



Impédance Z du circuit en fonction de la fréquence N, de 200 Hz à 1 200 Hz.

Lecture de la courbe. Aux basses fréquences, $\frac{1}{C\omega}$ l'emporte : le condensateur freine le courant. Aux hautes fréquences, c'est $L\omega$: la bobine le freine. Entre les deux, Z passe par un minimum, égal à $R_t = 50\,\Omega$, quand $L\omega = \frac{1}{C\omega}$. La section suivante exploite ce minimum.

Résonance d'intensité

Faire varier la fréquence à tension constante

Une expérience. On garde le circuit et on règle le GBF à $U = 2{,}0\,\text{V}$. On fait varier la fréquence de $300\,\text{Hz}$ à $700\,\text{Hz}$. À chaque réglage, on lit l'intensité efficace I sur un ampèremètre en mode alternatif.

Devine : L'intensité quand la fréquence augmente

Avant la mesure, prévois : comment varie I quand N passe de $300\,\text{Hz}$ à $700\,\text{Hz}$?

A. Elle augmente sans cesse.

Faux.

Aux hautes fréquences, la bobine freine de plus en plus le courant.

B. Elle diminue sans cesse.

Faux.

Aux basses fréquences, c'est le condensateur qui freine le plus le courant.

C. Elle reste la même, car U ne change pas.

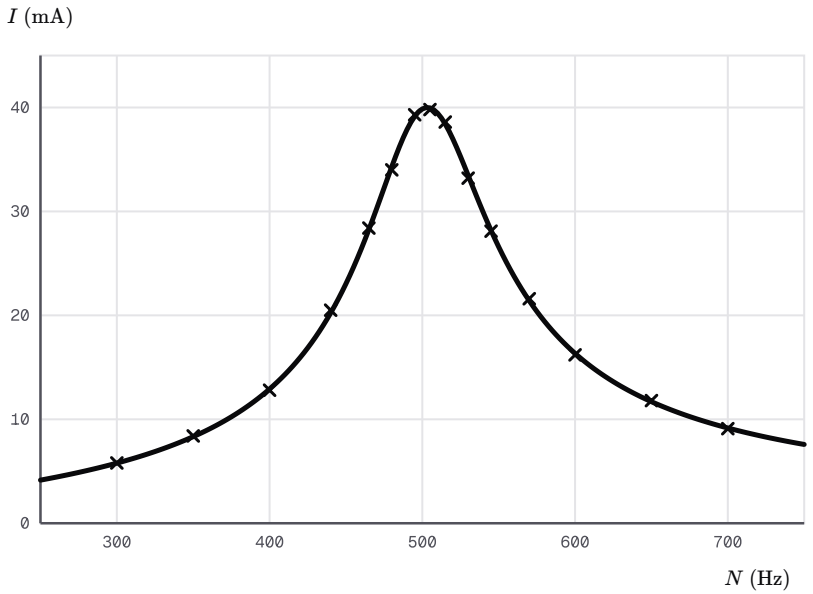
Faux.

$I = \frac{U}{Z}$ et Z dépend de la fréquence.

D. Elle augmente, passe par un maximum, puis diminue.

Juste.
Juste : l'intensité est la plus grande là où l'impédance est la plus petite.

Correction
$I = \dfrac{U}{Z}$ avec U constante : I est grande quand Z est petite. La courbe de l'impédance passe par un minimum entre $300\,\mathrm{Hz}$ et $700\,\mathrm{Hz}$: l'intensité passe donc par un maximum. Les mesures le confirment.



Intensité efficace mesurée (croix) et intensité calculée (courbe) en fonction de la fréquence N, pour U = 2,0 V.

Lecture des mesures. L'intensité est la plus grande vers $505\,\mathrm{Hz}$, où l'ampèremètre indique $39{,}8\,\mathrm{mA}$. Loin de cette fréquence, elle est bien plus faible : $5{,}8\,\mathrm{mA}$ à $300\,\mathrm{Hz}$. Les mesures suivent la courbe calculée par $I = \dfrac{U}{Z}$.

La fréquence de la résonance

Pourquoi est-ce vrai ? La démonstration n'utilise que l'expression de l'impédance. Puisque U est constante, I est maximale quand Z est minimale. Il suffit de comparer Z^2 à R_t^2, puis de résoudre $L\omega = \dfrac{1}{C\omega}$.

Propriété : Résonance d'intensité d'un circuit RLC série

La tension efficace U du générateur est maintenue constante et l'on fait varier sa fréquence N. L'intensité efficace

$$I = \frac{U}{Z}$$

est maximale pour la fréquence

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}},$$

égale à la fréquence propre du résonateur : c'est la **résonance d'intensité**. À la résonance :

$$Z = R_t, \qquad I_0 = \frac{U}{R_t}, \qquad \varphi = 0.$$

La tension et l'intensité sont alors en phase.

Démonstration

Étape 1. La tension efficace U est constante : $I = \dfrac{U}{Z}$ est maximale lorsque l'impédance Z est minimale.

Étape 2. D'après l'expression de l'impédance d'un circuit RLC série,

$$Z^2 = R_t^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 \geq R_t^2,$$

avec égalité si et seulement si $L\omega = \dfrac{1}{C\omega}$.

Étape 3. Pour $\omega > 0$, cette condition s'écrit $\omega^2 = \dfrac{1}{LC}$, soit $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ et, avec $\omega_0 = 2\pi N_0$, $N_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

Étape 4. À cette fréquence, $Z = R_t$ et $I_0 = \dfrac{U}{R_t}$. De plus, $\tan\varphi = 0$ avec $-\dfrac{\pi}{2} < \varphi < \dfrac{\pi}{2}$, donc $\varphi = 0$.

À retenir : Le minimum de l'impédance à la résonance

Un carré est positif ou nul : $Z^2 \geq R_t^2$, avec égalité si et seulement si $L\omega = \dfrac{1}{C\omega}$. Le minimum de Z est donc R_t, atteint pour $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$: c'est l'étape 2 de la démonstration.

Vérifie : Le déphasage à la résonance

À la résonance, pourquoi la tension et l'intensité sont-elles en phase ?

A. Parce que $\tan\varphi = 0$, avec φ compris entre $-\dfrac{\pi}{2}$ et $\dfrac{\pi}{2}$.

Juste.
Juste : seule la valeur $\varphi = 0$ convient.

B. Parce que l'intensité y est maximale.

Faux.
Le maximum de I et $\varphi = 0$ viennent de la même égalité, $L\omega = \dfrac{1}{C\omega}$; l'un ne démontre pas l'autre.

C. Parce que la tension et l'intensité ont la même fréquence.

Faux.

C'est vrai à toute fréquence en régime permanent, avec ou sans déphasage.

D. Parce que l'impédance y est nulle.

Faux.

À la résonance, $Z = R_t$, pas zéro.

Correction

À la résonance, $L\omega_0 = \dfrac{1}{C\omega_0}$, donc $\tan\varphi = 0$. L'angle est compris entre $-\dfrac{\pi}{2}$ et $\dfrac{\pi}{2}$: seule la valeur $\varphi = 0$ convient. C'est l'étape 4 de la démonstration.

Exemple : La résonance du circuit étudié

La résonance se produit à la fréquence propre calculée dans la première section, $N_0 \approx 5{,}0 \times 10^2\,\text{Hz}$. La calculatrice affiche $503{,}29\,\text{Hz}$: on garde cette valeur pour les calculs suivants. L'intensité y vaut

$$I_0 = \frac{U}{R_t} = \frac{2{,}0}{50} = 0{,}040\,\text{A}$$

soit $40\,\text{mA}$. C'est le sommet des mesures, $39{,}8\,\text{mA}$ vers $505\,\text{Hz}$.

L'influence de la résistance sur la résonance

Attention : La résistance de la bobine compte dans la résistance totale

✗ « $I_0 = \dfrac{U}{R} = \dfrac{2{,}0}{40} = 50\,\text{mA}$. »

✓ À la résonance, $I_0 = \dfrac{U}{R + r}$ et non $\dfrac{U}{R}$: la bobine a une résistance r qui s'ajoute à celle du résistor. Ignorer r surestime I_0 et le facteur de qualité.

Devine : Une résistance plus grande dans le circuit

On remplace le résistor de $40\,\Omega$ par un résistor $R' = 140\,\Omega$. Le reste du circuit ne change pas. Que devient la courbe de résonance ?

A. Son sommet se déplace vers les basses fréquences.

Faux.

La fréquence de résonance ne dépend que de L et de C.

B. Son sommet monte et la courbe devient plus étroite.

Faux.

Une résistance plus grande ne peut pas augmenter l'intensité.

C. Son sommet baisse, à la même fréquence, et la courbe s'aplatit.

Juste.

Juste : $I_0 = \dfrac{U}{R_t}$ diminue, N_0 ne change pas.

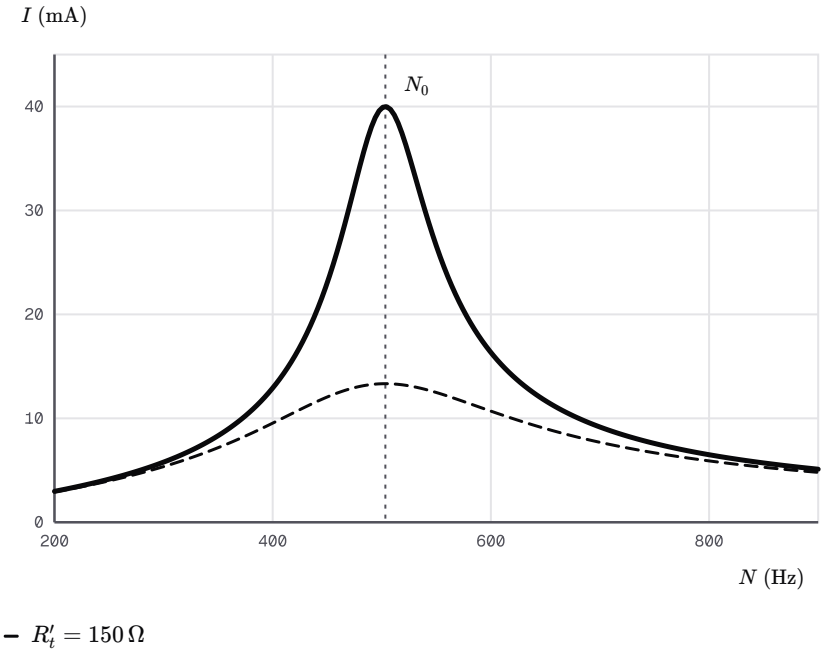
D. Elle ne change pas : seule la fréquence compte.

Faux.

La résistance totale fixe la hauteur du sommet.

Correction

La fréquence de résonance ne dépend que de L et de C : le sommet reste à N_0. L'intensité au sommet, $I_0 = \dfrac{U}{R_t}$, diminue quand R_t augmente. La figure compare les deux courbes.



Courbes de résonance calculées pour une résistance totale de 50 Ω (trait plein) et de 150 Ω (tirets), avec U = 2,0 V.

Résonance aiguë ou floue. Avec $R_t = 50\,\Omega$, l'intensité chute vite dès que N s'écarte de N_0 : la résonance est **aiguë**. Avec $R'_t = 150\,\Omega$, la courbe est plus basse et plus large : la résonance est **floue**. Plus la résistance totale est faible, plus la résonance est aiguë.

Tension et intensité en phase à la résonance

Une mesure. On reprend le montage de visualisation et on règle le GBF de façon que u et u_R atteignent leurs maximums aux mêmes instants. Les deux courbes sont alors en phase : le GBF est à N_0. Cette méthode repère la résonance plus finement que le sommet de la courbe $I(N)$.

À toi : La résonance avec la résistance de 140 ohms

On utilise le résistor $R' = 140\,\Omega$. Calcule la fréquence de résonance et l'intensité efficace à la résonance. Compare avec le circuit de départ. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
La fréquence de résonance ne dépend que de l'inductance et de la capacité.
Indice 2
À la résonance, $Z = R_t$: calcule la nouvelle résistance totale.
Indice 3
Point délicat : $R'_t = R' + r$, la bobine garde sa résistance $r = 10\,\Omega$.

Réponse
N_0 ne change pas : $N_0 \approx 5{,}0 \times 10^{2}\,\text{Hz}$. Avec $R'_t = 140 + 10 = 150\,\Omega$:

$$I'_0 = \frac{U}{R'_t} = \frac{2{,}0}{150} \approx 0{,}013\,\text{A}$$

soit environ $13\,\text{mA}$, trois fois moins que $40\,\text{mA}$.

Bande passante et facteur de qualité

Lire la bande passante sur une courbe de résonance

Devine : La moitié de la puissance

Rappel : un résistor parcouru par une intensité efficace I reçoit la puissance $R\,I^2$. Pour quelle intensité la puissance reçue par les résistances du circuit est-elle la moitié de sa valeur à la résonance ?

A. $\dfrac{I_0}{2}$
Faux.
La puissance suit le carré de l'intensité : diviser I par deux divise la puissance par quatre.

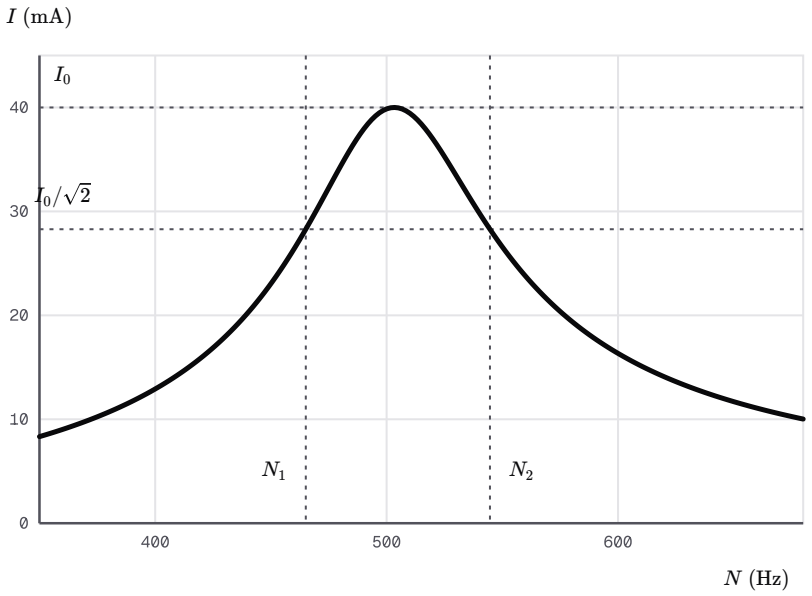
B. $\dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$
Juste.
Juste : le carré de l'intensité est alors divisé par deux.

C. $\dfrac{I_0}{4}$
Faux.
La puissance serait divisée par seize.

D. $I_0\sqrt{2}$
Faux.
Cette intensité dépasse le maximum, atteint à la résonance.

Correction

La puissance est proportionnelle à I^2. Elle est divisée par 2 quand I^2 l'est, soit pour $I = \dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$. On dit alors que l'intensité a baissé de 3 décibels : d'où le nom de **bande passante à** $-3\,\mathrm{dB}$.



Courbe de résonance calculée : horizontale à l'intensité maximale divisée par √2, et les deux fréquences où elle coupe la courbe.

Définition : Bande passante à -3 dB

La **bande passante à** $-3\,\mathrm{dB}$ d'un circuit RLC série est l'intervalle des fréquences $[N_1 ; N_2]$ pour lesquelles l'intensité efficace vérifie

$$I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}},$$

où I_0 est l'intensité efficace à la résonance. Sa **largeur** est

$$\Delta N = N_2 - N_1.$$

Exemple : La bande passante lue sur la courbe calculée

Au sommet, $I_0 = 40\,\mathrm{mA}$. On trace l'horizontale

$$\begin{aligned} \frac{I_0}{\sqrt{2}} &= \frac{40}{\sqrt{2}} \\ &\approx 28\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

Elle coupe la courbe en $N_1 \approx 465\,\text{Hz}$ et $N_2 \approx 545\,\text{Hz}$ (lecture graphique). La bande passante va de $465\,\text{Hz}$ à $545\,\text{Hz}$; sa largeur vaut $\Delta N \approx 80\,\text{Hz}$.

Une expression de la largeur de bande

Propriété : Largeur de la bande passante d'un circuit RLC série

Pour un circuit RLC série de résistance totale R_t et d'inductance L, la largeur de la bande passante à $-3\,\text{dB}$ est

$$\Delta N = \frac{R_t}{2\pi L}.$$

Elle ne dépend pas de la capacité C : à inductance donnée, plus la résistance totale est faible, plus la bande passante est étroite.

Un résultat admis. Cette expression s'établit en résolvant deux équations du second degré en ω : on admet le résultat dans ce chapitre. Il est utile : ΔN se calcule sans tracer la courbe, et il ne dépend pas de C.

Exemple : La largeur calculée pour le circuit étudié

$$\begin{aligned}\Delta N &= \frac{R_t}{2\pi L} \\ &= \frac{50}{2\pi \times 0{,}10} \\ &\approx 80\,\text{Hz}\end{aligned}$$

Le calcul confirme la lecture graphique. La calculatrice affiche $79{,}6\,\text{Hz}$: on garde cette valeur pour la suite.

Le facteur de qualité et l'acuité de la résonance

Définition : Facteur de qualité d'un circuit RLC série

Le **facteur de qualité** d'un circuit RLC série est le quotient de sa fréquence de résonance par la largeur de sa bande passante :

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N}.$$

Il est sans unité. Plus Q est grand, plus la bande passante est étroite devant N_0 : la résonance est **aiguë**. Un facteur de qualité faible donne une résonance **floue**.

Exemple : Le facteur de qualité du circuit étudié

Avec les valeurs non arrondies $N_0 \approx 503{,}29\,\text{Hz}$ et $\Delta N \approx 79{,}6\,\text{Hz}$:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{N_0}{\Delta N} \\ &\approx \frac{503{,}29}{79{,}6} \\ &\approx 6{,}3 \end{aligned}$$

La bande passante est six fois plus étroite que N_0 : la résonance est aiguë.

Vérifie : Une résistance ajoutée en série

On ajoute une résistance en série dans le circuit, sans changer L ni C. Que deviennent N_0, ΔN et Q ?

A. N_0, ΔN et Q augmentent tous les trois.

Faux.

N_0 ne dépend pas de la résistance.

B. N_0 diminue ; ΔN et Q ne changent pas.

Faux.

C'est l'inverse : N_0 reste fixe et ΔN augmente avec R_t.

C. N_0 ne change pas, ΔN augmente, Q diminue.

Juste.

Juste : la résonance devient plus floue.

D. N_0 ne change pas, ΔN diminue, Q augmente.

Faux.

Ce serait l'effet d'une résistance totale plus faible.

Correction

$N_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ ne dépend pas de R_t. $\Delta N = \dfrac{R_t}{2\pi L}$ augmente avec R_t. Donc $Q = \dfrac{N_0}{\Delta N}$ diminue : la résonance devient plus floue.

Enchaîner les étapes sur une courbe

Méthode : Exploiter une courbe de résonance

1. **Lire** l'intensité maximale I_0 et la fréquence de résonance N_0 au sommet de la courbe.
2. **Calculer** $\dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$ et tracer l'horizontale correspondante.
3. **Lire** les fréquences N_1 et N_2 où elle coupe la courbe, puis $\Delta N = N_2 - N_1$.
4. **Calculer** le facteur de qualité $Q = \dfrac{N_0}{\Delta N}$.

5. **En déduire** une grandeur du circuit : L par $\Delta N = \dfrac{R_t}{2\pi L}$, puis C par $N_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

À toi : La bande passante avec la résistance de 140 ohms

Avec le résistor $R' = 140\,\Omega$, calcule la largeur $\Delta N'$ de la bande passante et le facteur de qualité Q'. La résonance est-elle plus aiguë ou plus floue qu'avec $R = 40\,\Omega$? Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Utilise l'expression de la largeur de la bande passante, avec la nouvelle résistance totale.
Indice 2
Divise ensuite la fréquence de résonance, inchangée, par $\Delta N'$.
Indice 3
Point délicat : la résistance totale vaut $R' + r$, pas R'.

Réponse
Ici $R'_t = 150\,\Omega$:

$$\Delta N' = \frac{150}{2\pi \times 0{,}10}$$
$$\approx 2{,}4 \times 10^{2}\ \text{Hz}$$

puis $Q' = \dfrac{N_0}{\Delta N'} \approx 2{,}1$. Le facteur de qualité est trois fois plus petit : la résonance est plus floue.

Surtension aux bornes du condensateur

Une tension plus grande que celle du générateur

Devine : La tension du condensateur à la résonance

Le GBF est réglé à N_0, avec $U = 2{,}0\,\text{V}$. Un voltmètre en mode alternatif est branché aux bornes du condensateur. Que peut-il indiquer ?

A. Moins de $2{,}0\,\text{V}$: le reste se partage entre les autres dipôles.
Faux.
Les tensions des dipôles sont décalées dans le temps : leurs valeurs efficaces ne se partagent pas U.

B. Exactement $2{,}0\,\text{V}$.
Faux.
Aucune loi n'impose cette égalité ; la mesure donne bien plus.

C. $0\,\text{V}$: à la résonance, le condensateur ne compte plus.
Faux.
$L\omega$ et $\dfrac{1}{C\omega}$ se compensent dans Z, mais chacune garde sa valeur.

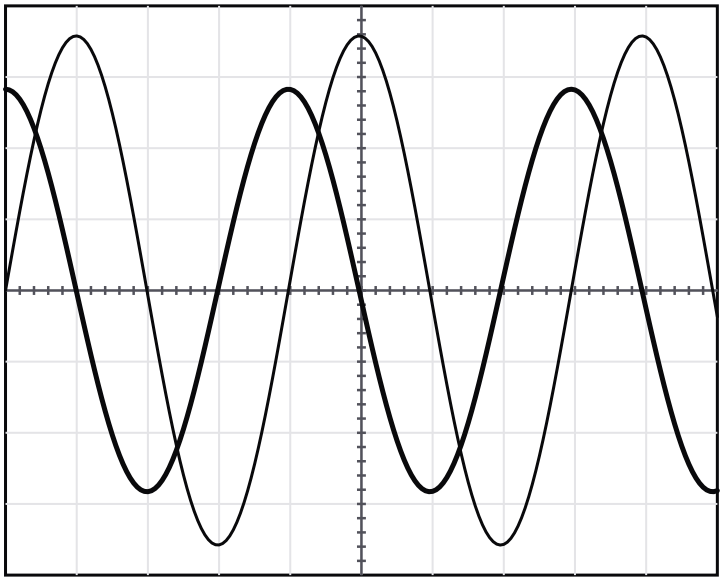
D. Bien plus que $2{,}0\,\mathrm{V}$.

Juste.

Juste : c'est la surtension aux bornes du condensateur.

Correction

Le voltmètre indique environ $13\,\mathrm{V}$, plus de six fois la tension du GBF. Les tensions de la bobine et du condensateur, en opposition, se compensent presque à chaque instant. Chacune peut donc être bien plus grande que u.



Voie Y_1 : 1 V/div Voie Y_2 : 5 V/div Balayage : 0,5 ms/div

Oscillogramme à la résonance, condensateur placé contre la masse. Voie Y1 : tension u du GBF, 1 V/div. Voie Y2 : tension du condensateur, 5 V/div. Balayage : 0,5 ms/div.

Lecture de l'oscillogramme. On a permuté le condensateur et le résistor pour placer le condensateur contre la masse. La voie Y_2 monte à environ $3{,}6$ divisions : $U_{Cm} \approx 3{,}6 \times 5 = 18\,\mathrm{V}$. La valeur efficace vaut $U_C = \dfrac{U_{Cm}}{\sqrt{2}} \approx 13\,\mathrm{V}$, contre $2{,}0\,\mathrm{V}$ pour le GBF.

Le maximum de u_C arrive un quart de période après celui de u : les deux tensions sont en **quadrature**.

Établir la surtension

Pourquoi est-ce vrai ? La démonstration réunit deux résultats. Le premier donne Q à partir de N_0 et de ΔN, admis plus haut. Le second exprime U_C grâce à la charge du condensateur, déjà calculée pour l'impédance. Il reste à se placer à la résonance.

Propriété : Surtension aux bornes du condensateur à la résonance

Le facteur de qualité d'un circuit RLC série s'écrit

$$Q = \frac{1}{R_t}\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

À la résonance d'intensité, la tension efficace aux bornes du condensateur vaut

$$U_C = Q\,U,$$

où U est la tension efficace du générateur. Si $Q > 1$, la tension aux bornes du condensateur dépasse celle du générateur : c'est la **surtension**.

Démonstration

Étape 1. D'après la définition du facteur de qualité et la largeur de la bande passante :

$$\begin{aligned} Q &= \frac{N_0}{\Delta N} \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \times \frac{2\pi L}{R_t} \\ &= \frac{L}{R_t\sqrt{LC}} \\ &= \frac{1}{R_t}\sqrt{\frac{L}{C}}. \end{aligned}$$

Étape 2. En régime permanent, la charge du condensateur est $q(t) = \dfrac{I_m}{\omega}\sin(\omega t)$ (impédance et déphasage d'un circuit RLC série, étape 2). La tension $u_C = \dfrac{q}{C}$ a donc pour amplitude $\dfrac{I_m}{C\omega}$, et pour valeur efficace

$$U_C = \frac{I}{C\omega}.$$

Étape 3. À la résonance, $I = I_0 = \dfrac{U}{R_t}$ et $\omega = \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$:

$$\begin{aligned} U_C &= \frac{U}{R_t\,C\,\omega_0} \\ &= \frac{U\sqrt{LC}}{R_t\,C} \\ &= \frac{U}{R_t}\sqrt{\frac{L}{C}} = Q\,U. \end{aligned}$$

À retenir : Ce que la surtension doit au facteur de qualité

À toute fréquence, la tension efficace du condensateur vaut $U_C = \dfrac{I}{C\omega}$. À la résonance, $I = \dfrac{U}{R_t}$ et $\omega = \omega_0$: U_C devient Q fois la tension du GBF. Plus Q est grand, plus la surtension est forte.

Vérifie : L'origine de l'amplitude de la tension du condensateur

Dans la démonstration, d'où vient l'amplitude $\dfrac{I_m}{C\omega}$ de la tension u_C ?

A. De la charge $q(t) = \dfrac{I_m}{\omega}\sin(\omega t)$, établie pour l'impédance.

Juste.

Juste : $u_C = \dfrac{q}{C}$.

B. De la relation $u_C = C\,i$ appliquée au condensateur.

Faux.

Cette relation est fausse : $u_C = \dfrac{q}{C}$ et $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$.

C. De la largeur de la bande passante.

Faux.

Elle sert à exprimer le facteur de qualité, pas la tension du condensateur.

D. De la puissance reçue par le condensateur.

Faux.

La démonstration n'emploie aucune puissance.

Correction

En régime permanent, $q(t) = \dfrac{I_m}{\omega}\sin(\omega t)$. Comme $u_C = \dfrac{q}{C}$, son amplitude vaut $\dfrac{I_m}{C\omega}$. C'est l'étape 2 de la démonstration.

Exemple : La surtension du circuit étudié

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{R_t}\sqrt{\frac{L}{C}} \\ &= \frac{1}{50}\sqrt{\frac{0{,}10}{1{,}0\times 10^{-6}}} \\ &\approx 6{,}3 \end{aligned}$$

On retrouve la valeur tirée de la bande passante. Alors $U_C = Q\,U \approx 13\ \mathrm{V}$, comme sur l'oscillogramme.

Le risque pour le condensateur

Un risque réel. Un condensateur supporte une tension maximale, sa **tension de service**, écrite sur son boîtier. À la résonance, u_C monte jusqu'à $U_{Cm} = U_C\sqrt{2} \approx 18\ \mathrm{V}$, alors que la tension du GBF ne dépasse pas $2{,}8\ \mathrm{V}$. Un condensateur de tension de service $16\ \mathrm{V}$ risquerait d'être détruit. Avant d'approcher N_0, on calcule donc $Q\,U\sqrt{2}$.

À toi : La surtension avec la résistance de 140 ohms

Avec le résistor $R' = 140\,\Omega$, calcule le facteur de qualité Q' par son expression en fonction de R'_t, L et C. À la résonance, calcule ensuite la tension efficace U'_C aux bornes du condensateur. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Utilise l'expression de Q en fonction de R_t, L et C.

Indice 2

Multiplie ensuite par la tension efficace du GBF.

Indice 3

Point délicat : la résistance totale vaut $R'_t = 150\,\Omega$.

Réponse

$$Q' = \frac{1}{150}\sqrt{\frac{0{,}10}{1{,}0\times10^{-6}}} \approx 2{,}1$$

puis $U'_C = Q'\,U \approx 4{,}2\,\text{V}$: la surtension est trois fois plus faible.

Puissance reçue par un circuit RLC série

La puissance reçue à chaque instant

Devine : Le signe de la puissance instantanée

À $400\,\text{Hz}$, la tension u et l'intensité i du circuit sont décalées. La puissance $p(t) = u(t)\,i(t)$ reçue par le circuit reste-t-elle positive ?

A. Oui, à chaque instant : le circuit consomme sans arrêt.

Faux.

Quand u et i sont de signes contraires, $p < 0$.

B. Non : elle est négative pendant une partie de chaque période.

Juste.

Juste : le circuit rend alors de l'énergie au GBF.

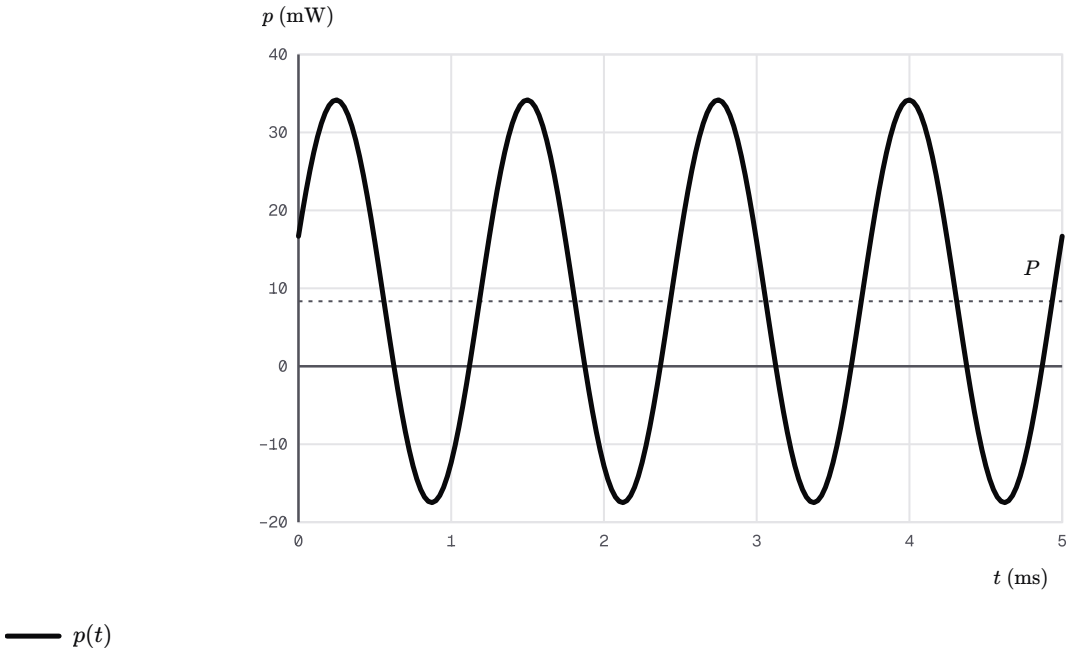
C. Elle est nulle à chaque instant, car les tensions sont décalées.

Faux.

Les résistances chauffent : le circuit reçoit de l'énergie en moyenne.

Correction

p est négative quand u et i ont des signes contraires. Pendant ces instants, le circuit rend au GBF une partie de l'énergie stockée dans la bobine et le condensateur. La courbe suivante le montre.



Puissance instantanée p(t) reçue par le circuit à 400 Hz, et sa valeur moyenne P (horizontale).

Lecture de la courbe. La puissance p oscille à la fréquence $2N = 800\,\mathrm{Hz}$. Elle passe sous zéro pendant une partie de chaque oscillation : le circuit rend alors de l'énergie au GBF. En moyenne, il en reçoit : c'est la **puissance moyenne** P, l'horizontale de la figure.

Établir l'expression de la puissance moyenne

Pourquoi est-ce vrai ? La démonstration transforme le produit $u(t)\,i(t)$ en une somme : un terme constant, plus un terme qui oscille à la pulsation 2ω. Ce second terme a une valeur moyenne nulle sur une période. Il reste le terme constant.

Propriété : Puissance moyenne et facteur de puissance

En régime sinusoïdal forcé, la **puissance instantanée** reçue par un dipôle est $p(t) = u(t)\,i(t)$. Sa valeur moyenne sur une période, la **puissance moyenne**, est

$$P = U\,I\cos\varphi,$$

en watts (W). Le nombre $\cos\varphi$ est le **facteur de puissance** ; le produit $U\,I$ est la **puissance apparente**, en voltampères (VA).

Pour un circuit RLC série,

$$\cos\varphi = \frac{R_t}{Z}, \qquad P = R_t\,I^2 :$$

toute la puissance moyenne reçue est dissipée par effet Joule dans les résistances.

Démonstration

Étape 1. Avec $i(t) = I_m \cos(\omega t)$ et $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$:

$$p(t) = U_m I_m \times \cos(\omega t + \varphi)\cos(\omega t).$$

Étape 2. D'après la formule de transformation

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a+b) + \cos(a-b)\right],$$

il vient

$$p(t) = \frac{U_m I_m}{2}\cos\varphi + \frac{U_m I_m}{2}\cos(2\omega t + \varphi).$$

Étape 3. Le premier terme est constant. Le second est une fonction sinusoïdale de période $\dfrac{T}{2}$: sur une période T, il décrit deux périodes complètes et sa valeur moyenne est nulle (outil admis). Donc

$$P = \frac{U_m I_m}{2}\cos\varphi.$$

Étape 4. Avec $U_m = U\sqrt{2}$ et $I_m = I\sqrt{2}$, il vient $P = U\,I\cos\varphi$.

Étape 5. Pour un circuit RLC série, $\cos\varphi = \dfrac{R_t}{Z}$ et $U = Z\,I$ (impédance et déphasage d'un circuit RLC série), d'où

$$P = Z\,I \times I \times \frac{R_t}{Z} = R_t\,I^2.$$

À retenir : Le produit de deux cosinus transformé en somme

Avec $a = \omega t + \varphi$ et $b = \omega t$, la formule de transformation de $\cos a \cos b$ donne deux termes. Le premier, $\dfrac{U_m I_m}{2}\cos\varphi$, est constant. Le second, en $\cos(2\omega t + \varphi)$, a une moyenne nulle. D'où $P = \dfrac{U_m I_m}{2}\cos\varphi = U\,I\cos\varphi$.

Vérifie : Le terme qui disparaît en moyenne

Pourquoi le terme $\dfrac{U_m I_m}{2}\cos(2\omega t + \varphi)$ ne compte-t-il pas dans P ?

A. Parce qu'il reste plus petit que le terme constant.

Faux.

Son amplitude, $\dfrac{U_m I_m}{2}$, est au moins égale au terme constant.

B. Parce que $\cos\varphi$ est nul en régime permanent.

Faux.

$\cos\varphi = \dfrac{R_t}{Z}$ est positif pour un circuit RLC série.

C. Parce que sa valeur moyenne sur une période est nulle.

Juste.

Juste : il décrit deux périodes complètes pendant une période T.

D. Parce que sa fréquence est trop grande pour être mesurée.

Faux.

Sa fréquence vaut seulement le double de N.

Correction

Sur une période T, ce terme décrit deux périodes complètes, de durée $\dfrac{T}{2}$: sa valeur moyenne est nulle. C'est l'étape 3 de la démonstration.

Exemple : La puissance moyenne du circuit à 400 Hz

On garde un chiffre de plus dans les valeurs intermédiaires : $I \approx 12{,}9\,\text{mA}$ et $\cos\varphi = \dfrac{R_t}{Z} \approx 0{,}323$.

$$\begin{aligned} P &= U\,I\cos\varphi \\ &\approx 2{,}0 \times 12{,}9 \times 10^{-3} \\ &\quad \times 0{,}323 \\ &\approx 8{,}3 \times 10^{-3}\,\text{W} \end{aligned}$$

Contrôle par l'effet Joule :

$$\begin{aligned} R_t\,I^2 &\approx 50 \times (12{,}9 \times 10^{-3})^2 \\ &\approx 8{,}3 \times 10^{-3}\,\text{W} \end{aligned}$$

À la résonance, $\cos\varphi = 1$ et $P_0 = U\,I_0 = 0{,}080\,\text{W}$, environ dix fois plus.

Le facteur de puissance d'une installation

Attention : La puissance moyenne n'est pas le produit des valeurs efficaces

✗ « $P = U\,I$, comme en courant continu. »

✓ Le produit $U\,I$ est la puissance apparente, en voltampères. La puissance moyenne reçue est $P = U\,I\cos\varphi$, plus petite dès que le circuit n'est pas à la résonance : elle n'est égale à $U\,I$ que si $\varphi = 0$.

Une installation d'atelier. Les machines d'un atelier sont alimentées sous $U = 230\,\text{V}$, à $50\,\text{Hz}$. Elles reçoivent une puissance moyenne $P = 2{,}2\,\text{kW}$, avec un facteur de puissance $\cos\varphi = 0{,}75$. L'intensité efficace appelée vaut

$$\begin{aligned} I &= \frac{P}{U\cos\varphi} \\ &= \frac{2{,}2\times 10^{3}}{230\times 0{,}75} \\ &\approx 13\,\text{A} \end{aligned}$$

Avec $\cos\varphi = 0{,}95$, la même puissance demande $I \approx 10\,\text{A}$. Les pertes par effet Joule dans les câbles, proportionnelles à I^2, baissent alors d'environ $38\,\%$.

Méthode : Calculer la puissance moyenne et le facteur de puissance

1. **Relever** les valeurs efficaces U et I et le déphasage φ (oscillogramme ou calcul).
2. **Calculer** le facteur de puissance $\cos\varphi$, ou $\cos\varphi = \dfrac{R_t}{Z}$ pour un circuit RLC série.
3. **Calculer** $P = U\,I\cos\varphi$, en watts.
4. **Contrôler** par l'effet Joule : $P = R_t\,I^2$.

Vérifie : L'intérêt d'un facteur de puissance proche de 1

Pourquoi le distributeur d'électricité demande-t-il aux ateliers un facteur de puissance proche de 1 ?

A. Pour que l'atelier reçoive plus de puissance moyenne.

Faux.

La puissance moyenne est fixée par les machines.

B. Pour que la tension du réseau dépasse $230\,\text{V}$.

Faux.

La tension du réseau ne dépend pas du facteur de puissance de l'atelier.

C. Pour que la fréquence du réseau reste à $50\,\text{Hz}$.

Faux.

La fréquence est fixée par les centrales, pas par l'atelier.

D. Pour fournir la même puissance avec une intensité plus faible.

Juste.

Juste : les câbles chauffent moins.

Correction

$I = \dfrac{P}{U\cos\varphi}$: à P et U fixées, I est d'autant plus faible que $\cos\varphi$ est proche de 1. Les pertes par effet Joule dans les câbles diminuent, et le réseau transporte moins d'intensité pour la même puissance.

À toi : La puissance moyenne à 1,0 kHz

À $N = 1{,}0\,\mathrm{kHz}$, l'impédance du circuit vaut $Z \approx 472\,\Omega$ (un chiffre de plus est gardé). Calcule l'intensité efficace, le facteur de puissance, puis la puissance moyenne. Contrôle par l'effet Joule. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Commence par $I = \dfrac{U}{Z}$, puis $\cos\varphi = \dfrac{R_t}{Z}$.

Indice 2

Applique $P = U\,I\cos\varphi$.

Indice 3

Point délicat : ne confonds pas P avec la puissance apparente $U\,I$.

Réponse

$I = \dfrac{2{,}0}{472} \approx 4{,}24 \times 10^{-3}\,\mathrm{A}$ et $\cos\varphi = \dfrac{50}{472} \approx 0{,}106$. Alors

$$\begin{aligned} P &= U\,I\cos\varphi \\ &\approx 9{,}0 \times 10^{-4}\,\mathrm{W} \end{aligned}$$

Contrôle : $R_t\,I^2 \approx 9{,}0 \times 10^{-4}\,\mathrm{W}$. La puissance apparente, $U\,I \approx 8{,}5 \times 10^{-3}\,\mathrm{VA}$, est près de dix fois plus grande.

Tracer expérimentalement une courbe de résonance

Le montage pour tracer la courbe

Devine : La grandeur maintenue constante

On veut tracer la courbe $I(N)$ du circuit étudié. Quand on change la fréquence du GBF, sa tension efficace varie un peu. Que faut-il faire à chaque nouvelle fréquence ?

A. Réajuster U à $2{,}0\,\mathrm{V}$ avant de lire I.

Juste.

Juste : la courbe de résonance se trace à tension constante.

B. Rien : la tension du GBF ne change rien à la courbe.

Faux.

$I = \dfrac{U}{Z}$: toute variation de U se reporte sur I.

C. Réajuster U pour garder la même intensité I.

Faux.

La courbe serait plate : la résonance disparaîtrait.

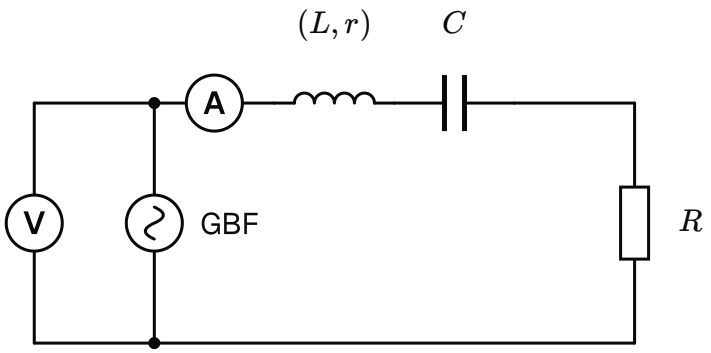
D. Changer R pour garder la même impédance.

Faux.

Le circuit doit rester le même pendant toute la série de mesures.

Correction

> La courbe de résonance se trace à tension efficace constante. Le GBF a une résistance interne : sa tension baisse quand l'impédance du circuit diminue, près de N_0. On surveille donc le voltmètre et on réajuste U à chaque mesure.



Montage du travail pratique : GBF, ampèremètre, bobine, condensateur et résistor en série ; voltmètre aux bornes du GBF.

Méthode : Montage, protocole, exploitation de la courbe de résonance

Montage. On branche en série le GBF, un ampèremètre, la bobine, le condensateur et le résistor. Un voltmètre aux bornes du GBF contrôle U. Les deux appareils sont en mode alternatif.

Protocole. On fait varier N de $300\,\text{Hz}$ à $700\,\text{Hz}$. À chaque fréquence, on réajuste $U = 2{,}0\,\text{V}$, puis on lit I. Le pas est large loin de la résonance et resserré près du sommet.

Exploitation. On trace $I(N)$, puis on lit I_0, N_0, N_1 et N_2. On en déduit ΔN et Q, puis L et C.

Le tableau de mesures

Les mesures sont celles de la figure des intensités, dans la section sur la résonance :

N (Hz)	I (mA)
300	5,8
350	8,4
400	12,8
440	20,5
465	28,4
480	34,0
495	39,3

N (Hz)	I (mA)
505	39,8
515	38,6
530	33,2
545	28,1
570	21,6
600	16,2
650	11,8
700	9,1

Vérifie : Le pas des fréquences

Dans le tableau, pourquoi les fréquences sont-elles plus rapprochées entre $465\,\mathrm{Hz}$ et $545\,\mathrm{Hz}$?

A. Pour finir plus vite la série de mesures du travail pratique.
Faux.
Des points plus serrés allongent la série au lieu de la raccourcir.

B. Parce que l'ampèremètre devient plus précis près du sommet.
Faux.
La précision de l'ampèremètre ne dépend pas de la fréquence choisie.

C. Parce que l'intensité y varie vite autour du sommet.
Juste.
Juste : il faut assez de points pour situer le sommet et la bande passante.

D. Parce que le GBF ne délivre pas les autres fréquences de la plage.
Faux.
Un GBF se règle de façon continue sur toute la plage.

Correction
Près de N_0, I passe de $28\,\mathrm{mA}$ à $40\,\mathrm{mA}$ en quelques dizaines de hertz. Des points serrés situent le sommet et les fréquences N_1 et N_2. Loin de N_0, la courbe varie lentement : quelques points suffisent.

Exploiter les mesures

Exemple : Résonance, facteur de qualité, inductance et capacité tirés des mesures

Le sommet est à $N_0 \approx 505\,\mathrm{Hz}$, avec $I_0 \approx 39{,}8\,\mathrm{mA}$. Alors $\dfrac{I_0}{\sqrt{2}} \approx 28{,}1\,\mathrm{mA}$, atteint vers $N_1 \approx 465\,\mathrm{Hz}$ et $N_2 \approx 545\,\mathrm{Hz}$. D'où $\Delta N \approx 80\,\mathrm{Hz}$ et $Q = \dfrac{N_0}{\Delta N} \approx 6{,}3$. Avec $R_t = 50\,\Omega$:

$$L = \frac{R_t}{2\pi\,\Delta N} \approx 9{,}9 \times 10^{-2}\,\mathrm{H}$$

$$C = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 L} \approx 1{,}0 \times 10^{-6}\,\mathrm{F}$$

On retrouve $L = 0{,}10\,\mathrm{H}$ et $C = 1{,}0\,\mu\mathrm{F}$, aux erreurs de lecture près.

Vérifie : La grandeur tirée de la largeur de bande

Pourquoi tire-t-on L de la largeur ΔN plutôt que de N_0 ?

A. Parce que ΔN se lit plus précisément que N_0.

Faux.

Différence de deux lectures, la largeur n'est pas plus précise que N_0.

B. Parce que ΔN ne dépend pas de C, encore inconnue.

Juste.

Juste : la capacité se calcule ensuite à partir de N_0.

C. Parce que N_0 dépend de la résistance totale.

Faux.

$N_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ ne contient pas R_t.

D. Parce que N_0 n'a pas d'unité.

Faux.

Une fréquence s'exprime en hertz.

Correction

$\Delta N = \dfrac{R_t}{2\pi L}$ ne contient que R_t, connue, et L. N_0 fait intervenir L et C ensemble : il sert ensuite à calculer C.

Sources d'écart. Les composants ont une tolérance de quelques pour cent. L'ampèremètre et le voltmètre ont leur propre précision. La lecture de N_1 et de N_2 se fait entre deux mesures : elle est approchée à quelques hertz près. Un écart de quelques pour cent sur L ou sur C est donc attendu.

Une erreur de protocole

À toi : Une mesure sans réajustement de la tension

Un groupe oublie de réajuster U. À $505\,\mathrm{Hz}$, le voltmètre indique alors $1{,}8\,\mathrm{V}$ au lieu de $2{,}0\,\mathrm{V}$. Calcule l'intensité mesurée à la résonance et l'écart relatif avec $40\,\mathrm{mA}$. Quel effet sur la courbe ? Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

> **Indice 1**
> À la résonance, l'impédance vaut la résistance totale.
> **Indice 2**
> Calcule $I = \dfrac{U}{R_t}$ avec la tension réellement appliquée, puis l'écart relatif.
> **Indice 3**
> Point délicat : la tension baisse surtout près de N_0, là où l'impédance est la plus faible.
>
> **Réponse**
> $I = \dfrac{1{,}8}{50} \approx 0{,}036\ \text{A}$, soit $36\ \text{mA}$. L'écart relatif vaut $\dfrac{40-36}{40} \approx 10\,\%$. Le sommet est écrasé alors que les points éloignés changent peu : la bande passante paraît plus large et Q plus faible.

Ce qu'il faut savoir faire.

- réaliser le montage de visualisation et lire un oscillogramme : amplitudes, période, déphasage ;
- calculer Z, $\cos\varphi$ et $\tan\varphi$, puis dire si le circuit est inductif ou capacitif ;
- exploiter une courbe de résonance : N_0, I_0, bande passante, facteur de qualité ;
- calculer une surtension et une puissance moyenne.

Le mot du prof. Un excitateur impose sa fréquence ; le résonateur répond d'autant plus fort que cette fréquence est proche de la sienne. Tu retrouveras cette idée en mécanique et dans l'étude des ondes.

SOURCES

Référentiel BURHAN du chapitre « Oscillations forcées dans un circuit RLC série » (2bac · sciences-mathematiques · physique-chimie)