BURHAN

# Fonctions exponentielles : fiche de révision

2ème Année Baccalauréat · Sciences Expérimentales · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/2bac/sciences-experimentales/mathematiques/fonctions-exponentielles/resume

| Chapitre | Semestre |
| --- | --- |
| Fonctions exponentielles | Semestre 2 |

## L'essentiel du chapitre

**À retenir : Cinq réflexes**

- **Toujours strictement positive** : $e^x > 0$ pour tout réel $x$. Le signe d'un produit $A(x)\,e^{u(x)}$ est donc celui de $A(x)$.
- **Comparer les exposants** : $e^A = e^B$ revient à $A = B$, et l'ordre entre deux exponentielles est l'ordre entre leurs exposants.
- **Deux conditions à surveiller** : $e^{\ln y} = y$ exige $y > 0$ ; après le changement $X = e^x$, seules les valeurs $X > 0$ comptent.
- **L'exponentielle gagne** : en $+\infty$, $e^x$ l'emporte sur toute puissance de $x$ ; en $-\infty$, $x^n e^x$ tend vers $0$ pour tout entier $n \geq 1$.
- **Dériver sans toucher à l'exposant** : $(e^u)' = u'\,e^u$.

Repères pour choisir la bonne idée.

| Si tu vois… | pense à… |
| --- | --- |
| $e^A = e^B$ ou $e^A \leq e^B$ | comparer $A$ et $B$ |
| $e^A = k$ | $k > 0$ : $A = \ln k$ ; $k \leq 0$ : aucune solution |
| $e^{2x}$ et $e^x$ dans la même équation | $X = e^x$, avec $X > 0$ |
| une forme indéterminée en $+\infty$ | factoriser par le terme dominant, puis croissance comparée |
| un quotient $\frac{e^{\cdots} - 1}{\cdots}$ en $0$ | $\lim_{X \to 0} \frac{e^X - 1}{X} = 1$ |
| le signe de $A(x)\,e^{u(x)}$ | le signe de $A(x)$ seul |

## Définition et lien avec le logarithme

**Définition : Fonction exponentielle népérienne**

La fonction $\ln$ est continue et strictement croissante sur $]0, +\infty[$, et l'image de $]0, +\infty[$ par $\ln$ est $\mathbb{R}$. Elle admet donc une fonction réciproque, définie sur $\mathbb{R}$ et à valeurs dans $]0, +\infty[$ : c'est la **fonction exponentielle népérienne**, notée $\exp$.

Pour tout réel $x$ et tout réel $y > 0$ :

$$y = \exp(x) \iff x = \ln y.$$

**Propriété : Exponentielle et logarithme**

1. Pour tout réel $x$ : $\exp(x) > 0$.
2. Pour tout réel $x$ : $\ln(\exp(x)) = x$.
3. Pour tout réel $y > 0$ : $\exp(\ln y) = y$.
4. $\exp(0) = 1$.

Le réel $e = \exp(1)$ vérifie $\ln e = 1$, et $e \approx 2{,}718$. On écrit ensuite $e^x$ au lieu de $\exp(x)$ : les règles de calcul des puissances restent valables avec cette écriture.

**Propriété : Continuité et sens de variation**

La fonction $x \mapsto e^x$ est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

**À retenir : Qui demande une condition ?**

- $\ln(e^x) = x$ : vrai pour **tout** réel $x$, sans condition.
- $e^{\ln y} = y$ : vrai **seulement** si $y > 0$. Avec une expression, $e^{\ln(u(x))} = u(x)$ là où $u(x) > 0$.
- Pour $y > 0$ et $a$ réel : $\ln y = a \iff y = e^a$.
- Pour $x$ réel, $e^x$ est le seul nombre strictement positif dont le logarithme vaut $x$.

**Exemple : quatre simplifications**

- $e^{\ln 7} = 7$ ;
- $\ln\left(e^{-4}\right) = -4$ ;
- $e^{2\ln 3} = \left(e^{\ln 3}\right)^2 = 9$ ;
- $e^{-\ln 2} = \dfrac{1}{e^{\ln 2}} = \dfrac{1}{2}$.

## Propriétés algébriques

**Propriété : Exponentielle d'une somme**

Pour tous réels $a$ et $b$ :

$$e^{a+b} = e^a \times e^b.$$

**Propriété : Opposé, différence, puissance**

Pour tous réels $a$ et $b$, et tout rationnel $r$ :

$$e^{-a} = \frac{1}{e^a},$$
$$e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b},$$
$$(e^a)^r = e^{ra}.$$

**Valeurs à connaître**

$$e^0 = 1 \qquad e^1 = e$$

**Carré**

$$e^{2x} = (e^x)^2$$

**Racine carrée**

$$\sqrt{e^x} = e^{\frac{x}{2}}$$

**Inverse**

$$\frac{1}{e^x} = e^{-x}$$

**Logarithme d'une exponentielle**

$$\ln(e^a) = a$$

**Exponentielle d'un logarithme, pour b strictement positif**

$$e^{\ln b} = b$$

**Exemple : tout se simplifie**

Pour tout réel $x$ :

$$\frac{e^{2x} \times e^{1-x}}{e^{x+1}}$$
$$= e^{2x+(1-x)-(x+1)}$$
$$= e^0 = 1.$$

On additionne les exposants au numérateur, puis on retranche celui du dénominateur.

## Équations et inéquations

**Propriété : Comparer et résoudre**

Pour tous réels $a$ et $b$ :

$$e^a = e^b \iff a = b,$$
$$e^a < e^b \iff a < b.$$

Pour tout réel $k > 0$ : $e^x = k \iff x = \ln k$. Pour tout réel $k \leq 0$, l'équation $e^x = k$ n'a aucune solution réelle.

**Méthode : résoudre**

1. Ramène chaque membre à une seule exponentielle, ou isole $e^A$ d'un côté.

2. Compare les exposants : l'exponentielle est strictement croissante, donc le sens d'une inégalité se conserve.
3. Si $e^x$ et $e^{2x}$ cohabitent, pose $X = e^x$ en écrivant $X > 0$, et remplace $e^{2x}$ par $X^2$. Résous en $X$, écarte chaque racine négative ou nulle, puis reviens à $x$ par $x = \ln X$.
4. Donne l'ensemble des solutions $S$.

**Exemple : une inéquation**

Résolvons $e^{1-x} \leq e^2$. L'exponentielle étant strictement croissante :

$$\begin{aligned} e^{1-x} &\leq e^2 \\ \iff 1 - x &\leq 2 \\ \iff x &\geq -1. \end{aligned}$$

Donc $S = [-1, +\infty[$.

**Exemple : le changement de variable**

Résolvons $e^{2x} - 5e^x + 4 = 0$. Posons $X = e^x$, avec $X > 0$ : l'équation devient $X^2 - 5X + 4 = 0$.

Son discriminant vaut $25 - 16 = 9$ et ses racines sont $1$ et $4$, strictement positives toutes les deux. Or :

- $e^x = 1 \iff x = 0$ ;
- $e^x = 4 \iff x = \ln 4 = 2\ln 2$.

$$S = \{0\,;\, 2\ln 2\}.$$

**Exemple : Et l'inéquation qui va avec**

Avec $X = e^x > 0$, l'inéquation $e^{2x} - 5e^x + 4 < 0$ s'écrit $(X-1)(X-4) < 0$, soit $1 < X < 4$.

Donc $1 < e^x < 4$, c'est-à-dire $0 < x < \ln 4$ :

$$S = ]0, \ln 4[\,.$$

## Limites et croissances comparées

**Propriété : Limites aux bornes**

$$\begin{aligned} \lim_{x \to +\infty} e^x &= +\infty, \\ \lim_{x \to -\infty} e^x &= 0. \end{aligned}$$

**Propriété : Croissances comparées**

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty,$$
$$\lim_{x \to -\infty} xe^x = 0.$$

Plus généralement, pour tout entier naturel $n \geq 1$ :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty,$$
$$\lim_{x \to -\infty} x^n e^x = 0.$$

**Propriété : Limite de (eˣ – 1)/x en 0**

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1.$$

La grille à savoir par cœur, pour tout entier $n \geq 1$ :

**Exponentielle en plus l'infini**
$$\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$$

**Exponentielle en moins l'infini**
$$\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$$

**Exponentielle de l'opposé en plus l'infini**
$$\lim_{x \to +\infty} e^{-x} = 0$$

**Exponentielle sur une puissance**
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$$

**Puissance sur exponentielle**
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$$

**Puissance fois exponentielle en moins l'infini**
$$\lim_{x \to -\infty} x^n e^x = 0$$

**Taux d'accroissement en 0**
$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

**Même taux avec un coefficient réel k**
$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{kx} - 1}{x} = k$$

**Méthode : face à une forme indéterminée**

1. Essaie d'abord de conclure directement : en $-\infty$, par exemple, $e^x$ tend vers $0$ et bien des limites se lisent sans effort.
2. Si la forme est indéterminée, mets en facteur le terme le plus fort : en $+\infty$, c'est $e^x$ face à n'importe quelle puissance de $x$.
3. Fais apparaître une limite de la grille et nomme-la : « par croissance comparée ».
4. Conclus avec les règles sur les sommes, produits et quotients.

**Exemple : Trois limites express**

- En $+\infty$ : $x^2 - e^x = e^x\left(\dfrac{x^2}{e^x} - 1\right)$. Par croissance comparée, $\dfrac{x^2}{e^x}$ tend vers $0$ ; la parenthèse tend vers $-1$ et $e^x$ vers $+\infty$, donc $\lim_{x\to+\infty}\left(x^2 - e^x\right) = -\infty$.
- En $-\infty$ : $\lim_{x\to-\infty} x^3 e^x = 0$, croissance comparée avec $n = 3$.
- En $0$ : pour $x \neq 0$, $\dfrac{e^{3x}-1}{x} = 3 \times \dfrac{e^{3x}-1}{3x}$. Quand $x$ tend vers $0$, $X = 3x$ aussi, et $\dfrac{e^X - 1}{X}$ tend vers $1$. Donc $\lim_{x\to 0} \dfrac{e^{3x}-1}{x} = 3$.

**Remarque : Une limite, puis sa lecture graphique**

Énoncé en $+\infty$ ; les règles sont les mêmes en $-\infty$.

- Si $\lim_{x\to+\infty} f(x) = b$ (réel), la droite d'équation $y = b$ est asymptote horizontale.
- Si $f(x)$ tend vers $+\infty$ ou vers $-\infty$, étudie $\dfrac{f(x)}{x}$ :
  - limite $+\infty$ ou $-\infty$ : branche parabolique de direction l'axe des ordonnées ;
  - limite $0$ : branche parabolique de direction l'axe des abscisses ;
  - limite réelle $a \neq 0$, et $f(x) - ax$ de limite réelle $b$ : la droite d'équation $y = ax + b$ est asymptote oblique (dans 4 des 15 sujets consultés).

Au bac, la limite et sa lecture graphique se rédigent toutes les deux.

## Dérivées

**Théorème : Dérivée de x ↦ e^(u(x))**

Soit $u$ une fonction dérivable sur un intervalle $I$. La fonction $x \mapsto e^{u(x)}$ est dérivable sur $I$ et, pour tout $x \in I$ :

$$\left(e^{u(x)}\right)' = u'(x)\, e^{u(x)}.$$

**Exponentielle**

$$(e^x)' = e^x$$

**Exposant affine**

$$\left(e^{ax+b}\right)' = a\, e^{ax+b}$$

**Exposant opposé**

$$\left(e^{-x}\right)' = -e^{-x}$$

**Exposant quelconque**

$$(e^u)' = u'\, e^u$$

**Produit**

$$(vw)' = v'w + vw'$$

**Logarithme composé, avec u strictement positive**

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

**À retenir : Le signe sans tableau de signes de l'exponentielle**

> Après dérivation, mets l'exponentielle en facteur : $f'(x) = A(x)\,e^{u(x)}$. Comme $e^{u(x)} > 0$, le signe de $f'(x)$ est exactement celui de $A(x)$. Écris cette phrase sur ta copie : c'est elle qui justifie le tableau.

**Exemple : Deux dérivées**

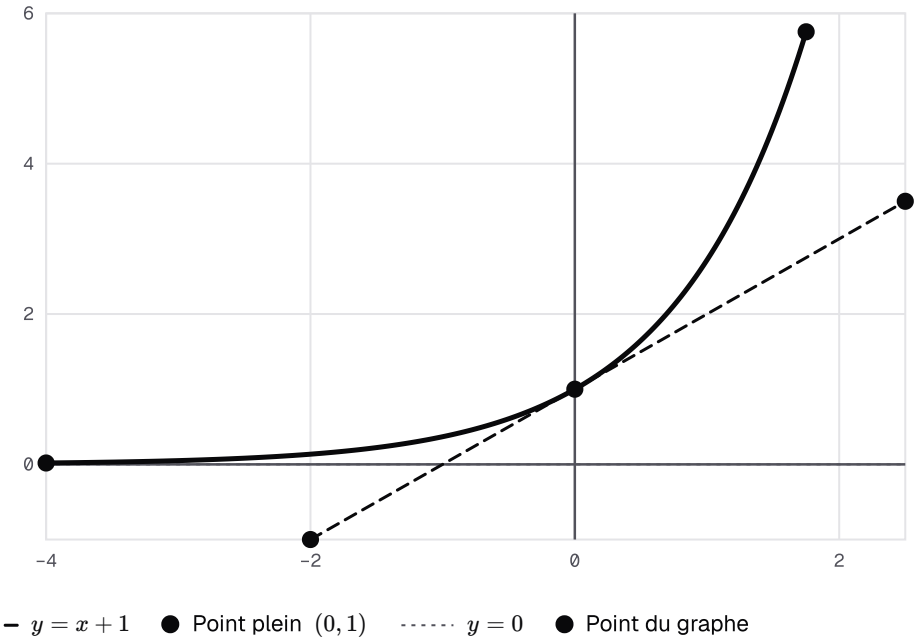
- $\left(e^{1-x}\right)' = -e^{1-x}$, car la dérivée de $1 - x$ vaut $-1$.
- $\left(e^{3x}\right)' = 3e^{3x}$, car la dérivée de $3x$ vaut $3$.

## Courbe de l'exponentielle

**Propriété : Courbe de l'exponentielle**

Dans un repère orthonormé, la courbe de $x \mapsto e^x$ :

- admet la droite d'équation $y = 0$ pour asymptote horizontale au voisinage de $-\infty$ ;
- admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$ ;
- a pour tangente au point d'abscisse $0$ la droite d'équation $y = x + 1$ ;
- est la symétrique de la courbe de $\ln$ par rapport à la droite d'équation $y = x$.




**Courbe de x ↦ eˣ : presque collée à l'axe des abscisses vers la gauche, elle passe par (0, 1), où sa tangente est y = x + 1, puis grimpe de plus en plus vite.**

**Remarque : Ce que la courbe rappelle**

- $e^x > 1 \iff x > 0$ et $0 < e^x < 1 \iff x < 0$.

- La courbe reste au-dessus de sa tangente en $0$ : $e^x \geq x + 1$ pour tout réel $x$. Cela se démontre en étudiant le signe de $x \mapsto e^x - x - 1$, dont le minimum vaut $0$, atteint en $0$.
- La courbe ne coupe jamais l'axe des abscisses : $e^x$ n'est jamais nul.

## Plan d'étude d'une fonction

**Méthode : Plan d'étude : dans cet ordre**

1. **Fonction auxiliaire** : si l'énoncé donne une fonction $g$, étudie d'abord $g$ et son signe, qui servira pour $f'$ (dans 4 des 15 sujets consultés).
2. **Domaine** : $e^{u(x)}$ existe dès que $u(x)$ existe ; un logarithme ou un dénominateur ajoute ses propres conditions.
3. **Limites aux bornes** : après chaque limite, écris ce qu'elle dit de la courbe (asymptote, branche parabolique).
4. **Dérivée**, exponentielle en facteur, puis son signe.
5. **Tableau de variations** complet, avec limites et extremums.
6. Selon l'énoncé : tangente, position par rapport à une droite (signe de la différence), dérivée seconde et inflexion, valeurs intermédiaires, fonction réciproque.
7. **Tracé** : place d'abord asymptotes, tangentes et points remarquables.

**Méthode : fonction réciproque**

1. Si $f$ est continue et strictement monotone sur un intervalle $I$, elle réalise une bijection de $I$ sur $J = f(I)$, que l'on lit dans le tableau de variations.
2. Sa réciproque $f^{-1}$ est définie sur $J$, avec le même sens de variation que $f$.
3. Si $f$ est dérivable en $a$ et $f'(a) \neq 0$, alors $f^{-1}$ est dérivable en $f(a)$ et $\left(f^{-1}\right)'(f(a)) = \dfrac{1}{f'(a)}$.

Cette question figure dans 4 des 15 sujets consultés.

**Exemple : Exemple guidé (1/3) : les limites**

Soit $f(x) = (x+2)e^{-x}$, définie sur $D = \mathbb{R}$.

- En $+\infty$ : on écrit $f(x)$ sous la forme $\dfrac{x}{e^x} + \dfrac{2}{e^x}$ ; les deux termes tendent vers $0$, le premier par croissance comparée. Donc $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$ : la droite d'équation $y = 0$ est asymptote horizontale en $+\infty$.

- En $-\infty$ : $x+2$ tend vers $-\infty$ et $e^{-x}$ vers $+\infty$, donc $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$. De plus, pour $x \neq 0$, $\dfrac{f(x)}{x} = \left(1+\dfrac{2}{x}\right)e^{-x}$ tend vers $+\infty$ : branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.

**Exemple : Exemple guidé (2/3) : les variations**

Pour tout réel $x$ :

$$\begin{aligned} f'(x) &= e^{-x} - (x+2)e^{-x} \\ &= -(x+1)e^{-x}. \end{aligned}$$

Comme $e^{-x} > 0$, $f'(x)$ a le signe de $-(x+1)$ : strictement positive sur $]-\infty, -1[$, nulle en $-1$, strictement négative sur $]-1, +\infty[$.

Le maximum vaut $f(-1) = (-1+2)e^{1} = e$.

Variations de f : croissante jusqu'à son maximum e, atteint en –1, puis décroissante vers 0 sans jamais l'atteindre.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | + | 0 | – | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $e$ | ↘ | $0$ |

Signe de f(x) : celui de x + 2, puisque l'exponentielle est strictement positive. La courbe passe sous l'axe des abscisses avant –2 et au-dessus après.

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | – | 0 | + | |

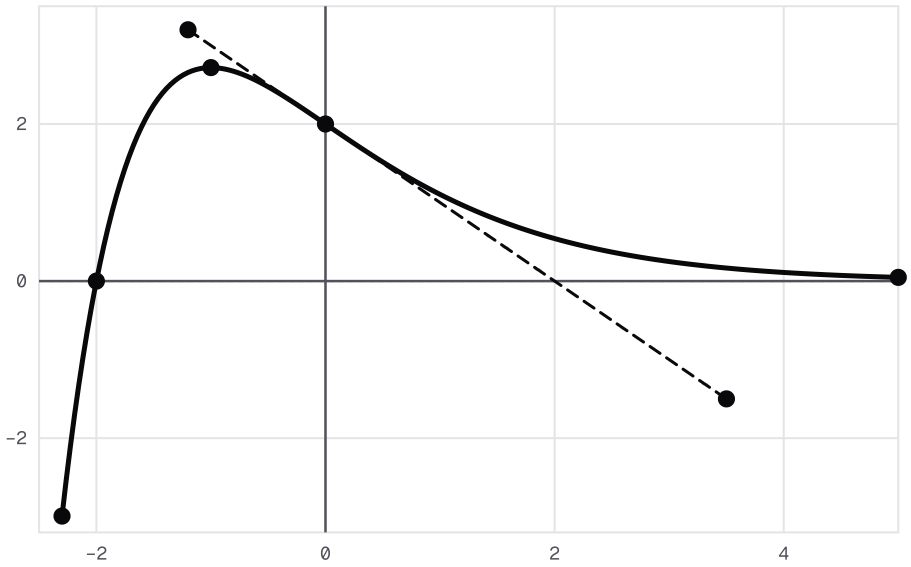
**Exemple : Exemple guidé (3/3) : inflexion et tangente**

Pour tout réel $x$ :

$$\begin{aligned} f''(x) &= -e^{-x} + (x+1)e^{-x} \\ &= x\,e^{-x}. \end{aligned}$$

Elle s'annule en $0$ **et change de signe**, donc le point $A(0, 2)$ est un point d'inflexion.

Comme $f'(0) = -1$ et $f(0) = 2$, la tangente en $A$ a pour équation $y = -x + 2$.




$y = (x+2)e^{-x}$ $y = -x + 2$ Point plein $(-2, 0)$ Point plein $(-1, e)$ Point plein $A(0, 2)$
$y = 0$ Point du graphe

**Courbe de f : branche parabolique à gauche, maximum e en −1, point d'inflexion (0, 2) avec sa tangente y = −x + 2, puis rapprochement de l'axe des abscisses.**

### Au bac

Constats sur les **15 sujets nationaux** 2BAC SE consultés (option française, 2016 à 2025) et 13 barèmes lus. Ces fréquences décrivent ces sujets-là, pas le prochain examen.

L'exponentielle intervient dans 10 des 15 sujets consultés. Elle figure dans la fonction du problème d'étude dans 9 des 15 sujets consultés, pour 7 à 11 points d'après les barèmes, calcul intégral compris. Elle y est mêlée au logarithme dans 4 des 15 sujets consultés.

Questions relevées :

- limite en $+\infty$ d'une expression avec exponentielle : dans 8 des 15 sujets consultés ;
- limite en $-\infty$ : dans 8 des 15 sujets consultés ;
- croissances comparées : dans 8 des 15 sujets consultés ;
- signe de $f'$ et tableau de variations : dans 8 des 15 sujets consultés ;
- dérivée de $e^{u(x)}$ avec un exposant comme $2x$ ou $-x$ : dans 7 des 15 sujets consultés ;

Moins souvent :

- branche parabolique de direction l'axe des ordonnées : dans 5 des 15 sujets consultés ;
- position relative de la courbe et d'une droite : dans 5 des 15 sujets consultés ;
- asymptote horizontale, asymptote oblique, inflexion, fonction réciproque, valeurs intermédiaires : dans 4 des 15 sujets consultés pour chacune ;
- équation ou inéquation du type $e^x = k$ : dans 3 des 15 sujets consultés ;

- limite de $\dfrac{e^x - 1}{x}$ en $0$ : dans 1 des 15 sujets consultés, au sein d'un calcul de nombre dérivé.

**Méthode : Rédiger comme les barèmes le demandent**

1. **Limite, puis interprétation** : dans sept des barèmes lus, la limite et sa traduction graphique (asymptote, branche) sont notées à part. Écris les deux.
2. **Tableau de variations** : dans deux barèmes lus, il est noté à part ; dans trois autres, la monotonie est notée intervalle par intervalle.
3. **Formules de dérivation** : cite la règle avant de calculer.
4. **Inflexion** : écris que $f''$ s'annule **et change de signe**.
5. **Valeurs intermédiaires** : continuité, stricte monotonie, puis le signe à chaque borne.
6. **Position relative** : une conclusion par intervalle.

**Remarque : Non relevé dans ces 15 sujets**

Ce qui ne veut pas dire « jamais demandé » : équation du second degré en $X = e^x$ (dans 0 des 15 sujets consultés), exponentielle de base $a$ (dans 0 des 15 sujets consultés), système d'équations exponentielles (dans 0 des 15 sujets consultés, alors que les documents attribués O et R le citent ; place à décider, I-08), étude de $x \mapsto e^x$ elle-même, limite de $\dfrac{e^x - 1}{x}$ posée seule. Les méthodes de cette fiche restent utiles pour les traiter.

## Erreurs fréquentes

**Attention : Transformer une somme d'exposants en somme**

$e^{2+3} = e^5 \approx 148{,}4$, alors que $e^2 + e^3 \approx 27{,}5$ : l'exponentielle d'une somme est un **produit**. De même, $\left(e^x\right)^3 = e^{3x}$, et non $e^{x^3}$.

**Attention : Chercher x tel que eˣ soit négatif ou nul**

$e^x = -3$ et $e^x = 0$ n'ont aucune solution, car $e^x > 0$ pour tout réel $x$. Écrire $x = \ln(-3)$ est une faute : ce nombre n'existe pas.

**Attention : Simplifier e^(ln y) sans vérifier y > 0**

Pour remplacer $e^{\ln(x-1)}$ par $x - 1$, il faut $x > 1$. À l'inverse, $\ln\left(e^{x-1}\right) = x - 1$ pour tout réel $x$ : seule la première écriture impose une condition.

**Attention : Voir une forme indéterminée partout**

En $-\infty$, $x^2$ tend vers $+\infty$ et $e^x$ vers $0$ : la limite de $x^2 - e^x$ vaut $+\infty$ directement. C'est seulement en $+\infty$ qu'il faut factoriser.

**Attention : Garder une racine négative après X = e^x**

Si l'équation en $X$ a pour racines $5$ et $-2$, seule $X = 5$ donne une solution, $x = \ln 5$ ; la racine $-2$ est écartée, puisque $X = e^x$ est strictement positif.

**Attention : Mal dériver e^(u(x))**

On recopie l'exponentielle telle quelle et on multiplie par la dérivée de l'exposant : $\left(e^{3x}\right)' = 3e^{3x}$, ni $e^3$ ni $3x\,e^{3x-1}$ ; et $\left(e^{-x}\right)' = -e^{-x}$, pas $e^{-x}$.

## Bonus : exponentielle de base a

**Remarque : Une partie dont le maintien est à décider**

Un seul document attribué, non authentifié, cite l'exponentielle de base $a$, et elle apparaît dans 0 des 15 sujets consultés. Sa place dans le chapitre reste à décider (incertitude I-04) : lis cette partie comme un complément.

**Définition : Exponentielle de base a**

Soit $a$ un réel strictement positif. Pour tout réel $x$, on pose

$$a^x = e^{x \ln a}.$$

Lorsque $a \neq 1$, la fonction $x \mapsto a^x$ est la **fonction exponentielle de base** $a$. Pour $a = e$, on retrouve $e^x$, car $\ln e = 1$.

**Propriété : Propriétés algébriques de a^x**

Pour tous réels $a > 0$ et $b > 0$, et tous réels $x$ et $y$ :

$$\begin{aligned} a^{x+y} &= a^x a^y, \\ a^{-x} &= \frac{1}{a^x}, \\ (a^x)^y &= a^{xy}, \\ (ab)^x &= a^x b^x, \\ \ln(a^x) &= x \ln a. \end{aligned}$$

**Propriété : Dérivée et variations de x ↦ a^x**

Soit $a$ un réel strictement positif et différent de $1$. La fonction $x \mapsto a^x$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout réel $x$ :

$$(a^x)' = (\ln a)\, a^x.$$

Elle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ si $a > 1$, et strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ si $0 < a < 1$.

**Exemple : la fonction x ↦ 2^x**

Pour tout réel $x$, $2^x = e^{x \ln 2}$, avec $\ln 2 > 0$. Sa dérivée vaut $(\ln 2)\, 2^x > 0$ : la fonction est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

Comme $x \ln 2$ tend vers $+\infty$ en $+\infty$ et vers $-\infty$ en $-\infty$ : $\lim_{x \to +\infty} 2^x = +\infty$ et $\lim_{x \to -\infty} 2^x = 0$.

Enfin :

$$\begin{aligned} 2^x = 8 &\iff x \ln 2 = 3 \ln 2 \\ &\iff x = 3. \end{aligned}$$

## Checklist avant le bac

**À retenir : Je sais…**

- passer de $\ln$ à l'exponentielle et inversement, en vérifiant les conditions de positivité ;
- résoudre $e^A = e^B$, $e^A \leq e^B$ et $e^A = k$ ;
- poser $X = e^x$, rappeler $X > 0$ et trier les racines ;
- simplifier une expression avec les règles sur les exposants ;
- réciter la grille des limites et lever une forme indéterminée en citant la croissance comparée ;
- dériver $e^{u(x)}$ et lire le signe de $f'$ après avoir factorisé l'exponentielle ;
- interpréter chaque limite : asymptote ou branche parabolique ;
- dérouler le plan d'étude jusqu'au tracé, inflexion comprise.